07;09;10

ЧЕРЕНКОВСКИЙ ВОЛНОВОДНЫЙ ЛАЗЕР С ПРОВОДЯЩИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Р.А.Акопов, Э.М.Лазиев, С.Г.Оганесян

Ереванский государственный университет,
Научно-производственное объединение "Лазерная техника",
375090, Ереван, Армения
(Поступило в Редакцию 20 мая 1994 г.)

Для устранения пробоя и разрушения поверхностей плоского черенковского волноводного лазера (ЧВЛ) предлагается на его поверхности нанести слой проводящего вещества. Исследован процесс усиления в ЧВЛ в области миллиметровых длин волн. Получены условия на проводимость и толщину проводящего слоя.

Введение

При движении электронов над поверхностью диэлектрического волновода в нем возникает спонтанное черенковское излучение. Этот эффект можно использовать для создания черенковского лазера [1,2]. Основная задача при получении эффекта усиления или генерации электромагнитного излучения — это создание условий, при которых процессы излучения доминируют над процессами поглощения. Анализ показал, что это требование легко выполнить в случае, когда электроны взаимодействуют с излучением в неограниченной диэлектрической среде [3] (в этой схеме эффект связан с тем, что энергии электронов, излучающих и поглощающих фотон, различны). Если же электроны взаимодействуют с излучением над поверхностью диэлектрика (в вакууме), то имеет место своеобразное выражение — энергии частиц, участвующих в процессах излучения и поглощения, совпадают и эффект усиления отсутствует [2]. Для снятия вырождения в работах [3–5] предложены две схемы: 1) волновод помещается в газовую среду, 2) вдоль пучка электронов направляется постоянное магнитное поле. В последнем случае механизм усиления связан с тем, что закон сохранения импульса в направлении, перпендикулярном магнитному полю, не выполняется. Поэтому энергии электронов, участвующих в процессах излучения и поглощения, оказываются различными.

Отметим, что еще два режима работы черенковского лазера были рассмотрены в работах [1,6]. В работе [1] предполагается, что длина волновода невелика

$$L \ll L_1 = \frac{1}{2\pi}\lambda\beta^3\left(\frac{\mathcal{E}}{mc^2}\right)^2\frac{\mathcal{E}}{\Delta}$$

и усиление возникает за счет электронов, скорость которых лежит вне черенковского конуса. В работе [6] развита теория черенковского лазера в предельном случае больших коэффициентов усиления. Инкремент неустойчивости получен в случае, когда пучок электронов моноэнергичен и одномерен. Для выполнения последнего условия авторы предполагают, что вдоль пучка электронов направлено бесконечно большое магнитное поле.

Анализ работы черенковского лазера, основанного на механизме 2 [4,5], показал, что для пучков с токами 10–$10^3 A$ он эффективен в области миллиметровых длин волн. При этом, однако, возникают трудности с транспортировкой пучка электронов. Осаждение электронов на поверхности волновода приводит к пробою и разрушению его поверхности. Электрическое поле статического заряда искажает траекторию электронов. Для решения этой задачи можно удалить пучок электронов от поверхности волновода. Но тогда эффективность работы лазера ухудшится. В настоящей работе рассмотрена другая возможность — покрытие поверхности волновода слоем проводящего вещества.

Моды волновода

Пусть монохроматическая волна, частота которой ω, распространяется в диэлектрическом волноводе, толщина которого $2a$. Расположим волновод симметрично относительно плоскости zy. Предположим, что толщина слоев, нанесенных на его поверхности, равна $d - a$. Пусть диэлектрические проницаемости сред над проводящим слоем, проводящего слоя и волновода равны соответственно $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$. Будем характеризовать проводящий слой проводимостью σ. Для простоты предполагается, что магнитные проницаемости всех трех сред равны единице.

Ясно, что, с одной стороны, проводящий слой должен быть достаточно велик, чтобы по нему мог стекать заряд. С другой стороны, он не должен сильно ослабить поле над диэлектриком, иначе эффективность работы черенковского лазера резко ухудшится. Кроме того, коэффициент поглощения проводящего слоя должен быть немного меньше коэффициента усиления черенковского лазера. Анализ показал, что эти требования можно выполнить лишь в случае плохого проводника ($\sigma \ll \omega$).

Найдем собственные моды волновода на основе системы уравнений Максвелла

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{div}\mathbf{H} = 0, \tag{1}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}j + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}. \tag{2}$$

В области над поверхностью проводника $\mathbf{j} = 0$, $\rho = 0$ и проекции электрического поля определяются выражениями

$$E_z = E_{1z} \exp i(k_{1x} + k_z z - \omega t), \quad E_x = -\frac{k_z}{k_{1x}} E_z. \tag{3}$$

Здесь x — проекция волнового вектора k_{1x}, чисто мнимая величина $k_{1x} = iq_x = i\sqrt{k_z^2 - \omega^2/c^2}$. При расчете предполагалось, что $\varepsilon_1 = 1$.

