

В заключение отметим, что приведенная выше оценка подтверждает наблюдаемое в эксперименте поперечное расплывание РЭП при развитии высокоамплитудной РШН [4].

### Список литературы

- [1] Lee E.P. // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21. N 8. P. 1327–1343.
- [2] Uhm H.S., Lampe M. // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. N 8. P. 1574–1585.
- [3] Fernsler R.F., Hubbard R.F., Hui B. et al. // Phys. Fluids. 1986. Vol. 29. N 9. P. 3056–3073.
- [4] Lauer E.J., Briggs R.J., Fessenden T.J. et al. // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21. N 8. P. 1344–1352.
- [5] Надеждин Е.Р., Сорокин Г.А. // ФП. 1983. Т. 9. № 5. С. 988–991.
- [6] Колесников Е.К., Мануйлов А.С. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 3. С. 40–44.
- [7] Колесников Е.К., Мануйлов А.С. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 12. С. 43–46.
- [8] Колесников Е.К., Мануйлов А.С. // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 3. С. 46–50.
- [9] Lee E.P., Cooper R.K. // Part. Accel. 1976. Vol. 7. P. 83–95.

01:03:04;12

© 1995 г.

Журнал технической физики, т. 65, в. 1, 1995

## НАГРЕВ ТЕЛА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ПЛАЗМЫ

Л.П.Грачев, Н.Н.Грицов, И.И.Есаков, Г.И.Мишин, К.В.Ходатаев

Физико-технический институт им.А.Ф.Иоффе РАН,

194021, Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 9 марта 1994 г.).

Математическая задача об аэродинамическом нагреве тел сводится к исследованию системы уравнений движения газа, переноса тепла в нем и теплопроводности внутри тела с соответствующими граничными и начальными условиями [1]. Для ее решения применяют численные методы, а также используются аналитические приближения. Ниже при существенных упрощениях в модели получена аналитическая оценка теплового потока на тело, помещенное в сверхзвуковой (СЗ) поток газоразрядной плазмы. Выводы теории проверены экспериментально и показано их достаточно хорошее количественное согласие. Основной особенностью используемой при этом установки является возможность "быстрого" включения плазменного потока и изменения его температуры, что позволяет проследить динамику нагрева тел.

Уравнение переноса тепла в газе дает для каждого момента времени  $t$  следующее распределение его температуры  $T$  в полупространстве  $x > 0$  при начальной температуре газа  $T_0$  и постоянной, равной  $\Theta_0$  температуре на плоскости  $x = 0$  [1]  $T(x, t) = (T_0 - \Theta_0) \operatorname{erf}[x/(2\sqrt{t})]$ , где  $\operatorname{erf}(y) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^y e^{-\xi^2} d\xi$  — интеграл ошибок;  $\kappa = \chi/(\rho C_p)$  — температуропроводность газа;  $\chi$ ,  $\rho$ ,  $C_p$  — его теплопроводность, плотность и теплоемкость при давлении  $p = \text{const}$ . Градиент же температуры

$\partial T / \partial x = [(T_0 - \Theta_0) / \sqrt{\pi \chi t}] \exp[-x^2 / (4\chi t)]$ , так что удельный поток тепла на плоскость  $x = 0$

$$q = -\kappa \partial T / \partial x|_{x=0} = -\sqrt{(\rho \kappa C_p) / (\pi t)} (T_0 - \Theta_0).$$

Рассмотрим теперь тело, температура поверхности которого поддерживается равной  $\Theta_0$ , обтекаемое СЗ потоком. Положим, что течение газа вдоль поверхности тела плоскопараллельно, а градиент его скорости отсутствует как вдоль тела, так и в направлении, нормальному к его поверхности. Последнее допущение, вообще говоря, на "грани" корректности. Оно справедливо лишь при малом числе Прандля. Для воздуха же, например, в нормальных условиях оно равно 0.73. При принятых допущениях  $t = z/v$ , где  $z$  — координата на поверхности тела вдоль потока, отсчитываемая от верхнего по потоку его края,  $v$  — скорость потока. Тогда удельный поток тепла на тело

$$q = \sqrt{(\rho \kappa C_p v) / (\pi z)} (T_0 - \Theta_0),$$

где в случае СЗ потока параметры газа берутся за ударной волной (УВ).

