

01:05
©1995 г.

ИНВЕРСИЯ ПОЛЯРНОСТИ ХОЛЛОВСКОГО ПОЛЯ ПРИ УПРУГИХ ОТРАЖЕНИЯХ ЭЛЕКТРОНОВ

В.В.Бичевин, П.В.Бичевин

Институт физики АН Эстонии, ЕЕ2400 Тарту, Эстония
(Поступило в Редакцию 24 февраля 1994 г.)

Вскрыты условия инверсии холловского поля и природа основных особенностей проводимости p -типа в модели "свободных электронов".

В работах [1,2] показаны условия появления положительного эффекта Холла (ПЭХ) в результате взаимодействия упругоотраженных электронов с магнитным полем при единственном предположении, что упругие отражения (УО) имеют место в проводниках. Целью настоящей работы был поиск более общего решения задачи. Последнее удалось лишь отчасти, но, несмотря на это, полученная аналитическая зависимость для эдс динамического Холл-эффекта находится в хорошем качественном соответствии с экспериментом. Кроме того, ниже приведено детальное описание модели, ставшей основой работ [1,2].

Суть решаемой ниже проблемы состоит в определении холловской эдс при УО электронов. Эдс связана с силами, действующими на носители тока, а они могут быть в каком-то приближении рассчитаны. Такие задачи рассматривались и ранее [3,4], но в другом аспекте, их результаты для данной работы представляют лишь второстепенный интерес.

Принципиальная возможность ПЭХ при УО наиболее прямо выявляется из модельного эксперимента. Пусть электроны упруго отражаются от стенок плоского "ящика" (рис. 1,а) при перпендикулярной плоскости рисунка в магнитном поле H . Тогда электрон, начиная свой путь от точки A , через некоторое время возвратится к левой стенке. Рассмотрим случай двух отражений, эквивалентный обращению движения при центральном столкновении. При нулевом магнитном поле имеют место зеркальные отражения с сохранением тангенциальной компоненты импульса, как это и показано на рисунке. В слабом магнитном поле при значительной начальной скорости частицы траектории перераспределение компонент импульса невелико, и искривлением траектории можно пренебречь, представив ее состоящей из отрезков прямых, незначительно смещенных по сравнению с картиной без поля.

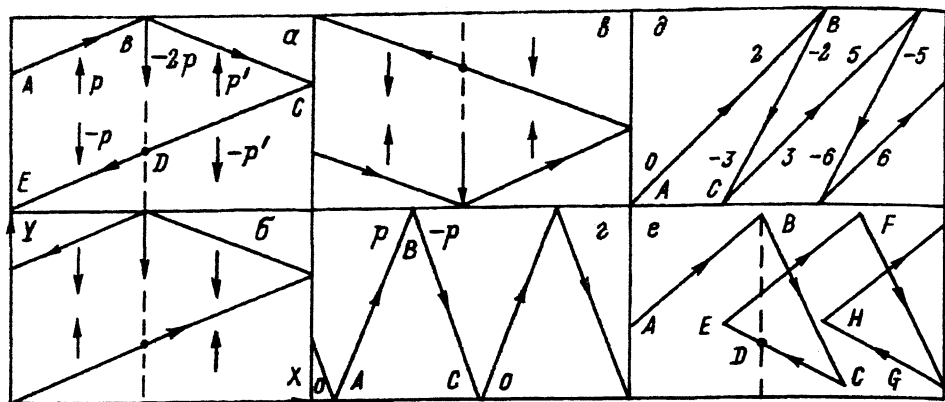


Рис. 1. Упругие отражения электронов от стенок двухмерного "ящика" (а-г) и сфер (д, е).

При определении интересующего нас ниже приращения y -компоненты импульса Δp ($\Delta p \ll p_x, p_y$) воспользуемся симметрией элементов траектории. Очевидно, на участках AB и ED и BC и CD приращения Δp , показанные направленными отрезками p и p' соответственно равны и противоположны (более строго это следует из соотношения (13)). При отражении электрона в точке B y -компонента его импульса ($p_y + p$) получает приращение минус $2(p_y + p)$, где величина $-2p$ обязана электромагнитному взаимодействию на участке AB . Легко видеть, что в сумме всех приращений за цикл $ABCDE$ компенсированным остается только отраженное приращение $-2p$ и в точке E y -компонента импульса равна $p_y - 2p$. Такой же результат получается при изменении порядка движения (рис. 1, б) и направления отражения (рис. 1, в).