В металле ток проводимости $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$. Будем искать напряженность электрического поля в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_2 \exp i(k_{2x}x + k_{2z}z - \omega_2 t). \tag{4}$$

Подставляя (4) в (2), получаем

$$\mathbf{E}_2 \left(\frac{\omega_2^2}{c^2}\varepsilon_2 - \mathbf{k}_2^2 + i\frac{4\pi\sigma\omega_2}{c} \right) + \mathbf{k}_2(\mathbf{k}_2\mathbf{E}) = 0. \tag{5}$$

Очевидно, что уравнения для поперечной $\mathbf{E}_\perp \perp \mathbf{k}$ и продольной $\mathbf{E}_\parallel \parallel \mathbf{k}$ составляющих волн разделяются и дают

$$k_{2x}^2 = \frac{\omega_2^2}{c^2}\varepsilon_2 - k_{2z}^2 + i\frac{4\pi\sigma\omega_2}{c^2}, \tag{6}$$

$$\omega_2 = -i\frac{4\pi\sigma}{\varepsilon_2}. \tag{7}$$

Второе равенство означает, что зависимость продольной волны от времени определяется затухающей экспонентой $\exp(-4\pi\sigma t/\varepsilon_2)$ (отметим, что точно так же затухает плотность электронов ρ). Если длительность взаимодействия $t > \varepsilon_2/4\pi\sigma$, то вкладом от продольного поля можно пренебречь [7]. В случае плохого проводника ($\sigma \ll \omega$) можно также пренебречь последним слагаемым в (6). Тогда получаем

$$E_z = E_{2z}^{+} \exp i(k_{2x}x + k_z z - \omega t) + E_{2z}^{-} \exp i(-k_{2x}x + k_z z - \omega t), \tag{8}$$

$$E_x = -\frac{k_z}{k_{2x}} E_{2z}^{+} \exp i(k_{2x} + k_z z - \omega t) + \frac{k_z}{k_{2x}} E_{2z}^{-} \exp i(-k_{2x}x + k_z z - \omega t), \tag{9}$$

где

$$k_{2x} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_2 - k_z^2}. \tag{10}$$

Здесь учтено, что из условий сшивания следует $k_{2z} = k_z, \omega_2 = \omega$. Таким образом, приближенно можно принять, что поле в проводящем слое поперечно и такое же, как в диэлектрике. Что касается диэлектрической проницаемости проводника, то ее величина может быть приближенно оценена на основе простейшей модели проводимости Друде [8]. Учитывая, что

$$\varepsilon_2 = 1 - \frac{4\pi e^2 N}{m(\omega^2 + g^2)}, \quad \sigma = \frac{e^2 N g}{m(\omega^2 + g^2)}, \tag{11}$$

получаем

$$\varepsilon_2 = 1 - 4\pi \frac{\sigma}{\omega}\frac{\omega}{\sigma}. \qquad (12)$$

Здесь величина g характеризует частоту столкновений электрона с атомами. В случае плохого проводника ($\sigma \ll \omega$) и частот $\omega \ll g$ величина ε_2 порядка единицы.

В области $a > x > -a$ $\mathbf{j} = 0$, $\rho = 0$ и решение уравнений (1), (2) имеет вид

$$E_z = E^+_{3z} \exp i(k_{3x}x + k_z z - \omega t) + E^-_{3z} \exp i(-k_{3x}x + k_z z - \omega t), \qquad (13)$$

$$E_x = -\frac{k_z}{k_{3x}} E^+_{3z} \exp i(k_{3x}x + k_z z - \omega t) + \frac{k_z}{k_{3x}} \exp i(-k_{3x}x + k_z z - \omega t), \qquad (14)$$

где

$$k_{3x} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3 - k_z^2}. \qquad (15)$$

Точно так же можно получить выражения для полей в области $x < -a$. Сшивая на четырех границах векторы электрического поля и электрической индукции, получаем систему из восьми однородных уравнений. Условие совместности этой системы имеет довольно громоздкий вид, и здесь мы его не приводим. Однако если толщина проводящего слоя невелика

$$|k_{2x}(d-a)| \ll 1, \qquad (16)$$

то уравнение для мод волновода упрощается

$$\operatorname{tg} k_{3x}a = \frac{\varepsilon_3 q_x}{k_{3x}} - k_{2x}(d-a)\frac{\varepsilon_3 k_{2x}}{\varepsilon_2 k_{3x}}\left(1 + \varepsilon_2^2 \frac{q_x^2}{k_{2x}^2}\right). \qquad (17)$$

