

01:07:08:09

©1995 г.

ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ СИЛЬНОГО АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В АМПЛИТУДНО- И ФАЗОВО-НЕОДНОРОДНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

С.Н.Шарангович

Томский институт автоматизированных систем управления
и радиоэлектроники, 634050, Томск, Россия
(Поступило в Редакцию 22 декабря 1993 г.)

Представлена спектральная модель двумерного сильного брэгговского акустооптического взаимодействия АОВ световых пучков с произвольными пространственно-временными распределениями в амплитудно- и (или) фазово-неоднородных акустических полях в анизотропной среде. Получены аналитические решения уравнений связанных волн относительно частотно-угловых спектров дифракционного поля и передаточных функций АОВ для амплитудно-, фазово- и амплитудно-фазово-апподизированных акустических полей, пространственные профили которых задаются нелинейными модельными функциями, описываемыми как симметричные, так и асимметричные распределения. Приведены результаты численного моделирования

Введение

Усложнение задач, решаемых оптическими методами обработки информации, накладывает жесткие требования на рабочие параметры акустооптических (АО) элементов (АО брэгговских ячеек, модуляторов, фильтров), входящих в состав более сложных оптических систем. В этой связи поиску методов совершенствования параметров АО элементов в последнее время уделяется значительное внимание. Один из путей решения этой задачи основан на использовании специальных методов апподизации как амплитудного, так и фазового профилей акустических полей [1-8]. При практическом использовании этих методов могут возникать отклонения от требуемых распределений акустического поля, а значит, и изменения параметров АО элементов. Для описания работы таких АО элементов в составе сложных оптических систем и определения допусков на изменение их параметров необходима разработка соответствующих математических моделей, которые

находятся из решения соответствующих дифракционных задач. Наиболее удобной формой таких моделей, применимой при расчетах оптических систем, является аналитическая, представленная в виде передаточных функций АО взаимодействия (АОВ). К настоящему времени созданы и исследованы аналитические модели передаточных функций сильного АОВ для осесимметричных звуковых полей с однородными [1-3] профилями и со специальными видами амплитудно- [2], фазово- [4-6] и амплитудно-фазово [7,8] неоднородных профилей.

В данной работе разработана спектральная модель двумерного сильного брэгговского акустооптического взаимодействия АОВ световых пучков с произвольными пространственно-временными распределениями в амплитудно- и (или) фазово-неоднородных акустических полях с несимметричными профилями в анизотропной среде. Получены аналитические решения уравнений связанных волн относительно передаточных функций АОВ для амплитудно-, фазово- и амплитудно-фазово-апподизированных акустических полей, пространственные профили которых задаются нелинейными модельными функциями, описывающими как симметричные, так и асимметричные распределения. Передаточные функции АОВ представлены в нормализованной форме и позволяют определить распределения дифракционного поля в ближней и дальней зонах, а также углочастотные зависимости АОВ при произвольных геометриях и эффективностях дифракции.

Общие уравнения

Сформулируем постановочную часть данной работы, используя при этом терминологию, обозначения и основные приближения, принятые в [5,6,8]. Задача состоит в отыскании дифракционного поля, сформированного при брэгговской дифракции падающего квазимонохроматического светового пучка $E^0(\mathbf{r}, t)$ с частотно-угловым спектром (ЧУС) $E_0(\omega_0, \mathbf{k}_0)$ на возмущенной пространственно неоднородным, слаборасходящимся акустическим пучком $U(\mathbf{r}, t)$ двумерной области прозрачной кристаллической среды.

Пространственная геометрия АОВ показана на рис. 1,а. Дифракционное поле состоит из прошедшего $E_0(\mathbf{r}, t)$ и дифрагированного $E_1(\mathbf{r}, t)$ в +1 порядок световых пучков. Волновые векторы \mathbf{K}_0 акустического и $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_1$ световых пучков лежат в плоскости дифракции XZ . Допустим, что лучевые нормали $\mathbf{N}_{r_0}, \mathbf{N}_{r_1}, \mathbf{q}_r$ пучков E_0, E_1 и U , коллинеарные векторам Пойнтинга, лежат в плоскости XZ и отклонены от направлений соответствующих волновых нормалей $\mathbf{N}_0, \mathbf{N}_1, \mathbf{q}$ на углы β_0, β_1, γ , показанные на рис. 1,б. Ось Z координатной системы XYZ направлена вдоль лучевой нормали \mathbf{q}_r акустического пучка U .

Векторное поле смещений $U(\mathbf{r}, t)$ монохроматического акустического пучка представим в виде квазиплоской, слаборасходящейся волны

$$U(\mathbf{r}, t) = 0.5u [U_0 U_m(\mathbf{r}) \exp[i(\Omega_0 t - \mathbf{K}_0 \mathbf{r})] + \text{к.с.}], \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = (x, z)$ — двумерный радиус-вектор; u — единичный вектор смещения, характеризующий поляризацию; $\mathbf{K}_0 = \mathbf{q}\Omega_0/v$; U_0, Ω_0, v — амплитуда смещений, частота и скорость; $U_m(\mathbf{r}) = U_m(x, z)$ — нормированное распределение комплексной амплитуды в плоскости XZ .

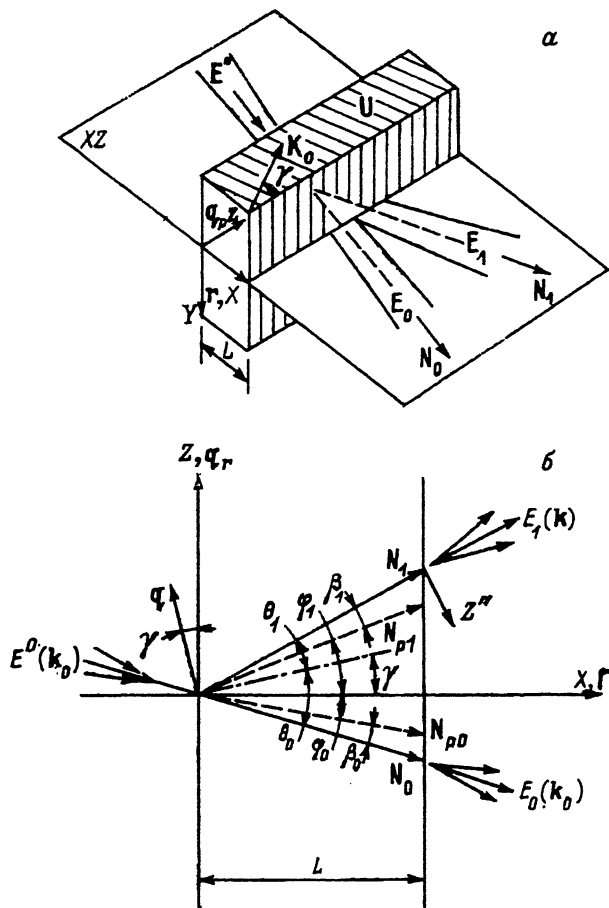


Рис. 1. Пространственная геометрия двумерного брэгговского АОВ, показывающая ориентацию (а) световых $E_0(\mathbf{r}, t)$, $E_1(\mathbf{r}, t)$ и акустического $U(\mathbf{r}, t)$ пучков в координатной системе XYZ , а также (б) лучевых N_{rn} (штриховые линии) и волновых N_n (сплошные линии) нормалей световых пучков E_n в плоскости дифракции XZ и обозначения соответствующих им углов φ_n , θ_n , β_n ($n = 0, 1$).