На рис. 1, г-е представлен модельный "ток" при движении электронов в x -направлении с отражениями от стенок (рис. 1, г) и плоских сфер (рис. 1, д, е), рассекаемых пополам бисектрисами углов, образуемых направлениями падения и отражения. При движении по пути ABC (рис. 1, е) приращение y -компоненты импульса возрастает от нуля до p , складывается с отраженным приращением $-2p$ и затем снижается до нуля в точке C . Среднее значение приращения равно нулю, следовательно, в таком токе, сравнимом с током сверхпроводника, холловская эдс также равна нулю. Возвратно-поступательное движение электрона, представленное на рис. 1, д, сопровождается постоянным увеличением приращения y -компоненты импульса. Для наглядности здесь Δp участков AB_x и $BC_x = 0.5AB_x$ обозначены через 2 и 1, а величины приращений до (p) и после отражения (p') показаны равными, хотя на самом деле $p/p' = -\sin \angle BAX / \sin \angle BCX$. При более сложном периодическом движении (рис. 1, е) нулевое приращение в точке A вновь повторяется в точке H , а его значение в точке D равно $eH(AB_x - \sin \angle ECX / \sin \angle BAX - BC_x \sin \angle ECX / \sin \angle BCX - BC_x)$. Сравнение этой величины с приращением от электромагнитного взаимодействия, равного $eHAB_x$, показывает отсутствие их прямой связи. В последних трех случаях легко проверить соответствие передаваемого стенкам или сферам импульса закону Ампера.

Для электронов с противоположным направлением движения отраженное приращение также имеет противоположное направление. Из этого следует, что при УО функция распределения по импульсам для некоторого двумерного электронного газа в магнитном поле остается симметричной относительно всех направлений. Электрическое поле, для определенности направленное параллельно x -оси, как будет видно из последующего изменяет это распределение асимметрично относительно x - и y -направлений.

Итак, импульс, полученный электроном от магнитного поля на пути свободного пробега при упругом отражении, инвертируется с удвоением величины. Внешне это проявляется в отклонении электронов против сил Лоренца, так как полярность поперечной эдс в итоге определяет большие приращения импульсов электронов вне зависимости от того, как они были получены. Кроме того, из рисунков 1,а-в прямо видна возможность отклонения отраженных электронов в антилоренцевском направлении даже в том случае, если отраженный импульс равен или несколько меньше приобретенного от магнитного поля.

Таким образом, "модельный эксперимент" вскрывает механизм возникновения результирующих приращений импульсов электронов в антилоренцевском направлении и устанавливает отсутствие прямой связи между этими приращениями и импульсами отдачи, передаваемыми магнитному полю. Последнее является причиной отсутствия параллелизма между эдс Холла и силой Ампера, хотя оба явления возникают вследствие движения электронов в магнитном поле. В частности, приращение импульса электрона на величину $-2p$ при его движении по траектории $ABCDE$ (рис. 1,а) происходит без изменения импульса источника магнитного поля. Такие и более сложные бестоковые флуктуации достаточно вероятны, они пропорциональны концентрациям электронов, движущихся в заданных направлениях и должны учитываться в термомагнитных явлениях, являющихся в сравнении с холловскими эффектами второго порядка малости.