Второе слагаемое в правой части выражения (17) учитывает вклад от проводящего слоя. Амплитуды полей в проводнике и в волноводе имеют вид

$$E^{\pm}_{2z} = \frac{1}{2}E_{1z}\left(1 \pm \frac{k_{2x}}{\varepsilon_2 k_{1z}}\right) \exp i(k_{1x} - k_{2x})d, \qquad (18)$$

$$E^{\pm}_{3z} = \frac{1}{2}E_{1z}\left[1 \pm \frac{k_{3x}}{\varepsilon_3 k_{1x}} - if\frac{1}{\varepsilon_2}\left(1 \pm \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_3}\frac{k_{1x}k_{3x}}{k_{2x}^2}\right)\right] \exp i(k_{1x}d \mp k_{3x}a). \qquad (19)$$

Очевидно, что влияние проводящего слоя на величину поля над волноводом E_{1z} невелико, если параметр

$$|f| = |k_{2x}(d-a)\frac{k_{2x}}{k_{1x}}| \ll 1.$$

В случае плохого проводника величина $k_{2x} \lesssim \omega/c$. Учитывая также, что $|k_{1x}| \lesssim \omega/c$, получаем, что неравенства (16) и (20) практически совпадают.

Совершенно иначе обстоит дело с хорошим проводником ($\sigma \gg \omega$). В этом случае поля рассчитываются точно так же, но величина k_{2x} определяется выражением (6). Учитывая, что $\sigma \gg \omega$, получаем

$$k_{2x} = (1+i)\sqrt{2\pi\sigma\omega/c^2} = (1+i)/\delta,$$

где $\delta = c/\sqrt{2\pi\sigma\omega}$ — толщина скин-слоя.

В этом случае неравенства (16) и (20) принимают вид

$$d - a \ll \frac{1}{\sqrt{2}}\delta, \tag{21}$$

$$d - a \ll \pi\delta\frac{\delta}{\lambda}. \tag{22}$$

Если длина волны излучения $\lambda = 4$ мм ($\omega = 4{\cdot}10^{11}$ с$^{-1}$), а проводящее вещество — медь ($\sigma = 5 \cdot 10^{17}$ с$^{-1}$, $\delta = 2.5 \cdot 10^{-5}$ см), то неравенство (22) приводит к неприемлемо малой толщине проводника $d - a < 1$ Å.

Таким образом, поверхности волновода должны покрываться слоем вещества с плохой проводимостью. Для миллиметровых длин волн таким веществом может быть графит ($\sigma = 9 \cdot 10^9$ с$^{-1}$).

Рассчитаем теперь поток энергии излучения, распространяющегося в волноводе. Учитывая, что толщина проводящего слоя невелика, получаем

$$P = \frac{c}{8\pi}\,\mathrm{Re}\int\limits_{-l/2}^{l/2} dy \int\limits_{\infty}^{\infty} dx[\mathbf{E}\mathbf{H}^*]\mathbf{n} = \frac{1}{8\pi} l \frac{k_z\omega}{\varepsilon_3 q_x^3 k_{3x}^2} E_{1z}^2 \exp(-2q_x d)\times$$

$$\times\left[\varepsilon_3(q_x^2 + k_{3x}^2) + a q_x(k_{3x}^2 + \varepsilon_3^2 q_x^2) + 2\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}k_{3x}^2 q_x(d-a)\right]. \tag{23}$$

Здесь l — произвольная ширина вдоль оси y, единичный вектор $\mathbf{n}$ направлен вдоль оси z. Первое слагаемое в квадратных скобках связано с полем над поверхностью волновода, второе — в волноводе, третье — в проводящем слое.

Коэффициент усиления

Предположим, что над обеими поверхностями волновода вдоль оси z движется пучок электронов. Направим постоянное магнитное поле $\mathbf{H}$ против оси z и рассчитаем усиление ЧВЛ на основе системы уравнений

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + e\left\{\mathbf{E} + \frac{1}{c}\left[\mathbf{v}(\mathbf{H}+\mathbf{H}_0)\right]\right\}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0, \text{где} |x| > d, \tag{24}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\mathbf{j}\mathbf{E} - \operatorname{div}\mathbf{S}. \tag{25}$$