Допустим, что в пределах области АОВ дифракционными искажениями пучка U можно пренебречь, т.е. $U_m(x, z) = U_m(x)$. На практике это условие выполняется при работе в ближней зоне преобразователя, а также для специальных срезов кристаллов, обладающих автоколлимационными свойствами [6]. В качестве пространственно неоднородных профилей $U_m(x)$ используем следующие модельные представления а) для фазово-неоднородного профиля:

$$U_m(x) = \text{rect} \left[x/L \right] \exp \left[i2d \ln \left\{ \text{ch} \left[c(sx/L - t) \right] \right\} \right], \quad (2)$$

б) для амплитудно-неоднородного профиля:

$$U_m(x) = \text{rect} \left[x/L \right] / \text{ch} \left[c(sx/L - t) \right], \quad (3)$$

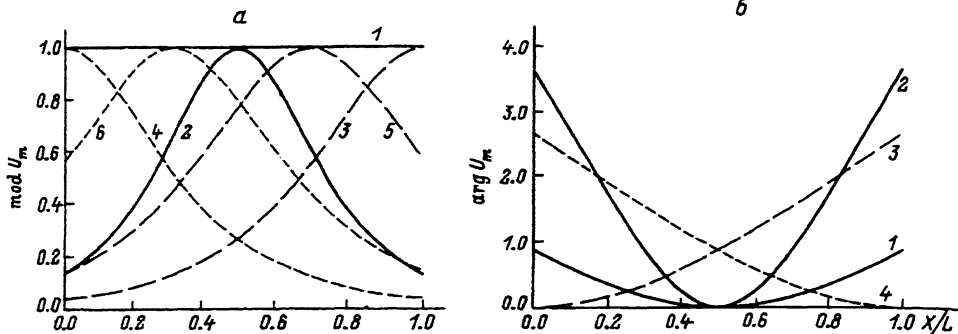


Рис. 2. Распределения (а) амплитудного $\text{mod } U_m = |U_m(x)|$ и (б) фазового $\text{arg } U_m(x)$ профилей акустического поля по координате x/L для различных значений параметров c, s, t, d .

а: 1 — $c = 0, s = 0, t = 0$; 2 — 1, 5.4, 2.7; 3 — 4, 1, 1; 4 — 4, 1, 0; 5 — 1, 3.8, 2.6; 6 — 1, 3.8, 2; б: 1 — $c, s, t = 0$; 2 — 5, 1, 0.5; 3 — 2, 1, 0; 4 — 2, 1, 1 при $d = 1$.

в) для амплитудно-фазового неоднородного профиля:

$$U_m(x) = \text{rect} \left[\frac{x}{L} \right] \exp \left[i2d \ln \left\{ \text{ch} \left[c \left(\frac{sx}{L} - t \right) \right] \right\} \right] / \text{ch} \left[c \left(\frac{sx}{L} - t \right) \right], \quad (4)$$

где U_0 — амплитуда смещений; L — длина области АОВ по координате x ; $c = 0-10, t < s = 0-10$ и d — параметры, соответственно задающие степень неоднородности, асимметрии амплитудного и фазового профилей и максимальное изменение фазы.

Подбором параметров c, s, t, d можно аппроксимировать разнообразные законы амплитудно-фазовых распределений. Некоторые из симметричных и асимметричных амплитудных $|U_m(x)|$ и фазовых $\text{arg } U_m(x)$ распределений, рассчитанных по формулам (2), (3), в качестве примера показаны на рис. 2, а, б. Представление об интегральной среднеквадратической ошибке аппроксимации Δ усеченных гауссова, косинусообразного и экспоненциального распределений $|U_m(x)|$ выражением (3) дают зависимости $\Delta(c)$, представленные на рис. 3.

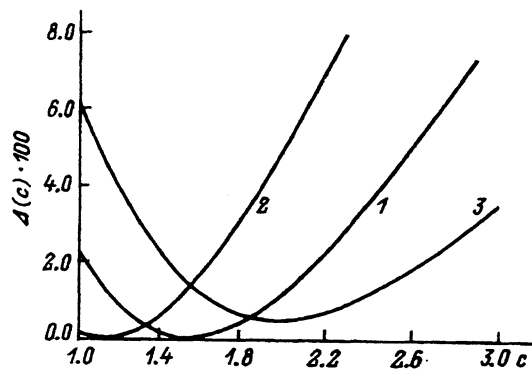


Рис. 3. Зависимости интегральной среднеквадратической ошибки аппроксимации $\Delta = \int_0^1 [U_m(x) - U(x)]^2 d(x/L)$ от параметра c амплитудным профилем $U_m(x)$, заданным в виде (3), усеченного (1) гауссова $U(x) = \exp[-(sx/L - t)^2]$, (2) косинусообразного $U(x) = \cos[sx/L - t]$ и (3) экспоненциального $U(x) = \exp[-|sx/L - t|]$ профиля для $s = 2, t = 1$.

Пространственное распределение тензора диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$ в акустически возмущенной области с учетом (1) запишется

$$\hat{\epsilon}(\mathbf{r}, t) = \hat{\epsilon}_0 + 0.5 \left[\Delta \hat{\epsilon} U_0 U_m(\mathbf{r}) \exp \left[i(\Omega_0 t - \mathbf{K}_0 \mathbf{r}) \right] + \text{к.с.} \right], \quad (5)$$

где $\hat{\epsilon}_0$ — невозмущенное значение $\hat{\epsilon}$, $\Delta \hat{\epsilon}$ — акустически наведенное возмущение плоской акустической волной единичной амплитуды $U_0 = 1$ [6].

Падающий на возмущенную область кристалла квазимонохроматический световой пучок $\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, t)$ представим через его ЧУС

$$\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, t) = 0.5 \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int \mathbf{e}_0 E^0(\omega_0, \mathbf{k}_0) \exp \left[i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}) \right] dk_{0t} d\omega_0 + \text{к.с.} \right\}, \quad (6)$$

где ω_0 , \mathbf{e}_0 и k_{0t} — текущая частота, единичный вектор поляризации и тангенциальная составляющая \mathbf{k}_0 в плоскости XZ , перпендикулярная нормали \mathbf{N}_0 .

Для падающего пучка \mathbf{E}^0 акустически возмущенный слой является рассеивающей областью, общая напряженность дифракционного электрического поля \mathbf{E} в которой описывается векторным уравнением

$$\text{rot rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\hat{\epsilon}(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)], \quad (7)$$

где c — скорость света в вакууме.

Решение уравнения (7) в брэгговском режиме АОВ с учетом малости параметра $\mu = |\Delta \hat{\epsilon} \cdot \mathbf{e}_0| / |\hat{\epsilon}_0 \cdot \mathbf{e}_0| \ll 1$ будем искать методом медленно меняющихся амплитуд (ММА) [1,6] в виде суммы дифрагированного $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ и проходящего $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t)$ пучков, которые представим в виде разложения по частотно-угловым спектрам

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0.5 \left\{ \sum_n^{0,1} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \mathbf{e}_n E_n(\omega_n, \mathbf{k}_n, \mathbf{r}) \exp \left[i(\omega_n t - \mathbf{k}_n \mathbf{r}) \right] dk_{nt} d\omega_n + \text{к.с.} \right\}, \quad (8)$$

с медленно меняющимися в области АОВ комплексными амплитудами $E_n(\omega_n, \mathbf{k}_n, \mathbf{r}) = E_n(\omega_n, k_{nt}, x)$ спектральных составляющих, поляризованных вдоль единичных векторов \mathbf{e}_n и распространяющихся в направлении волновых векторов \mathbf{k}_n с частотами ω_n , которые связаны соотношением $\omega_1 = \omega_0 + \Omega_0$, k_{nt} — тангенциальные составляющие \mathbf{k}_n в плоскости XZ .

Подставляя (5), (8) в (7) и выполняя стандартную процедуру вывода укороченных уравнений первого приближения метода ММА [5,6], получим систему уравнений, связывающую между собой амплитуды плосковолновых компонент ЧУС пучков \mathbf{E}_0 и \mathbf{E}_1 ,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx'} E_{m0}(\omega', \mathbf{k}_0, x') &= -iC_1 U_m^*(x') E_1(\omega', \mathbf{k}_1, x') \exp[i\Delta \bar{K} x'], \\ \frac{d}{dx'} E_{m1}(\omega', \mathbf{k}_1, x') &= -iC_0 U_m(x') E_0(\omega', \mathbf{k}_0, x') \exp[-i\Delta \bar{K} x']. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь введены нормированная координата $x' = x/L$, отсчитываемая вдоль $\text{grad } E_{mn} = \Gamma(d/dx')E_{mn}$; $\omega' = \omega_n - \omega_{0n}$ — центрированные значения текущих частот, а также использованы нормализованные обозначения для коэффициентов АО связи $C_{0,1} = U_0 L \omega_{0,1} (\epsilon_{0,1} \times \times \Delta \epsilon \cdot \epsilon_{0,1}) / 4c_c n_{1,0} \cos \beta_{1,0} \cos \varphi_{1,0}$ и фазовой расстройки АОС $\Delta \bar{K} = = L(k_0 - k_1 + K_0)\Gamma$. Углы $\varphi_n = \theta_n \pm \beta_n \pm \gamma$ ($n = 0, 1$), где θ_0, θ_1 — углы падения и дифракции центральных составляющих ЧУС соответственно падающего E^0 и дифрагированного E_1 пучков, показанные на рис. 1, б. Зависимости фазовой расстройки $\Delta \bar{K}$ от частот $\omega', \Omega' = \Omega - \Omega_0$ и направлений векторов k_0, k_1 приведены в Приложении.