Интеграл по поверхности тела дает его суммарный поток. Для тела вращения с осью, параллельной исходной скорости потока, это будет  $P_T = \int_0^{z_m} q(z) 2\pi r(z) dz$ , где  $r(z)$  — образующая тела вращения,  $z_m$  — его длина. Например, если тело — конус с углом при вершине  $\alpha \ll 1$ , то  $r(z) = az$  и

$$P_T = (4/3)\alpha \sqrt{\pi \rho C_p \kappa v z_m^3} (T_0 - \Theta_0). \quad (1)$$

Положим теперь, что первоначально поток отсутствует и включается при  $t = 0$ , а  $\Theta_0$  — есть начальная температура тела. Тогда, если за пролетное время  $z_m/v$  его температура меняется мало (теплоемкость, теплопроводность тела велики), изменение температуры тела  $\Theta$  может быть описано уравнением

$$m_T C_T d\Theta / dt = (4/3)\alpha \sqrt{\pi \rho C_p \kappa v z_m^3} (T_0 - \Theta),$$

где  $m_T$  и  $C_T$  — масса и удельная теплоемкость тела.

Его решение есть

$$\Theta = T_0 + (\Theta_0 - T_0) \exp(-t/r), \quad (2)$$

где

$$r = (3/4)m_T C_T / \left( \alpha \sqrt{\pi \rho C_p \kappa v z_m^3} \right). \quad (3)$$

Аналогичные вычисления для цилиндра радиусом  $r$  дают

$$P_T = 4r \sqrt{\pi \rho C_p \kappa v z_m} (T_0 - \Theta_0) \quad (4)$$

и

$$r = m_T C_T / \left( 4r \sqrt{\pi \rho C_p \kappa v z_m} \right). \quad (5)$$

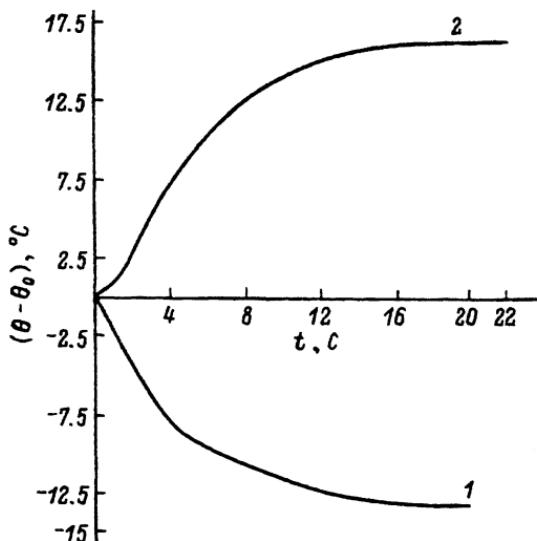


Рис. 1. Экспериментальные зависимости изменения во времени температуры лобовой поверхности тела в сверхзвуковом потоке воздуха (1) и в таком же потоке при включении в нем поперечного электрического разряда мощностью 20 Вт (2).

$\Theta_0$  — начальная температура поверхности тела;  $\Theta(t)$  — температура тела в потоке воздуха или слабоионизованной плазмы;  $t$  — время, отсчитываемое от моментов включения потоков.

Оценки (2), (4) и (5) были применены для анализа результатов работы [2]. Затопленная СЗ струя воздуха плотностью  $\rho = 0.47 \text{ кг}/\text{м}^3$ , диаметром  $d_n = 2.8 \text{ мм}$ , скоростью потока  $v_n = 530 \text{ м}/\text{с}$ , числом Маха 2.2 при статическом давлении 70 Тор и температуре  $T_n = 150 \text{ К}$  формировалась соплом Лаваля. Истечение осуществлялось из атмосферы в камеру, в которой поддерживалось давление, равное 70 Тор. В потоке мог зажигаться разряд между соосными электродами диаметром  $D = 2 \text{ мм}$ , установленными на выходе сопла перпендикулярно и симметрично оси струи с межэлектродным расстоянием 4 мм. Ниже электродов по потоку располагалась стеклянная трубка-обтекатель с запаянным передним концом:  $z_m = 30 \text{ мм}$ , радиус  $r = 1.5 \text{ мм}$  и толщина стенки 0.5 мм. Ее ось шла по оси потока. Расстояние между электродами и трубкой было таким, что бы она не контактировала с разрядной областью. В трубку вставлялась Al-Ni термопара с диаметром проводов 0.5 мм. Сигнал с нее подавался на осциллограф. Фиксировались лишь перепады температуры, а не ее абсолютная величина. Технические средства установки позволяли быстро (не дольше долей секунды) включать как поток, так и разряд.