Здесь W и $\mathbf{S}$ — плотность энергии и плотность потока энергии волны. Ток

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}, \quad \text{если} \quad d > x > a, \quad -a > x > -d, \tag{26}$$

$$\mathbf{j} = e\rho_0 \int \mathbf{v} f d\mathbf{p}, \text{если} |x| > d. \tag{27}$$

Решая уравнения (24), (25) точно по постоянному магнитному полю и в первом приближении по полю (3), получаем, что поток энергии волны растет экспоненциально $P = P_0 \exp(\Gamma z)$, где

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2. \tag{28}$$

Здесь первое слагаемое ответственно за поглощение энергии электромагнитной волны в проводящем слое

$$\Gamma_1 = -\int\limits_a^d dx \int\limits_{-l/2}^{l/2} dy \mathbf{j}\mathbf{E}^*/P =$$

$$= -8\pi\sigma(d-a)\frac{\varepsilon_3 q_x k_{3x}^2(\varepsilon_2 q_x^2 + k_z^2)}{\varepsilon_2^2 k_z \omega[a q_x(k_{3x}^2 + \varepsilon_3^2 q_x^2) + \varepsilon_3(q_x^2 + k_{3x}^2)]}. \tag{29}$$

Второе слагаемое описывает усиление излучения пучком электронов

$$\Gamma_2 = -\operatorname{Re}\int\limits_d^\infty dx \int\limits_{-l/2}^{l/2} j_z E_z^*. \tag{30}$$

Так как при расчете коэффициента усиления учитываются только электроны, движущиеся над поверхностью волновода ($|x| > d$), то ток

$$j_z - j_{1z} = -ie^2\rho_0 E_{1z} \exp i(k_z z - \omega t + iq_x x) \times$$

$$\times \int\limits_{\varphi_1}^{\pi-\varphi_1} d\varphi \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dp_z \int\limits_0^\infty dp_\perp p_\perp \frac{\partial f_0}{\partial p_z} I_0\left(q_x \frac{v_\perp}{\Omega}\right) \frac{v_z}{\omega - k_z v_z + i0} \exp\left(-q_x \frac{v_\perp}{\Omega}\sin\varphi\right), \tag{31}$$

если $d < x < d + 2v_\perp/\Omega$ и

$$j_z = j_{2z} = -2\pi i e^2 \rho_0 E_{1z} \exp i(k_z z - \omega t + iq_x x) \times$$

$$\times \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dp_z \int\limits_0^\infty dp_\perp p_\perp \frac{\partial f_0}{\partial p_z} I_0^2\left(q_x \frac{v_\perp}{\Omega}\right) \frac{v_z}{\omega - k_z v_z + i0}, \tag{32}$$

если $x > d + 2v_\perp/\Omega$. Здесь угол φ определяется из уравнения $\operatorname{tg}\varphi = p_x/p_y$, а

$$\varphi_1 = \arcsin\left[\left(\frac{v_\perp}{\Omega} + d - x\right) / \frac{v_\perp}{\Omega}\right].$$

Интервал углов $\varphi_1 < \varphi < \pi - \varphi_1$ определяет те частицы, которые проходят через точку x и не пересекают поверхность волновода, $\Omega = |e|H_0 c/\mathcal{E}$.

Пусть пучок электронов имеет гауссов разброс по импульсам

$$f(\mathbf{p}) = \left(\frac{4\ln 2}{\pi}\right)^{3/2} \frac{1}{\Delta_\perp^2 \Delta_\parallel} \exp\left[-4\ln 2\frac{p_\perp^2}{\Delta_\perp^2} - 4\ln 2\frac{(p_z - p_0)^2}{\Delta_\parallel^2}\right]. \tag{33}$$

Полагая, что напряженность магнитного поля достаточно велика

$$H_0 \gg \frac{\omega mc}{|e|}\frac{\Delta_\perp}{p_0}, \tag{34}$$

получаем, что вкладом от слагаемого (31) в силу тока

$$I_z = \int\limits_{-l/2}^{l/2} dy \int\limits_{d}^{\infty} dx j_z$$

можно пренебречь. Если средний импульс пучка частиц

$$p_0 \ll \min\left\{1.4mc\sqrt{\frac{p_0}{\Delta_\perp}}\sqrt{\frac{\Delta_\parallel}{\Delta_\perp}}, 1.4mc\frac{p_0}{\Delta_\perp}\right\}, \tag{35}$$

то максимальное значение коэффициентов усиления [4] равно

$$\Gamma = 8.4\rho_0 r_0 \lambda \left(\frac{p_0}{\Delta_\parallel}\right) \frac{mc}{p_0} \frac{\varepsilon_3\beta_0^2 - 1}{\varepsilon_3 - 1} \frac{1}{\beta_0^2} \left\{1 + \frac{2\pi}{\varepsilon_3}\frac{a}{\lambda}\frac{mc}{p_0}\frac{1}{\beta_0^2}\left[1 + \varepsilon_3\left(\frac{mc^2}{\mathcal{E}_0}\right)^2\right]\right\}^{-1}. \tag{36}$$

Здесь $r_0 = e^2/mc^2$ — классический радиус электрона, $\beta_0 = v_0/c$, v_0 — средняя скорость пучка частиц.