Граничные условия для решения системы (9) задаются при $x' = 0$ и следуют из (6)

$$E_1(\omega', k_1, x' = 0) = 0, \quad E_0(\omega', k_0, x' = 0) = E^0(\omega', k_0). \quad (10)$$

Ввиду линейности системы (9) относительно амплитуд ЧУС представление ее решений в виде

$$\begin{aligned} E_1(\omega', k_1, x') &= H_1(\omega', k_1, x') E^0(\omega', k_0), \\ E_0(\omega', k_0, x') &= H_0(\omega', k_0, x') E^0(\omega', k_0) \end{aligned} \quad (11)$$

позволяет ввести передаточные функции АОС H_1 и H_0 , которые описывают преобразование ЧУС падающего пучка $E^0(\omega', k_0)$ в ЧУС первого $E_1(\omega', k_1, x')$ и нулевого $E_0(\omega', k_0, x')$ дифракционных порядков, и перейти от системы (9) к дифференциальным уравнениям для H_1, H_0 .

Передаточные функции

Дифференциальные уравнения для нахождения передаточных функций H_1, H_0 следует при подстановке (11) в (9). Исключая из полученной системы H_0 , получим дифференциальное уравнение относительно H_1

$$\frac{d^2 H_1}{dx'^2} + \left\{ -\frac{d \ln U_m}{dx'} + i \Delta \bar{K} \right\} \frac{d H_1}{dx'} + \bar{b}^2 |U_m|^2 H_1 = 0, \quad (12)$$

где $\bar{b} = \sqrt{C_0 C_1}$ — усредненное значение нормализованного параметра АО связи, $U_m = U_m(x')$, с граничными условиями, вытекающими из (9)–(11),

$$H_1(x' = 0) = 0, \quad \frac{d}{dx'} H_1(x' = 0) = -i \bar{b} \sqrt{C_0 / C_1} U_m(x' = 0). \quad (13)$$

Уравнение для H_0 аналогично (12), если все величины в (12) заменить на комплексно-сопряженные, и решается с граничными условиями

$$H_0(x' = 0) = 1; \quad (d/dx') H_0(x' = 0) = 0. \quad (14)$$

Найдем передаточные функции H_1, H_0 для рассматриваемых распределений $U_m(x')$, заданных формулами (2)–(4). Для фазово-неоднородного профиля $U_m(x')$ при подстановке (2) в (12) и введении замен

$$H_1(x') = \eta(\xi), \quad 2c(sx' - t) = \ln[\xi] \quad (15)$$

уравнение (12) принимает вид

$$\xi^2(\xi + 1)\eta'' + \xi \left[(1 - ia_2)\xi + (1 + ia_1) \right] \eta' + (\xi + 1)G\eta/4 = 0, \quad (16)$$

где введены параметры

$$a_1 = d + \Delta \bar{K}/2cs; \quad a_2 = d - \Delta \bar{K}/2cs; \quad G = \bar{b}^2/c^2 s^2. \quad (17)$$

Учитывая, что уравнение (16) может быть сведено к гипергеометрическому уравнению [9]

$$\xi(\xi - 1)F'' + \left[(\alpha + \beta + 1)\xi - \tau \right] F' + \alpha\beta F = 0, \quad (18)$$

где $F = F(\alpha, \beta; \tau; \xi)$ — гипергеометрическая функция [9], запишем общее решение уравнения (16) через линейно независимые решения (18) [9]

$$\eta(\xi) = C_1 \xi^{A_1} F(\alpha, \beta; \tau; -\xi) + C_2 \xi^{1-\tau+A_1} F(\alpha - \tau + 1, \beta - \tau + 1; 2 - \tau; -\xi). \quad (19)$$

Здесь C_1 и C_2 — комплексные постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий (13), а параметры α , β , τ и A_1 имеют значения

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{i}{2} \left\{ -2d + [a_1^2 + G]^{0.5} + [a_2^2 + G]^{0.5} \right\}, \\ \beta &= \frac{i}{2} \left\{ -2d + [a_1^2 + G]^{0.5} - [a_2^2 + G]^{0.5} \right\}, \\ \tau &= 1 + i [a_1^2 + G]^{0.5}, \quad A_1 = i0.5 \left\{ -a_1 + [a_1^2 + G]^{0.5} \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

Используя решение (19), граничные условия (13) с учетом (15) и опуская промежуточные выкладки, получим искомое решение уравнение (12), определяющее передаточную функцию $H_1(\omega', \mathbf{k}_1, x')$ возмущенного слоя кристаллической среды толщиной $x' = x/L$,

$$\begin{aligned} H_1(\omega', \mathbf{k}_1, x') &= -i\bar{b}\sqrt{C_0^i/C_1} \operatorname{ch}^{2id}[ct] \left[2cs\tilde{\xi}^{1-\tau} \right]^{-1} \left[\xi/\tilde{\xi} \right]^{A_1} \times \\ &\times \left\{ \xi^{1-\tau} F(\alpha, \beta; \tau; -\tilde{\xi}) F(\alpha - \tau + 1, \beta - \tau + 1; 2 - \tau; -\xi) - \tilde{\xi}^{1-\tau} \times \right. \\ &\times F(\alpha, \beta; \tau; -\xi) F(\alpha - \tau + 1, \beta - \tau + 1; 2 - \tau; -\tilde{\xi}) \left. \right\} \left\{ F(\alpha - \tau + 1, \beta - \tau + 1; 2 - \tau; -\tilde{\xi}) \times \right. \\ &\times \left[(1 - \tau) F(\alpha, \beta; \tau; -\tilde{\xi}) + \alpha\beta\tau^{-1}\tilde{\xi} F(\alpha + 1, \beta + 1; \tau + 1 - \tilde{\xi}) \right] - (\alpha - \tau + 1) \times \\ &\times (\beta - \tau + 1)(2 - \tau)^{-1} \tilde{\xi} F(\alpha, \beta; \tau; -\tilde{\xi}) F(\alpha - \tau + 2, \beta - \tau + 2; 3 - \tau; -\tilde{\xi}) \left. \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (21)$$

где $\xi = \exp[2c(sx' - t)]$, $\tilde{\xi} = \exp[-2ct]$.

Передаточную функцию $H_0(\omega', k_0, x')$, как было отмечено выше, можно найти аналогичным образом. Однако для сохранения обозначений и последовательности изложения воспользуемся связью между H_1 и H_0 , которая вытекает из второго уравнения системы (9) с учетом (11),

$$H_0 = i \left[C_0 U_m(x') \right]^{-1} \exp \left[i \Delta \bar{K} x' \right] \left(d/dx' \right) H_1. \quad (22)$$

Подставляя в (22) решение (19) с учетом (15) и (2), а также используя граничные условия (14), получим искомое выражение для $H_0(\omega', k_0, x')$

$$\begin{aligned} H_0(\omega', k_0, x') = & \exp \left[i \Delta \bar{K} x' \right] \left[\frac{\text{ch}[ct]}{\text{ch}[c(sx' - t)]} \right]^{2id} \left[\xi/\bar{\xi} \right]^{A_1+1-\tau} \times \\ & \times \left\{ A_1 \left[F(\alpha, \beta; \tau; -\bar{\xi}) F(\alpha - \tau + 1, \beta - \tau + 1; 2 - \tau; -\xi) - (\xi/\bar{\xi})^{\tau-1} F(\alpha, \beta; \tau; -\xi) \times \right. \right. \\ & \times \left. \left. F(\alpha - \tau + 1, \beta - \tau + 1; 2 - \tau; -\bar{\xi}) \right] + (1 - \tau) F(\alpha, \beta; \tau; -\bar{\xi}) \times \right. \\ & \times F(\alpha - \tau + 1, \beta - \tau + 1; 2 - \tau; -\xi) + \alpha \beta \tau^{-1} \bar{\xi} (\xi/\bar{\xi})^\tau F(\alpha + 1, \beta + 1; \tau + 1; -\xi) \times \\ & \times F(\alpha - \tau + 1, \beta - \tau + 1; 2 - \tau; -\bar{\xi}) - (\alpha - \tau + 1)(\beta - \tau + 1)(2 - \tau)^{-1} \times \\ & \times \xi F(\alpha, \beta; \tau; -\bar{\xi}) F(\alpha - \tau + 2, \beta - \tau + 2; 3 - \tau; -\xi) \left\{ F(\alpha - \tau + 1, \beta - \tau + 1; 2 - \tau; -\bar{\xi}) \times \right. \\ & \times \left. \left[(1 - \tau) F(\alpha, \beta; \tau; -\bar{\xi}) + \alpha \beta \tau^{-1} \bar{\xi} F(\alpha + 1, \beta + 1; \tau + 1; -\bar{\xi}) \right] - \right. \\ & \left. \left. - (\alpha - \tau + 1)(\beta - \tau + 1)(2 - \tau)^{-1} \bar{\xi} F(\alpha; \beta; \tau; -\bar{\xi}) F(\alpha - \tau + 2, \beta - \tau + 2; 3 - \tau; -\bar{\xi}) \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (23)$$

При $x' = 1$ выражения (21), (23) совместно с (11) определяют ЧУС дифракционного поля на выходе возмущенного слоя кристалла, сформированного при АОВ в акустическом поле с фазово-неоднородным распределением $U_m(x)$ (2).