В реальных проводниках при УО приращения импульсов электронов в силу их хаотического движения перераспределяются по всем направлениям. Установившееся распределение по импульсам $f_{E,H}(\mathbf{p})$ может быть представлено суммой его основной части $f_0(\mathbf{p})$, соответствующей $\mathbf{E}, \mathbf{H} = 0$, и возмущения $f'_{E,H}(\Delta\mathbf{p})$, включающего только приращения импульсов [5,6],

$$f_{E,H}(\mathbf{p}) = f_0(\mathbf{p}) + f'_{E,H}(\Delta\mathbf{p}). \quad (1)$$

Определение $f(\mathbf{p})$ или $f'(\Delta\mathbf{p})$ решает поставленную проблему. Но в силу нелинейных зависимостей в $f'(\Delta\mathbf{p})$ [1] осуществить это простыми приемами, например представлением $f(\mathbf{p})$ в виде повернутой относительно магнитного поля "смещенной электрическим полем поверхности Ферми $f_0(\mathbf{p})$ как целое" [6, с. 324], не удастся. И вообще применение любых общих методов расчета осложнено самой постановкой задачи: электрон движется хаотически, а на чем рассеивается, неизвестно или не может быть корректно задано. В этих условиях полуфеноменологические расчеты в модели "свободных электронов" естественны и оправдываются получаемыми качественными результатами.

Учет упругих отражений несколько меняет представления об электрическом токе. Поскольку это понадобится ниже, то рассмотрим, в чем они заключаются.

Проводимость при УО имеет характерные внутренние и внешние отличия. При неупругом рассеянии электрический ток можно рассматривать как симметрично возмущенное электрическим полем встречное тепловое движение двух потоков электронов: одного — сверх-, второго — субтеплого

$$J = e[N/2(w + d_1) + N/2(-w + d_2)] = eNd, \quad (2)$$

где J — плотность тока; e , N — заряд и концентрация электронов проводимости; w и $d_1 = d_2 = d$ — их средняя тепловая и дрейфовые скорости.

При УО возмущение асимметрично, оба потока электронов могут быть сверхтепловыми, что эквивалентно двум внутренним встречным токам с дрейфовыми скоростями d_1 и d_2 . Их сумма равна макроскопическому току J с дрейфовой скоростью $d = (d_1 + d_2)/2$ [1]. Заметим, что участие ровно половины электронов во встречных токах в (2) следует из симметрии $f_0(\mathbf{p})$ в (1).

По (2) каждый электрон вносит вклад в ток, а характер его движения сравним с вынужденными направленными флуктуациями. В металлах $w \simeq 10^8$ см/с [7], а при d технических плотностях токов $\simeq 3 \cdot 10^{-1}$ см/с [8], следовательно, время дрейфа на одно межатомное расстояние (3 \AA) составляет $\simeq 10^{-7}$ с, за которое электрон в хаотическом движении проходит $\simeq 10$ см. В согласии с этими цифрами дрейф электрона можно представить как статистическую последовательность смещений центра тяжести хаотического движения. Перенос заряда в этом случае происходит в результате отдельных токнесущих смещений, изолированных друг от друга во времени и пространстве, но связанных по y -координате, как это видно из рис. 2, а, скомбинированного из преобразованных рис. 1, а и б. Первое предположение настоящей модели состоит в том, что проводимость можно описать такой последовательностью смещений электрона, не рассматривая периоды бестоковых хаотических движений между ними. В таком случае расчет упирается в представления о самом смещении. Если игнорировать маловероятными центральными соударениями, то в смещении при УО можно выделить разнесенные в пространстве периоды движения до (с ускорением) и после отражения по x -компоненте импульса. Кроме того, смещение

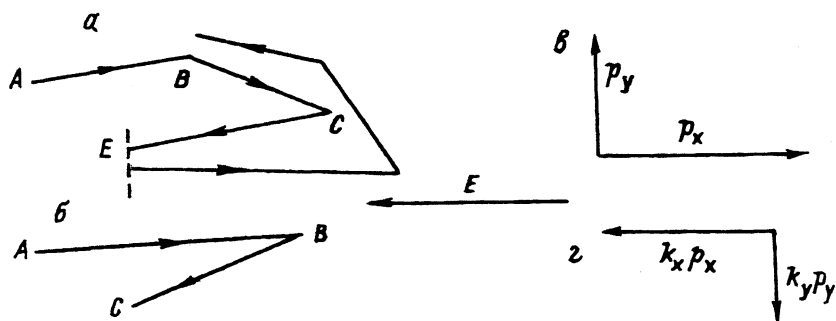


Рис. 2. Упругие отражения в проводниках.