Кривая 1 на рис. 1 является экспериментальной зависимостью  $\Theta - \Theta_0$  от  $t$  с момента включения потока (без разряда). Из нее следует, что  $\Theta(t)$  изменяется по (2) при  $\Theta_0 > T_0$ . Очевидно, что  $\Theta$  меняется от исходной комнатной температуры  $T_k$  до температуры торможения потока  $T_T$ . Действительно, в идеале  $T_T = T_k$ , так как истечение идет из атмосферы и термопара не должна реагировать на включение потока. Реальные же процессы в СЗ сопле не полностью адиабатичны и  $T_T < T_k$ , что и отражает эксперимент.

Из рассматриваемой кривой следует, что экспериментальное  $\tau$  лежит между 4 и 5 с. Сравним ее с  $\tau$ , рассчитанной по (5), сначала преобразовав это выражение к виду

$$\tau = m_T C_T / \left( 4r \sqrt{\pi p C_p^2 v z_m \sqrt{(5m_a)/(kT)}} / (3\gamma\sqrt{2}\sigma_a) \right). \quad (6)$$

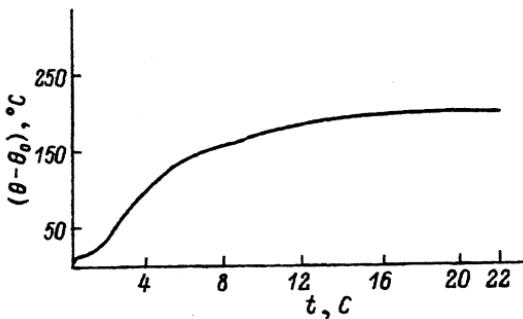


Рис. 2. Экспериментальная зависимость увеличения температуры лобовой поверхности тела во времени в потоке воздуха, возмущенного поперечным электрическим разрядом при вкладываемой мощности 240 Вт.

Здесь использованы следующие известные соотношения и обозначения:  $p = \rho kT/m_a$ , где  $T$  — температура воздуха,  $k = 1.38 \times 10^{-23}$  Дж/град — постоянная Больцмана,  $m_a = 5 \cdot 10^{-26}$  кг — масса молекулы,  $\kappa = (1/3)\rho\bar{v}\bar{\lambda}C_v$ , где  $C_v = C_p/\gamma$ ,  $\gamma = 1.4$  — показатель адиабаты,  $\bar{v} = \sqrt{8kT/\pi m_a}$  — средняя скорость молекул,  $\bar{\lambda} = m_a/(\sqrt{2}\sigma_a\rho)$  — их длина свободного пробега,  $\sigma_a = 4 \cdot 10^{-19}$  м<sup>2</sup> — газокинетическое сечение. Напомним, что значения  $p$ ,  $T$  и  $v$  нужно брать за УВ. В анализируемом случае  $p$  и  $T$  примерно равны давлению и температуре торможения  $p \simeq 10^5$  Н/м<sup>2</sup> и  $T \simeq 300$  К. Скорость же потока вдоль поверхности тела возьмем оценочно. Теневая фотография головной ударной волны [3] показывает, что на расстояниях, больших  $r$ , от оси потока она наклонена к  $v_n$  примерно на 45°. Будем считать, что нормальная к фронту УВ составляющая от  $v_n$  за ним равна 0. Разложим не претерпевающую изменения на УВ тангенциальную составляющую от  $v_n$  по соответствующим направлениям и получим, что вдоль поверхности обтекателя  $v \simeq v_n/2 = 265$  м/с. Под параметрами тела нужно понимать прежде всего параметры обтекателя, так как для него произведение  $m_T C_T$  существенно больше соответствующих величин термопарных проводов. Для стеклянного обтекателя  $C_T = 10^3$  Дж/кг · град,  $\rho_T = 2.5$  г/см<sup>3</sup>, что при объеме стекла  $1.5 \cdot 10^{-1}$  см<sup>3</sup> дает  $m_T = 4 \cdot 10^{-1}$  г. Подставив перечисленные величины в (6), получим  $\tau = 3$  с, что близко к его экспериментальному значению.