Для амплитудно- и амплитудно-фазово-неоднородных распределений $U_m(x)$, заданных выражениями (3), (4), передаточные функции АОВ H_1, H_0 найдем, используя связь данных распределений (см. (3), (4) при $d = 0$) и результаты [7,8]. Подставляя (4) в (12) и используя замену переменных [8]

$$H_1(x') = \eta(\xi), \quad 2c(sx' - t) = \ln[\xi/(1 - \xi)], \quad (24)$$

приходим к дифференциальному уравнению гипергеометрического типа

$$\xi(\xi - 1)\eta'' + [-a\xi - b]\eta' - G\eta = 0, \quad (25)$$

где $a = -(1 + 2id)$, $b = 0.5 + i(d + \Delta \bar{K}/2cs)$, $G = \bar{d}^2/c^2 s^2$.

Сравнение (25) с уравнением (18) позволяет сразу записать общее решение (25)

$$\eta(\xi) = C_1 F(\alpha, \beta; \tau; \xi) + C_2 \xi^{1-\tau} F(\alpha - \tau + 1, \beta - \tau + 1; 2 - \tau; \xi) \quad (26)$$

и определить соответствующие ему значения параметров α, β, τ

$$\alpha = - \left[-\frac{1+a}{2} + \left\{ \left(\frac{1+a}{2} \right)^2 + G \right\}^{0.5} \right]^{-1} G,$$

$$\beta = -\frac{1+a}{2} + \left\{ \left(\frac{1+a}{2} \right)^2 + G \right\}^{0.5}, \quad \tau = b. \quad (27)$$

Используя решение (26), граничные условия (13) с учетом (4) и (24), получим искомое выражение для передаточной функции $H_1(\omega', k_1, x')$

$$H_1(\omega', k_1, x') = -i\bar{b}\sqrt{C_0/C_1} \operatorname{ch}^{1-2id}[ct] \left[2cs\bar{\xi}^{1-\tau}(1-\bar{\xi}) \right]^{-1} \left\{ \xi^{1-\tau} F(\alpha, \beta; \tau; \bar{\xi}) \times \right. \\ \times F(\alpha-\tau+1, \beta-\tau+1; 2-\tau; \xi) - \bar{\xi}^{1-\tau} F(\alpha, \beta; \tau; \xi) F(\alpha-\tau+1, \beta-\tau+1; 2-\tau; \bar{\xi}) \left. \right\} \times \\ \times \left\{ F(\alpha-\tau+1, \beta-\tau+1; 2-\tau; \bar{\xi}) \left[(1-\tau)F(\alpha, \beta; \tau; \bar{\xi}) - \alpha\beta\tau^{-1}\bar{\xi} \times \right. \right. \\ \times F(\alpha+1, \beta+1; \tau+1; \bar{\xi}) \left. \right] + (\alpha-\tau+1)(\beta-\tau+1)(2-\tau)^{-1}\bar{\xi} \times \\ \times F(\alpha, \beta; \tau; \bar{\xi}) F(\alpha-\tau+2, \beta-\tau+2; 3-\tau; \bar{\xi}) \left. \right\}^{-1}, \quad (28)$$

где $\xi = (1 + \exp[-2c(sx' - t)])^{-1}$, $\bar{\xi} = (1 + \exp[2ct])^{-1}$.

Передаточная функция H_0 находится при подстановке (26) в (22) с учетом замены (24) и выражения (4). В результате получим

$$H_0(\omega', k_0, x') = \exp \left[i\Delta \bar{K} x' \right] \left[\frac{\operatorname{ch}[ct]}{\operatorname{ch}[c(sx' - t)]} \right]^{-1+2id} \left[\frac{(1-\bar{\xi})}{(1-\xi)} \right]^{-1} \left[\xi/\bar{\xi} \right]^{1-\tau} \times \\ \times \left\{ (1-\tau)F(\alpha, \beta; \tau; \bar{\xi}) F(\alpha-\tau+1, \beta-\tau+1; 2-\tau; \xi) - \alpha\beta\tau^{-1}\bar{\xi}(\xi/\bar{\xi})^\tau \times \right. \\ \times F(\alpha+1, \beta+1; \tau+1; \xi) F(\alpha-\tau+1, \beta-\tau+1; 2-\tau; \bar{\xi}) + (\alpha-\tau+1)(\beta-\tau+1) \times \\ \times (2-\tau)^{-1}\xi F(\alpha, \beta; \tau; \bar{\xi}) F(\alpha-\tau+2, \beta-\tau+2; 3-\tau; \xi) \left. \right\} \times \\ \times \left\{ F(\alpha-\tau+1, \beta-\tau+1; 2-\tau; \bar{\xi}) \left[(1-\tau)F(\alpha, \beta; \tau; \bar{\xi}) - \alpha\beta\tau^{-1}\bar{\xi} \times \right. \right. \\ \times F(\alpha+1, \beta+1; \tau+1; \bar{\xi}) \left. \right] + (\alpha-\tau+1)(\beta-\tau+1)(2-\tau)^{-1}\bar{\xi} \times \\ \times F(\alpha, \beta; \tau; \bar{\xi}) F(\alpha-\tau+2, \beta-\tau+2; 3-\tau; \bar{\xi}) \left. \right\}^{-1}. \quad (29)$$

В случае симметричной модели $U_m(x)$ в (4), когда $s = 1, t = 0.5$, передаточные функции (28), (29) переходят в соответствующие выражения, полученные в [8], а при $d \rightarrow 0$ являются передаточными функциями АОВ в акустическом поле с амплитудно-неоднородным распределением $U_m(x)$, заданным выражением (3).

Передаточные функции АОВ $H_0(\omega', k_0, x')$, $H_1(\omega', k_1, x')$, данные формулами (21), (23) и (28), (29), представлены в замкнутой форме, являются самосогласованными и позволяют рассчитать изменение ЧУС дифракционного поля внутри области АОВ ($0 < x' < 1$) и на ее выходе ($x' = 1$) при произвольных эффективностях и геометриях изотропного и анизотропного АОВ в акустическом поле с неоднородными амплитудно-фазовыми профилями $U_m(x)$ (2)–(4), включая и асимметричные.

Проведем качественный анализ решений (21), (23) и (28), (29). Для этого рассмотрим их асимптотическое поведение в двух крайних случаях АОВ, соответствующих: а) переходу к однородной модели акустического поля в плоскости XZ (что соответствует $c \rightarrow 0$ для (3), (4) и $d \rightarrow 0$ для (2)) и б) достаточно большим значениям АО связи ($\bar{b} \rightarrow \infty$), основываясь при этом на общих решениях (19), (26). Заметим, что, как следует из структуры (19), (26), случаи с $c \rightarrow 0$ и $\bar{b} \rightarrow \infty$ формально совпадают, так как соответствуют $G \propto \bar{b}^2/c^2 \rightarrow \infty$.