а — хаотическое движение электрона, б — его представление векторами смещений, в — компоненты приращений импульса электрона, е — их изменение после рассеяния.

может включать отражение по y -компоненте (z -компонента нас не интересует) на любом периоде движения. Рис. 2,а представляет геометрический образ проекции смещения на плоскость XU . Элементами смещения являются длины свободного пробега в отношении рассеяния как по x -, так и по y -компоненте импульса.

Более важен физический, или математический, образ смещения. Он включает ускорение теплового электрона электрическим полем, упругое отражение по x -компоненте с сохранением части сверхтепловой скорости, движение в обратном направлении и одно отражение по y -компоненте. Где именно происходит отражение по y -компоненте, не так уж важно. Оно может иметь место как при движении с ускорением, так и при движении отраженного сверхтеплого электрона против сил поля. Важно то, что такие отражения происходят с высокой степенью вероятности и при этом происходит инвертирование приращения y -компоненты импульса, накопленного электроном при движении с ускорением. Выше было показано (рис. 1,а-в), что отраженное приращение всегда направлено против сил Лоренца, независимо от порядка движения или направления отражения y -компоненты импульса. С учетом вышесказанного, смещение можно представить двумя векторами, исходящими с места отражения по x -компоненте (рис. 2,б). Отрезок AB соответствует движению с ускорением, а смещение BC в обратном направлении возникает за счет оставшейся после отражения сверхтепловой скорости. При этом y -компонента вектора AB определяется действием силы Лоренца при смещении на расстояние AB_x , а y -компонента вектора BC — также силой Лоренца при смещении на расстояние BC_x и частью инвертированной y -компоненты вектора BC , возникающей вследствие $УО$. В этом состоит второе, основное, предположение модели. В краткой формулировке оно сводится к следующему. При $УО$ на каком-то пространственном уровне электроны реально смещаются не только в направлении сил электрического поля, но и в обратную сторону (рис. 2,б): если есть поле и $УО$, то $BC \neq 0$, нет $УО$ (или поля) — $BC = 0$. Или иначе, вектор BC возникает вследствие отражения вектора AC . Отношение BC к AC можно связать с параметрами макроскопического тока и на этом уровне решить поставленную задачу [1].

Далее приступим к определению силы, действующей на проводник, и связанной с ней поперечной эдс. Начнем с рассмотрения силового взаимодействия электронов с тепловой скоростью w , смещаемых электрическим полем E_0 со скоростью d в магнитном поле H , перемещаемом относительно проводника со скоростью v . По Лоренцу

$$f dt \equiv dp = e\{E_0 + [(w + d + v) \times H]\} dt, \quad (3)$$

где E_0 включает эдс индукции $E_F = -[v \times H]$ и сумму продольного и поперечного полей E .

Величина $(w + d) dt$ есть смещение электрона dl_n (рис. 2,а) за время dt . При движении по произвольной траектории L от точки A до C (рис. 2,б) сумма $\sum dl_n$ равна вектору смещения AC . С учетом этого при $\Delta t \gg dt$

$$F \Delta t = f \Delta t + \{E_F + [v \times H]\} \Delta t = e\{E \Delta t + [AC \times H]\}, \quad (4)$$

где равная нулю сумма $E_F + [v \times H]$ сохранена в левой части уравнения.

Равенство (4) необходимо дополнить членом, учитывающим дополнительные приращения импульсов у упруго отраженных электронов. Это проще всего осуществить интегрально, допустив, что на пути BC (рис. 2,б) электрону передается часть приращения, накопленного при движении от A к B . По (4)

$$\Delta p' = k(\theta)e\{E\Delta t' + [AB \times H]\}, \quad (5)$$

где $k(\theta)$ — коэффициент отражения, определяющий величину и направление отраженного приращения импульса в зависимости как от условия отражения, так и уровня усреднения смещений.