Оценим основные параметры ЧВЛ в случае, когда длина волны усиливаемого излучения $\lambda = 4$ мм, а волновод изготовлен из кварца ($\varepsilon_3 = 3.8$). Пусть средняя энергия пучка электронов $\mathcal{E}_0 = 150$ кэВ ($\beta_0 = 0.63$), его плотность $\rho_0 = 0.3 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$, энергетический и угловой разбросы равны соответственно

$$\frac{\Delta}{\mathcal{E}} = \frac{1}{2}\cdot 10^{-2}, \quad \delta = \frac{\Delta_\perp}{p_0} = 10^{-2}.$$

Учитывая условие синхронизма $\omega - k_z v_0 = 0$, из (17) находим набор толщин волноводов

$$a_r = \frac{\lambda}{2\pi}\frac{\beta_0}{\sqrt{\varepsilon_3\beta_0^2 - 1}}\left(\operatorname{arctg}\frac{\varepsilon_3\frac{mc^2}{\mathcal{E}_0}}{\sqrt{\varepsilon_3\beta_0^2 - 1}} + 2\pi\right) + \Delta a. \tag{37}$$

Здесь номер $r = 0, 1, 2, \ldots$; поправка

$$\Delta a = -(d - a_r)\frac{\varepsilon_3 k_{2x}^2}{\varepsilon_2 k_{3x}^2}\frac{1 + \varepsilon_2^2 q_x^2/k_{2x}^2}{1 + \varepsilon_3^2 q_x^2/k_{3x}^2} \tag{38}$$

связана с проводящим слоем. Пренебрегая пока величиной Δa, получаем, что для приведенных выше параметров и $r = 1$ толщина волновода $2a_1 = 0.5$ см. Для оценки толщины проводящего слоя необходимо знать его диэлектрическую проницаемость ε_2. Анализ значений этой величины, полученных экспериментально для различных проводников [7], и оценки формулы (12) показывают, что для металлов она такого же порядка, что и для диэлектриков. Приведем оценки в частном случае, когда диэлектрическая проницаемость графита такая же, как и кварца. Полагая, что $|f| \lesssim 10^{-1}$, из (20) получаем $d - a_1 \lesssim 6.1 \cdot 10^{-3}$ см. Пусть толщина проводящего слоя $d - a_1 = 10$ мкм. Тогда поправка $\Delta a = -10$ мкм. Для выбранных выше параметров коэффициент поглощения проводящего слоя $\Gamma_1 = 6 \cdot 10^{-3}$ см$^{-1}$, а коэффициент усиления $\Gamma_2 = 0.9$ см$^{-1}$, если напряженность постоянного магнитного поля $H_0 = 4$ кГс.

Эти оценки, а также эксперименты [9,10] подтверждают, что ЧВЛ перспективен для создания источников излучения в миллиметровой области длин волн.

Список литературы

[1] *Walsh J.E., Murphy J.B.* // IEEE J. Quant. Electr. 1982. Vol. QE-18. N 8. P. 1259–1264.
[2] *Оганесян С.Г.* // Квантовая электрон. 1985. Т. 12. № 5. С. 1058–1063.
[3] *Арутюнян В.М., Оганесян С.Г.* // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7. Вып. 9. С. 539–541.
[4] *Оганесян С.Г., Саргсян Н.А.* // Квантовая электрон. 1989. Т. 16. № 11. С. 2181–2186.
[5] *Оганесян С.Г., Абаджян С.В.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 2. С. 187–190.
[6] *Carate E.P., Shaughnessy C.H., Walsh J.E.* // IEEE J. Quant. Electron. 1987. Vol. QE-23. N 9. P. 1627–1631.
[7] *Борн М., Вольф М.* Основы оптики. М.: Наука, 1979. 855 с.
[8] *Джексон Дж.* Классическая электродинамика. М.: Мир. 1965. 702 с.
[9] *Garate E., Cook R., Heim P.* et al. // J. Appl. Phys. 1985. Vol. 58. N 2. P. 627–632.
[10] *Von Laven S., Branscum J., Colab J.* et al. / Appl. Phys. Lett. 1982. Vol. 41. N 5. P. 408–410.