В первом случае, когда $d \rightarrow 0$, из (20) следует $\alpha \simeq i[\Delta \bar{K}^2 + 4\bar{b}^2]^{0.5}/2cs$, $\beta \simeq 0$, $\tau \simeq 1 + \alpha$. В этом случае с учетом (15) и свойств [9] $F(\alpha, 0; 1 + \alpha; -\xi) = 1$ и $F(0, \alpha; 1 + \alpha; -\xi) = 1$ выражение (19) преобразуется к виду

$$H_1 \simeq [C_1 + C_2 \exp[-2c(sx' - t)\alpha]] \exp[c(sx' - t)\{-i\Delta \bar{K}/2cs + \alpha\}]. \quad (30)$$

Применяя к (30) граничные условия (14) и учитывая (22), получим

$$H_1(\omega', k_1, x') \simeq -i\bar{b}x' \sqrt{\frac{C_0}{C_1}} \exp\left[-i\Delta \bar{K} \frac{x'}{2}\right] \sin c\left[\sqrt{\Delta \bar{K}^2 + 4\bar{b}^2} \frac{x'}{2}\right], \quad (31)$$

$$H_0(\omega', k_0, x') \simeq \exp\left[i\Delta \bar{K} \frac{x'}{2}\right] \left\{ \cos\left[\sqrt{\Delta \bar{K}^2 + \bar{b}^2} \frac{x'}{2}\right] - i\Delta \bar{K} \frac{x'}{2} \sin c\left[\sqrt{\Delta \bar{K}^2 + 4\bar{b}^2} \frac{x'}{2}\right] \right\}, \quad (32)$$

где $\sin c[x] = \sin x/x$.

Выражения (31), (32) являются асимптотиками передаточных функций АОВ (21), (23) и совпадают с выражениями, полученными в [1–3,6] и описывающими АОВ в однородном поле $U_m(x) = \text{const}$.

Во втором случае при сильной АО связи $\bar{b} \rightarrow \infty$ ($G \rightarrow \infty$) из (20) получим $\alpha \simeq i[\Delta \bar{K}^2 + 4\bar{b}^2]^{0.5}/2cs$, $\beta \simeq -id$, $\tau \simeq i[\Delta \bar{K}^2 + 4\bar{b}^2]^{0.5}/2cs = \alpha$. Для этих значений параметров гипергеометрические функции в (19) равны [9] $F(\alpha, -id; \alpha; -\xi) = F(-id, \alpha; \alpha; -\xi) = (1 + \xi)^{id}$, $F(0, -\alpha; -\alpha; -\xi) = 1$. С учетом этих выражений и (15) решение (19) существенно упрощается

$$H_1 \simeq [C_1(1 + \xi)^{id} + C_2\xi^{-\alpha}] \xi^{\{\alpha/2 - i\Delta K/4cs\}}. \quad (33)$$

Применяя к (30) граничные условия (14) и учитывая (22), получим асимптотическую формулу для расчета передаточной функции H_1

$$H_1(\omega', k_1, x') = -i2\bar{b}\sqrt{\frac{C_0}{C_1}} \operatorname{ch}^{id}[ct] \exp \left[-i\Delta\bar{K}\frac{x'}{2} + i\frac{d}{2} \ln \left\{ \operatorname{ch}[c(sx' - t)] / \operatorname{ch}[ct] \right\} \right] \times \\ \times \sin \left[\sqrt{\Delta\bar{K}^2 + 4\bar{b}^2} \frac{x'}{2} + \frac{d}{2} \ln \left\{ \operatorname{ch}[c(sx' - t)] / \operatorname{ch}[ct] \right\} \right] / \left[\sqrt{\Delta\bar{K}^2 + 4\bar{b}^2} - csd \operatorname{th}[ct] \right] \quad (34)$$

которая по структуре аналогична (31) и совпадает с (31) при $d, c \rightarrow 0$. Аналогичным образом было рассмотрено асимптотическое поведение (26), результаты которого подобны (31), (32) и (34).

На этом основании и выводов работы [8] можно заключить, что дифракционные характеристики АОВ в неоднородных акустических полях, определяемые свойствами ПФ, в условиях предельно сильного АОВ ($\bar{b} \rightarrow \infty$) приближается к характеристикам АОВ в однородном поле U . Для конечных значений АО связи \bar{b} влияние асимметричности и неоднородности поля U на свойства ПФ АОВ рассмотрим, основываясь на результатах численных расчетов и ограничившись случаем амплитудно-неоднородного распределения $U_m(x)$ (3).

Численное моделирование

При численном моделировании по выражениям (28), (29) исследовалось влияние неоднородности амплитудного профиля $U_m(x)$, представленного кривыми 1-6 на рис. 2,а, на следующие дифракционные характеристики АОВ: квадрат модуля $H' = |H_1(\Delta\bar{K})|^2$ и фазовое распределение $\arg H_1(\Delta\bar{K})$ передаточной функции H_1 , а также пространственные профили интенсивности $I_1 = |E_1(Z'')|^2$ первого дифракционного порядка, где

$$E_1(Z'') = \int_{-\infty}^{+\infty} H_1(\omega', k_{1t}, x' = 1) E^0(\omega', k_{0t}) \exp[-ik_{1t}z] dk_{1t}, \quad (35)$$

$Z'' = (L \sin \varphi_1 - z \cos \varphi_1) / W \cos \varphi_1$ — нормированная координата, отсчитываемая от оси N_1 и показанная на рис. 1,б; $2W$ — ширина апертуры падающего пучка E^0 ; зависимость $k_{0t}(k_{1t})$ определена (П.1).

Результаты расчета данных характеристик представлены на рис. 4-8. Для проведения сравнительного анализа расчеты выполнены с использованием эффективных значений АО связи b_e

$$b_e = \frac{\bar{b}}{L} \int_0^L |U_m(x)| dx = \frac{2\bar{b}}{cs} \left\{ \operatorname{arctg} \left[e^{c(s-t)} \right] - \operatorname{arctg} \left[e^{-ct} \right] \right\}, \quad (36)$$

обеспечивающих постоянство средней амплитуды деформаций $\bar{U}_0 = U_0 \int_0^L U_m(x) dx / L$. Взаимосвязь с ПФ H_0 имеет вид $|H_0|^2 = 1 - H'$.

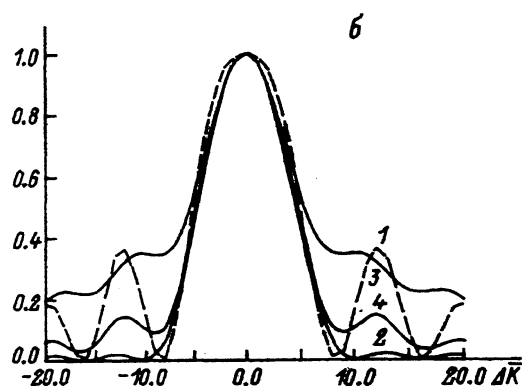
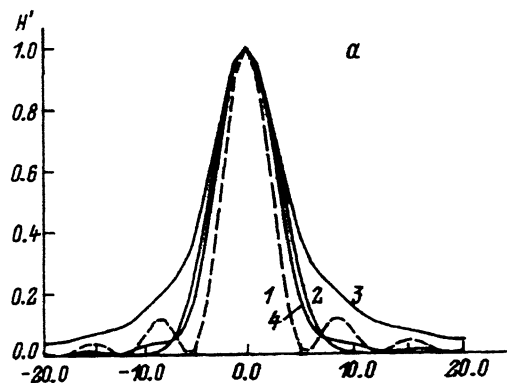


Рис. 4. Передаточные функции $H'(\Delta\bar{K})$ для АО связи (а) $b_e = \pi/2$, (б) $b_e = 3\pi/2$ и различных амплитудных профилей $U_m(x)$.

1 — $c \ll 1, s \ll 1, t = 0$; 2 — 1, 5.4, 2.7; 3 — 4, 1, 1 и 4, 1, 0; 4 — 1, 3.8, 2.6 и 1, 3.8, 1.2.