Равенство (4), дополненное членом (5), полностью определяет $F\Delta t$ на пути ABC

$$F\Delta t = e\{[AC \times H] + k(\theta)[AB \times H] + E(\Delta t + k(\theta)\Delta t')\}. \quad (6)$$

Соотношение (6) можно рассматривать как точное, но определение $k(\theta)$ с учетом множества механизмов рассеяния ^[4,9], не исключая и неизвестные, — задача невыполнимая. Поэтому дальнейшее решение уравнения (6) приближенное и разветвляется в зависимости от предполагаемых в $k(\theta)$ соотношений.

Согласно (1), $k(\theta)$ относится только к $f'(\Delta p)$, зависящей лишь от приращений. Тогда следует принять, что при УО приращения импульсов электронов (p_x, p_y) отражаются упруго

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= -k_x p_x, \\ \Delta p_y &= -k_y p_y, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\Delta p_x, \Delta p_y$ — усредненные компоненты импульса после отражения (рис. 2,в,г); $0 \leq k_x, k_y < 1$ — коэффициенты отражения в отношении приращений.

Далее определим по (6) y -компоненту суммы $F\Delta t$ для N электронов проводника единичной длины в скрещенных магнитном и электрическом полях, направленных вдоль z - и x -осей соответственно. При этом будем иметь в виду, что сумме смещений AB_x соответствует перемещение $N/2$ электронов прямого потока в направлении сил поля за время Δt , а сумме BC_x — перемещение $N/2$ отраженных электронов во встречном потоке за то же самое время Δt . По (6) с учетом (7) имеем

$$\sum_N F_y \Delta t = e \left[H \sum_{N/2} AC_x - k_y H \sum_{N/2} AB_x - k_y E_h \sum_{N/2} \Delta t' + E_h \sum_N \Delta t \right] = 0, \quad (8)$$

где $\Delta t' = \Delta t$, а $E_y \equiv E_h$ — холловская эдс, действующая на все электроны.

Равенство нулю сил в (8) является следствием отсутствия поперечного тока в проводнике и будет обсуждаться ниже.

Сумма $\sum AC_x$ в (8) равна разности смещений электронов противоположных потоков (рис. 2,б) и связана с дрейфовой скоростью d макроскопического тока

$$\sum AC_x = Nd\Delta t. \quad (9)$$

Для определения $\sum AB_x$, соответствующей смещению электронов в направлении сил электрического поля (рис. 2,б), рассмотрим кинетику переноса. Если проводимость пропорциональна длине свободного пробега l [7], то в ускоряющем электрическом поле на этом пути скорости электрона в среднем возрастает на $2\Delta v \equiv p_x/m$ (рис. 2,е), что соответствует сверхтепловой, или дрейфовой, скорости Δv (в (2) Δv соответствует d_1). При этой скорости смещение $N/2$ электронов прямого потока равно $\Delta v \Delta t N/2 \equiv \sum AB_x$. И так,

$$\sum AB_x = \Delta v \cdot \Delta t N/2. \quad (10)$$

Для исключения Δv из (10) необходимо найти связь $\sum AB_x$ с $\sum BC_x$ и $\sum AC_x$. Это требует определения дрейфовой скорости отраженных электронов.

В момент после упругого отражения избыточная скорость электрона по (7) равна $-k_x p_x/m \equiv -2k_x \Delta v$ (рис. 2,з) и при движении с торможением к концу свободного пробега l уменьшается до $2\Delta v - 2k_x \Delta v$. Полусумма этих величин, равная $\Delta v(1 - 2k_x)$, и есть дрейфовая скорость в обратном направлении (в (2) она обозначена через d_2). Произведение $\Delta v(1 - 2k_x)\Delta t N/2 \equiv \sum BC_x$ определяет смещение $N/2$ электронов против сил поля. Сравнивая это значение $\sum BC_x$ с $\sum AB_x$ в (10), находим, что $\sum BC_x = (1 - 2k_x) \sum AB_x$. Далее, подставляя это выражение в равенство $\sum AB_x + \sum BC_x = \sum AC_x$, следующее с учетом направлений из рис. 2,б, при известной по (9) величине $\sum AC_x$ определяем $\sum AB_x$