Кривая 2 на рис. 1 и кривая на рис. 2 дают экспериментальные зависимости  $\Theta - \Theta_0$  от  $t$  с момента включения разряда. В первом случае при напряжении на электродах  $U_1 = 1$  кВ и разрядном токе  $J_1 = 20$  мА, т.е. электрической мощности, подведенной к разряду,  $P = 20$  Вт, а во втором —  $U_2 = 800$  В,  $I_2 = 0.3$  А, т.е.  $P = 240$  Вт.

Из кривых видно, что с включением разряда температура потока возрастает на  $\Delta T_1 = 16^\circ$  и  $\Delta T_2 = 195^\circ$  соответственно. Причем изменение  $\Theta$  от  $t$  по-прежнему описывается уравнением (2), за исключением первых 1–2 с, в течение которых, вероятно, изменение  $\Theta$  на различных участках по длине обтекателя происходит по разным законам. Величина  $\tau$  в обоих случаях близка к 5 с, т.е. практически совпадает с  $\tau$  кривой 1 на рис. 1. Этот результат следует и из оценки (6). Действительно, в ней может измениться  $p$ ,  $v$  и  $T$ . В эксперименте подвод энергии к потоку осуществляется изобарически, а при этом  $v_n$  постоянна [4]. Влияние же их изменения за фронтом УВ, связанное с уменьшением числа Маха, и слабая зависимость  $\tau$  от  $T$  ( $\tau \sim \sqrt[4]{T}$ ) не “улавливаются” при экспериментальной точности фиксации  $\tau$ .

Отметим, что в эксперименте  $\Delta T$  линейно отслеживает изменение  $P$ . Знание абсолютной величины  $\Delta T$  позволяет оценить часть  $P$ , идущую на нагрев потока. Мощность нагрева струи можно рассчитать по формуле  $P_T = v_n \pi (d_n/2)^2 \rho_n C_p \Delta T$ . Подставив соответствующие величины, получим, что в условиях эксперимента  $P_{T_1}/P_1 = P_{T_2}/P_2 = 0.86$ .

Соотнесем теперь  $P_T$  с  $P_{T_3}$  при экспериментальном условии примерного равенства сечения струи миделю тела. Расчет проведем для максимальной разности температур тела и потока

$$P_T/P_{T_3} = m_T C_T (\Delta T/\tau)/P_{T_3} = 8 \cdot 10^{-2},$$

т.е. на тело передается примерно 8% энергии, вкладываемой в нагрев потока. Близкую же величину дает аналогичное сопоставление, выполненное на основе оценки.(4).

Таким образом, эксперимент показал, что полученные аналитические выражения, несмотря на существенные упрощения, принятые при их выводе, могут быть использованы для количественной оценки тепловых потоков на тела, находящиеся в СЗ потоке. Они делают наглядной и функциональную зависимость теплового потока на тело от параметров его и газа. Так, в [5,6] экспериментально установлено, что возбуждение воздуха СВЧ разрядом в определенных условиях на несколько порядков изменяет его эффективные коэффициенты переноса. Полученные оценки (см., например, (1) и (4)) дают основание предполагать, что при пролете тела через такую область тепловой поток на него может существенно возрасти.

#### Список литературы

- [1] Ландau Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. Т. VI. М.: Наука, 1988. 733 с.
  - [2] Грачев Л.П., Грицов Н.Н., Мишин Г.И. и др. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 9. С. 185–189.
  - [3] Грачев Л.П., Грицов Н.Н., Мишин Г.И. и др. Препринт ФТИ им.А.Ф.Иоффе. № 1414. Л., 1989. 33 с.
  - [4] Бартльме Ф. Газодинамика горения. М.: Энергоиздат, 1981. 508 с.
  - [5] Грачев Л.П., Есаков И.И., Мишин Г.И. и др. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 5. С. 972–975.
  - [6] Есаков И.И. Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1990. № 1. С. 98–102.
-