На рис. 4 показаны зависимости ПФ $H'(\Delta\bar{K})$ для распределений U_m , представленных кривыми 1-6 на рис. 2,а, которые рассчитаны для значений АО связи $b_e = \pi/2$ и $3\pi/2$. Видно, что неоднородность распределения $U_m(x)$, не изменяя симметричной структуры $H'(\Delta\bar{K})$, приводит к ее уширению, которое для кривых 2-4 рис. 4,а в сравнении с кривой 1 составляет 1.36, 1.56 и 1.24 раз. При этом для существенно неоднородных и асимметричных профилей $U_m(x)$ (кривые 3,4 на рис. 2,а) с резкими границами характерно возрастание уровня ПФ вне полосы пропускания с -9.7 дБ для кривой 1 до -7.4 дБ для кривой 3 на рис. 4,а при $\Delta\bar{K} \approx \pm 9$. В случае плавно неоднородных профилей $U_m(x)$ (кривые 2,5,6 на рис. 2,а) ПФ АОВ, как видно из сравнения кривых 1,3 с 2,4 на рис. 4,а, наоборот, характеризуются существенным подавлением уровней боковых составляющих, которое для кривых 2,4 при $\Delta\bar{K} \approx \pm 9$ соответственно составляет -23 и -14.4 дБ. При увеличении АО связи, как следует из рис. 4,б, ПФ уширяются и ширина полосы пропускания становится практически одинаковой для всех $U_m(x)$, представленных на рис. 2,а, что соответствует выводам, полученным при исследовании асимптотик ПФ, и результатам [8] по снижению влияния амплитудной неоднородности $U_m(x)$ на параметры АОВ в условиях сильного взаимодействия. Сравнение рис. 4,а и б показывает, что уширение ПФ $H'(\Delta\bar{K})$ с ростом АО связи максимально для профилей 1,5,6 на рис. 2,а (соответственно в 2 и 1.5 раз для кривых 1,4 на

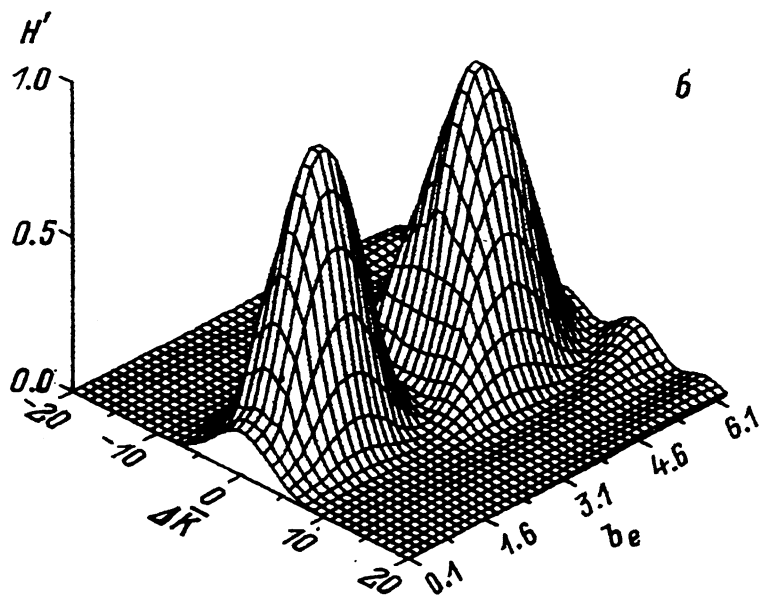
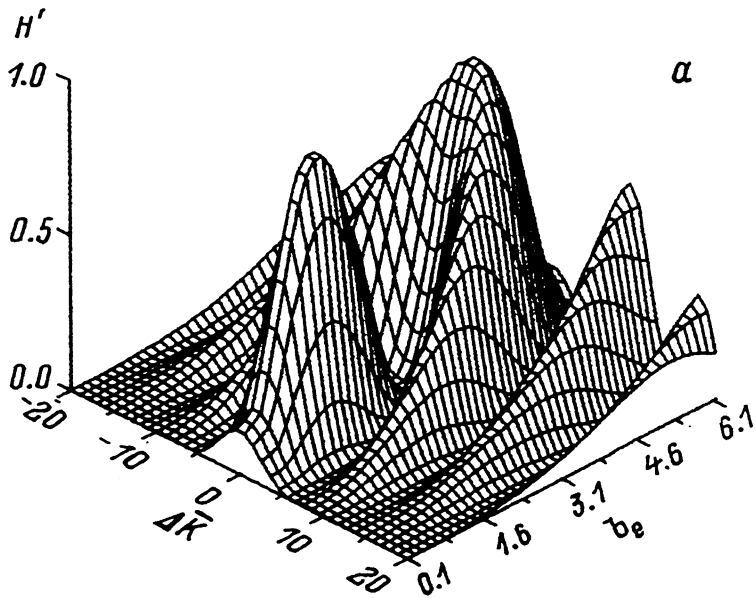


Рис. 5. Зависимости передаточных функций $H'(\Delta K)$ от АО связи b_e для однородного ($c \ll 1$, $s \ll 1$, $t = 0$) (а) и усеченного куполообразного ($c = 1$, $s = 5.4$, $t = 2.7$) профиля $U_m(x)$ (б).

рис. 4,а б) и минимально для профилей $U_m(x)$ 2,3,4 (рис. 2,а) (≈ 1.3 раз для кривых 2,3 на рис. 4,а,б). Кроме этого, видно, что уровень ПФ БФЕ полосы пропускания для кривой 2 на рис. 4,б остается существенно подавленным (на -18 дБ при $\Delta K \approx \pm 12$), в то время как для кривых 1,3 возрос до -4.5 дБ.

Более наглядное представление об изменении ПФ в условиях сильного АОВ дают показательные на рис. 5 трехмерные графики $H'(\Delta K, b_e)$, рассчитанные для однородного (а) и куполообразного профилей $U_m(x)$ (б). Видно, что если в первом случае (рис. 5,а) форма, ширина и уровень боковых составляющих ПФ претерпевают существенные изменения с ростом b_e , то во втором (рис. 5,б) они незначительны. Это обусловлено, во-первых, гораздо более низким уровнем боковых составляющих в угловом спектре куполообразного акустического пучка и, во-вторых, уменьшением эффективной длины области АОВ. Для несимметричных распределений $U_m(x)$ (кривые 3-6 на рис. 2,а) зависимости ПФ АОВ по интенсивности $H'(\Delta K)$ от b_e с учетом рис. 4 занимают промежуточное положение между рис. 5,а и б.

Фазовые характеристики (ФХ) ПФ АОВ $\arg H_1(\Delta K)$ представлены на рис. 6 для значений АО связи $b_e = \pi/2$ и $3\pi/2$. Как следует из рис. 6, ФХ (кривые 1,2) для симметричных распределений $U_m(x)$ не зависят от степени неоднородности U_m , АО связи b_e и являются линейными

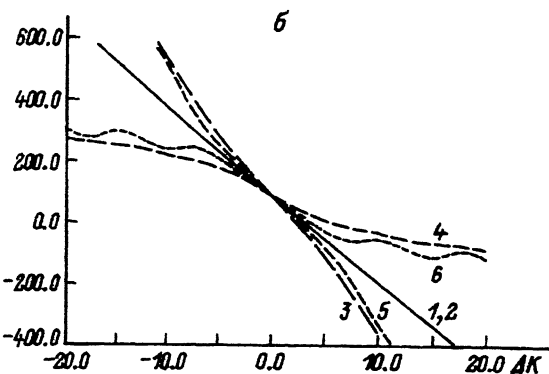
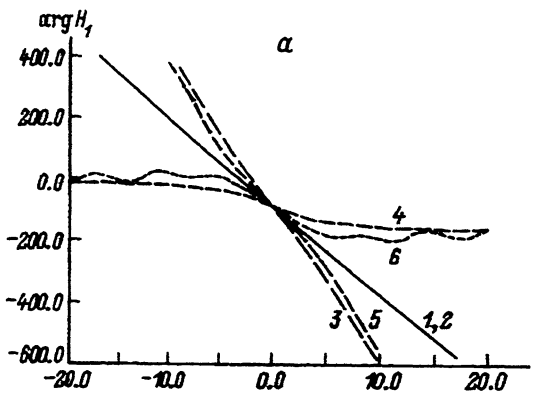


Рис. 6. Фазовые распределения $\arg H_1(\Delta K)$ при АО связи (а) $b_e = \pi/2$ и $b_e = 3\pi/2$ (б) для различных амплитудных профилей $U_m(x)$, заданных выражением (3) при значениях c, s, t для кривых 1-6, как на рис. 2,а.

функциями $\arg H_1(\Delta \bar{K}) \propto \Delta \bar{K}$. В условиях асимметричности $U_m(x)$ ФХ становятся нелинейными и зависимыми от b_e (кривые 3-6 на рис. 6). Причем в сравнении с модулем ПФ $H'(\Delta \bar{K})$ (рис. 4) ФХ, во-первых, более чувствительны к степени асимметричности амплитудного профиля $U_m(x)$ (кривые 3,5 и 4,6 на рис. 6,а) и во-вторых, являются различными для тех асимметричных профилей $U_m(x)$ (например, кривые 3,4 и 5,6 на рис. 2,а), которые являются зеркальным отображением друг друга. Вследствие этого для данных распределений в соответствии с (35) должны наблюдаться асимметрия и различное пространственное смещение профиля дифрагированного светового пучка $I_1(Z'')$, а также их зависимость от АО связи b_e .