$$\sum AB_x = Nd\Delta t/2(1 - k_x). \quad (11)$$

Подстановка (9) и (11) в (8) при очевидном равенстве $\sum_N \Delta t = N\Delta t$ приводит к эквивалентной в [1] зависимости E_h от d и k

$$E = E_h + E_F = -2dH[1 - k_y/2(1 - k_x)]/(2 - k_y) - v_x H, \quad (12)$$

где $d = \Delta v(1 - k_x)$ — дрейфовая скорость носителей зарядов макроскопического тока, равная полусумме дрейфовых скоростей встречных потоков электронов.

Прежде всего рассмотрим, насколько обосновано приравнивание к нулю суммы электростатических и электромагнитных сил в (8). В движущемся проводнике при отсутствии тока эти силы действуют на каждый электрон как гравитация, а равенство нулю суммы есть следствие сохранения импульса. Иначе обстоит дело в случае тока. Холловское поле и в этом случае воздействует на все электроны, но возникает оно от малого числа несбалансированных электронов. По (3) приращение импульса $\Delta p = e|\mathbf{w} + \mathbf{d}|H\Delta t$ на длине свободного пробега l зависит только от направления скорости, а не ее величины, так как $\Delta t = l/|\mathbf{w} + \mathbf{d}|$ и

$$|\Delta p| = eHl \quad (13)$$

одинаково для электронов встречных потоков и независимо также от величины и направления электрического поля. Поэтому сила Ампера F_A равная $eNdH$, поскольку по (4)

$$F_Y \Delta t \equiv F_A \Delta t = eH \sum l_x = \dots = eNdH \Delta t, \quad (14)$$

и сопутствующая ей эдс Холла определяется дисбалансом встречных потоков электронов, т.е. малым их числом порядка Nd/w . Это следует из следующего. В (2) и (14) дрейфовая скорость d есть величина среднестатистическая, складывающаяся из суммы довольно редких для отдельного электрона токонесущих смещений (рис. 2,а). В таком случае в (8) приравнены силы, приложенные к неравному числу электронов, что может являться лишь частным решением уравнения. Если это решение для данной задачи не единственное, то холловская эдс E_h в (12) определена с точностью до коэффициента или некоторой функции, что, однако, не меняет характера самой зависимости. Аналогичное утверждение следует и из участия в проводимости металлов только малой доли электронов, расположенных вблизи поверхности Ферми [10]. Поэтому холловская дрейфовая скорость, обычно относимая ко всем зонным электронам [4], является довольно условной.

При $v = 0$ (12) описывает статический эффект Холла с инверсией знака при $k = k_x = k_y = 2/3$. Меньшим значениям k соответствует отрицательный знак холловской эдс, большим — положительный. Один и тот же проводник в зависимости от ориентации тока и кристаллографических осей или при вариации других, влияющих на k , параметров может плавно изменять полярность поперечной эдс, что, кстати, характерно для многих металлов [2]. Заметим, что p -тип проводимости в модели УО и p -тип проводимости в общепринятом его понимании — не одно и то же: в первом случае все определяется особенностями транспорта носителей тока, во втором все зависит от энергетического спектра проводника.

На рис. 3 отрезки прямых 1 и 3 отображают по (12) зависимость E от v проводников p - и n -типа в сопоставлении с эдс Фарадея (2) при $d = 0$. Равные наклоны отрезков predeterminedены производной $dE/dv = -H$, а положение особых точек E_1, E_2 , соответствующих статическому эффекту Холла, — величинами k, d и H . Отрезок 3 содержит заслуживающую внимания точку v_3 . При неупругих отражениях ($k = 0$) нулевая эдс в ней возникает при $d = -v_3$, когда магнитное поле движется относительно проводника с дрейфовой скоростью электронов и последние неподвижны или “остановлены” в этом поле. Для проводника p -типа особый интерес представляют точки v_1 и v_2 . Первой, с нулевой эдс, соответствует скорость электронов относительно магнитного поля $v_1 = -d(2 - 3k)/(2 - k)(1 - k)$, а второй при $d = -v$, когда электроны неподвижны относительно магнитного поля, — некоторая значительная эдс, превышающая E_1 . Таким образом, для про-