Результаты расчета эволюции световых профилей $I_1(Z'')$ в первом дифракционном порядке на выходе области АОВ представлены на рис. 7, 8 для случая дифракции монохроматического гауссова светового пучка при значении геометрического параметра $g_z = \sin(\varphi_0 + \varphi_1)L/2W \cos \varphi_1 = 3$ (в изотропной среде $g_z = L \sin \theta_0/W$). В этом случае наиболее характерно проявляется влияние неоднородности $U_m(x)$ на пространственные профили $I_1(Z'')$ при изменении степени АО связи b_e .

Для сравнения с известными результатами двумерного АОВ [3] трехмерные зависимости $I_1(Z'', b_e)$, показанные на рис. 7,а, рассчитаны для однородного распределения $U_m(x) = 1$. В условиях АОВ в поле U с неоднородным, симметричным распределением $U_m(x)$, моделирующим гауссов профиль, изменение пространственных профилей $I_1(Z'', b_e)$ представлено на рис. 7,б. Из рис. 7 следует, что для симметричных распределений $U_m(x)$ пространственное смещение пучка E_1 по апертурной координате Z'' не зависит от АО связи b_e и составляет $\Delta Z'' = g_z = 3$. Более существенно влияние неоднородности $U_m(x)$, как видно из сравнения рис. 7,а и б, на характер изменения профиля дифрагированного пучка $I_1(Z'')$ в условиях сильной АО связи. В отличие от рис. 7,а профиль $I_1(Z'')$ на рис. 7,б при $0 < b_e < 6$ практически не искажается, сохраняя симметричную структуру, близкую к гауссовой, и оставаясь локализованным в пространстве. Данное поведение легко объясняется, если обратиться к ранее проведенному анализу ПФ $H'(\Delta \bar{K}, b_e)$ (рис. 5). Изменения в структуре профиля прошедшего пучка, обусловленные неоднородностью $U_m(x)$, как показывает расчет, менее выражены. Таким образом, на основании расчетных данных рис. 7 можно заключить, что амплитудная апподизация акустического профиля $U_m(x)$ позволяет уменьшить искажения пространственной структуры дифракционного поля как при малых, так и больших значениях АО связи, а также достичь большей дифракционной эффективности при дифракции световых полей с широкими угловыми спектрами ($g_z > 1$), например при $b_e = \pi/2$ с 0.34 для рис. 7,а до 0.45 для рис. 7,б.

При АОВ в условиях асимметричности распределения $U_m(x)$ эволюция пространственного профиля $I_1(Z'')$ при увеличении АО связи показана на трехмерных графиках рис. 8,а и б, которые соответствуют локализованности акустического профиля в конце и начале области АОВ по координате X для $g_z = 3$. Из сравнения рис. 8,а и б видно, что асимметрия $U_m(x)$ приводит, во-первых, к различному смещению

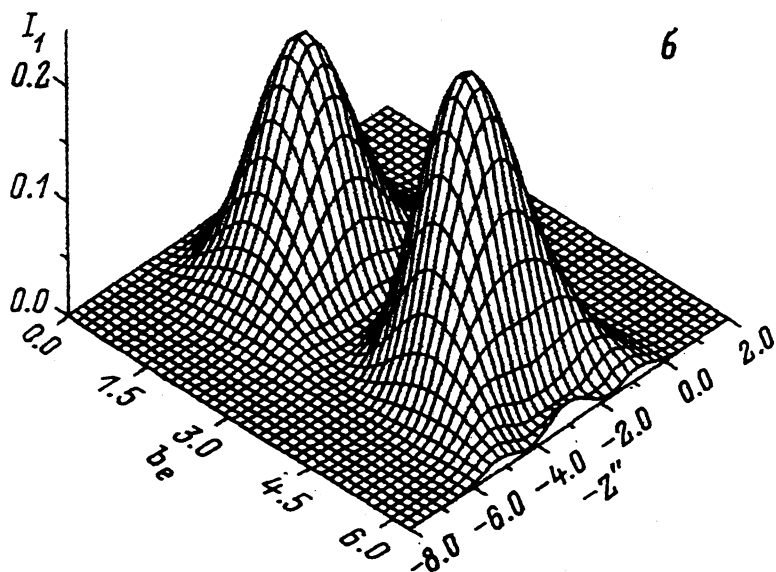
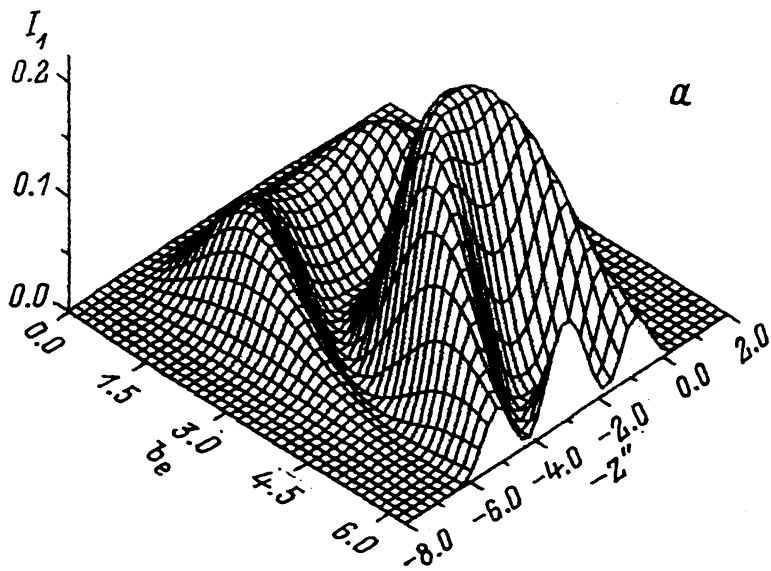


Рис. 7. Зависимости пространственных профилей интенсивности $I_1(Z'')$ от АО связи b_e для (а) однородного ($c \ll 1$, $s \ll 1$, $t = 0$) и усеченного (б) куполообразного ($c = 1$, $s = 5.4$, $t = 2.7$) профилей $U_m(x)$.

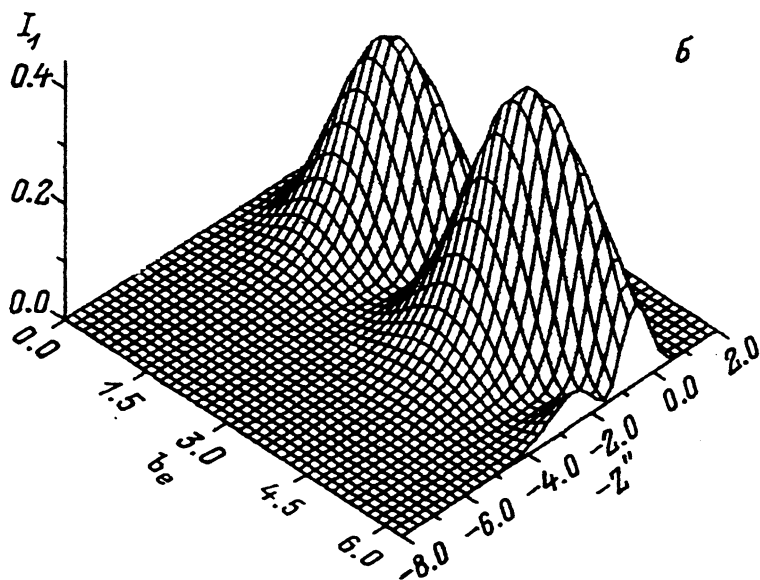
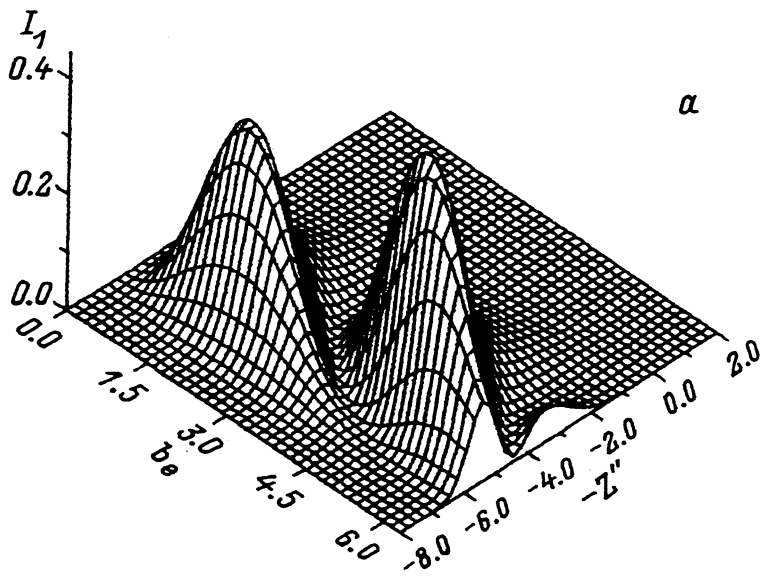


Рис. 8. Зависимости пространственных профилей интенсивности $I_1(Z'')$ от АО связи b_e для несимметричного экспоненциально (а) возрастающего ($c = 4$, $s = 1$, $t = 1$) и убывающего (б) ($c = 4$, $s = 1$, $t = 0$) профилей $U_m(x)$ (3).

максимума профиля $I_1(Z'')$. Во-вторых, величина смещения $\Delta Z''$ становится функцией АО связи b_e . В-третьих, пространственный профиль $I_1(Z'')$ асимметричен относительно центра пучка и растянут в направлении его смещения при увеличении b_e . Следует отметить, что с ростом АО связи b_e профили $I_1(Z'')$ имеют тенденцию к симметризации и пространственной локализации вблизи координаты $Z'' = -g_z = 3$, что совпадает с выводами, полученными при исследовании асимптотического поведения решений (28) в условиях сильной АО связи. Указанные эффекты несложно объясняются с помощью формализма передаточной функции АОВ (28) за счет зависимости фазовой характеристики $\arg H_1(\Delta \bar{K})$ от АО связи и параметров c, s, t , а также имеют простую геометрическую интерпретацию. Для этого достаточно учесть конечные размеры падающего пучка E^0 , а также то, что при слабом АОВ максимальная интенсивность дифракционного поля формируется в той части области АОВ по X (длиной $L_e = \int_0^L U_m(x) dx$), где падающий световой луч пересекает максимум амплитудного распределения звукового пучка U . При увеличении АО связи формирование амплитудного профиля $I_1(Z'')$ осуществляется уже по всей длине L области АОВ, а не только на длине L_e , что и приводит к зависимости его смещения от b_e и асимметричности.

Заключение

На основе спектрального метода описания световых пучков, распространяющихся в анизотропной среде, разработана двумерная модель брэгговского АОВ квазимонохроматических световых пучков с произвольными профилями в неоднородном, пространственно ограниченном акустическом поле. Полученные в аналитической форме передаточные функции АОВ описывают эволюцию пространственных профилей световых пучков и их угловых спектров в ближней и дальней зонах при произвольных эффективностях и геометриях дифракции как для осесимметричных, так и для асимметричных амплитудно-, фазово- и амплитудно-фазово-неоднородных профилей акустического поля. Асимптотическое поведение передаточных функций согласуется с известными результатами. Численные расчеты показали, что несимметричность амплитудно-неоднородного акустического поля приводит к зависимости фазовых характеристик передаточных функций АОВ от величины АО связи, а также к пространственному смещению и асимметричности профиля дифрагированного пучка в условиях сильного взаимодействия.

Полученные результаты могут быть пригодны для расчета АО элементов, использующих амплитудно-фазовые методы апподизации акустических полей, а также для анализа дифракции света на коротких акустических импульсах [7], пространственные профили которых описываются модельными функциями (2)–(4).

Фазовая расстройка $\Delta \bar{K}$ в (9) в общем случае является функцией ω' , $\Omega' = \Omega - \Omega_0$ и направлений векторов $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_1$. Данные зависимости для квазимонохроматических, слаборасходящихся световых полей могут быть вычислены, если воспользоваться разложением векторных функций $\mathbf{k}_0(\omega', k_{0t})$, $\mathbf{k}_1(\omega', k_{1t})$. $\mathbf{K}_0(\Omega')$, входящих в выражение $\Delta \bar{K} = L(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1 + \mathbf{K}_0) \cdot \Gamma$, в соответствующие ряды Тейлора [8]. Ограничиваясь линейными членами данных разложений, получим

$$k_{1t}(\omega', \mathbf{k}_0, \Omega') = A\omega' + Bk_{0t} + E\Omega', \quad (\text{П.1})$$

$$\Delta \bar{K}(\omega', \mathbf{k}_0, \Omega') = [C\omega' + Dk_{0t} + F\Omega']L, \quad (\text{П.2})$$

где коэффициенты A, B, C, D, E, F для геометрии АОВ на рис. 1,б имеют вид

$$A = \left[\sin(\gamma - \theta_0) \left(n_0 + \frac{dn_0}{d\omega_0} \omega_0 \right) - \sin(\gamma + \theta_1) \left(n_1 + \frac{dn_1}{d\omega_1} \omega_1 \right) \right] \frac{\cos \beta_1}{c_c \cos \varphi_1},$$

$$C = \left[\cos(\theta_0 + \theta_1 - \beta_1) \left(n_0 + \frac{dn_0}{d\omega_0} \omega_0 \right) - \cos \beta_1 \left(n_1 + \frac{dn_1}{d\omega_1} \omega_1 \right) \right] \frac{1}{c_c \cos \varphi_1},$$

$$B = \frac{\cos \varphi_0 \cos \beta_1}{\cos \varphi_1 \cos \beta_0}, \quad D = -\frac{\sin(\varphi_1 + \varphi_0)}{\cos \beta_0 \cos \varphi_1}, \quad E = \frac{\cos \gamma \cos \beta_1}{v \cos \varphi_1}, \quad F = \frac{\sin(\theta_1 - \beta_1)}{v \cos \varphi_1}. \quad (\text{П.3})$$

При некоторых практически используемых видах анизотропной дифракции света коэффициента D, F в (П.2) могут обращаться в нуль. Например, для широкополосного АОВ, когда $\mathbf{N}_{r1} \cdot \mathbf{q} = 0$, $\theta_1 = \beta_1$, имеем $F = 0$. В условиях, когда $\mathbf{N}_{r1} = \mathbf{N}_{r0}$, $\varphi_1 = -\varphi_0$, коэффициент $D = 0$ и, согласно (П.2), реализуется режим АОВ с широкой угловой апертурой. При одновременном выполнении данных условий, возможном в двусосных кристаллах, достигается широкополосное АОВ с большой угловой апертурой. В этих случаях вместо (П.2) получим

$$\Delta \bar{K}(\omega', \mathbf{k}_0, \Omega') = [C\omega' + Dk_{0t} + F^*\Omega'^2]L \quad \text{при} \quad \mathbf{N}_{r1} \cdot \mathbf{q} = 0, \quad (\text{П.4})$$

$$\Delta \bar{K}(\omega', \mathbf{k}_0, \Omega') = [C\omega' + D^*k_{0t}^2 + F\Omega']L \quad \text{при} \quad \mathbf{N}_{r1} = \mathbf{N}_{r0}, \quad (\text{П.5})$$

$$\Delta \bar{K}(\omega', \mathbf{k}_0, \Omega') = [C\omega' + D^*k_{0t}^2 + F^*\Omega'^2]L \quad \text{при} \quad \mathbf{N}_{r1} \cdot \mathbf{q} = 0, \quad \mathbf{N}_{r1} = \mathbf{N}_{r0}, \quad (\text{П.6})$$

где $F^* = G_1/2v^2 \cos \gamma$; $D^* = (G_1 - G_0) \cos \varphi_0 / 2 \cos^2 \beta_0$; G_1, G_0 — кривизны линий, образованных сечениями поверхности волновых векторов света плоскостью дифракции XZ , в направлениях волновых нормалей $\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_0$ центральных компонент ЧУС взаимодействующих пучков E_1 и E_0 .

Список литературы

- [1] Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Б. Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985.
 - [2] Pieper R., Poop T.C. // J. Opt. Soc. A. 1990. Vol. 7. N 9. P. 1751-1759.
 - [3] Chatterjee M.R., Poop T.-C., Silter D.N. // Acoustica. 1990. Vol. 71. N 2. P. 81-92.
 - [4] Korpeš A. // Opt. Eng. 1992. Vol. 31. N 10. P. 2983-2088.
 - [5] Задорин А.С., Шарангович С.Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 7. С. 798-808.
 - [6] Задорин А.С., Шандаров С.М., Шарангович С.Н. Акустические и акустооптические свойства монокристаллов. Томск, 1987.
 - [7] Кушнарев И.Н., Шарангович С.Н. // РиЭ. 1992. Т. 37. № 7. С. 1295-1305.
 - [8] Шарангович С.Н. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 1. С. 104-110.
 - [9] Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1973.
-