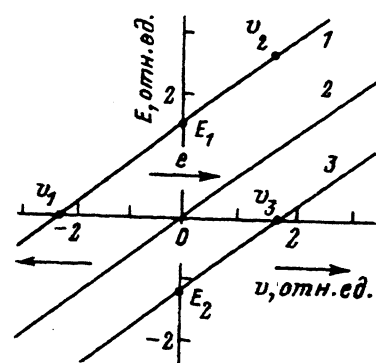


Рис. 3. Зависимость поперечной эдс от скорости движения магнитного поля относительно проводников p - (1) и n -типа (3) с током (1, 3) и без тока (2).

водимости при УО характерна не только возможность инверсии знака холловского поля, но в случае ПЭХ и нулевая эдс при некоторой значительной скорости электронов и значительная эдс при нулевой их скорости относительно магнитного поля.

Соотношение (12) допускает интерпретацию с единых позиций известных гальвано- и термомагнитных явлений. При этом кинетические свойства электрона вне зависимости от знака его массы не зависят от природы действующих сил — он всегда движется в направлении их действия, а при ПЭХ в эффекте Нернста и др. кажущееся смещение электрона против магнитных сил является внешним проявлением упругих отражений. В существующей альтернативной интерпретации этих же явлений постулируется, что при ПЭХ электрон в соответствии с экспериментом движется в направлении электростатических сил [10] и реально смещается против электромагнитных. При этом неравнозначность сил, как известно [5,7], объясняется квантомеханическими эффектами, или в более доступном изложении теории “дырочной” проводимостью. Однако описанные выше особенности поперечной эдс при движении проводника с током в магнитном поле объяснить с этих позиций затруднительно или даже невозможно. Действительно, чем объяснить возникновение поперечной эдс при отсутствии переноса зарядов в магнитном поле, т.е. при нулевой дрейфовой скорости электронов относительно поля или, наоборот, ее отсутствие при некоторой значительной их скорости? Таким образом, в настоящий момент возможна двоякая интерпретация одних и тех же явлений и эксперименту предстоит выявить действительную роль УО в гальваномагнитных явлениях.

В заключение отметим, что из уравнений (7) с учетом (незамеченного ранее) приращения импульса у упруго отраженного электрона при его движении в магнитном поле против электростатических сил следуют основные особенности проводимости p -типа, свойственные реальным проводникам [1,8]: 1) ПЭХ при $k > 2/3$, 2) движение электронов в направлении электростатических сил с (кажущимся) отклонением против электромагнитных сил, 3) наличие эдс при неподвижных относительно магнитного поля электронах, 4) ее отсутствие при некоторой значительной их скорости.

Авторы признательны академику К.К.Ребане за обсуждение связанных с работой проблем, а также Фонду Мейера и Американскому Физическому обществу за поддержку одного из соавторов.

Список литературы

- [1] Бичевин В.В., Бичевин П.В. // Письма ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 20. С. 64–68.
- [2] Бичевин В.В., Бичевин П.В. // Письма ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 13. С. 36–40.
- [3] Rode D.L. // Phys. St. Sol. 1973. Vol. 55(b). P. 687–696.
- [4] Кучис Е.В. Гальваномагнитные эффекты и методы их исследования. М.: Радио и связь, 1990. 264 с.
- [5] Займан Дж. Принципы теории твердого тела. М.: Мир, 1966. 416 с.
- [6] Вонсовский С.В. Магнетизм М.: Наука, 1971. 1032 с.
- [7] Лифшиц И.М., Абель М.Я., Каганов М.И. Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971. 415 с.
- [8] Бичевин В.В., Бичевин П.В. // Письма ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 17. С. 58–61.
- [9] Гантмахер В.Ф., Левинсон И.Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1984. 352 с.
- [10] Брант М.Б., Чудинов С.М. Электронная структура металлов. М., 1973. 332 с.