04;07

РАСШИРЕНИЕ ПЛАЗМЕННОГО КАНАЛА, СОЗДАННОГО В ГАЗЕ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ

В.Б.Владыко, Ю.В.Рудяк

Московский радиотехнический институт РАН,
113519, Москва, Россия
(Поступило в Редакцию 14 февраля 1994 г.
В окончательной редакции 18 апреля 1994 г.)

Введение

Для транспортировки релятивистских электронных пучков в режиме ионной фокусировки обычно в газе низкого давления ($p \leqslant 10^{-3}$ Тор) лазерным импульсом [1] либо слаботочным низкоэнергетичным электронным пучком [2] создается плазменный канал. В таких каналах электроны обычно имеют высокие температуры порядка 0.1–1 эВ, существенно превышающие температуру ионов. Поэтому горячая электронная компонента стремится расшириться. Однако поскольку дебаевский радиус плазмы оказывается меньше ее размеров, то электроны не могут оторваться от ионов. В результате происходит амбиполярное расширение плазмы. К сожалению, в интересующем нас диапазоне давлений хорошо развитая теория амбиполярной диффузии плазмы не может быть применима, так как столкновения частиц редки. В данной работе развивается подход, позволяющий описать динамику плазменного канала при произвольных частотах столкновений частиц. Он состоит в следующем. Полагается, что подвижная электронная компонента находится в состоянии равновесия, определяемого электромагнитными полями и электронной температурой. При этом ионная компонента под воздействием полей и собственной температуры достаточно медленно (по сравнению с электронными временами) расширяется. В предельных случаях бесстолкновительной и сильностолкновительной плазмы этот подход дает хорошо известные результаты [3,4]. Так как при создании плазменного канала электронным пучком [2] используется продольное магнитное поле, а на некоторых участках ионная фокусировка применяется совместно с магнитной, то в работе особое внимание уделено влиянию внешнего продольного магнитного поля на процесс расширения канала.

Бесстолкновительное расширение канала в отсутствие внешнего магнитного поля

Анализ расширения канала проводился на модели огибающей [5], успешно применяемой [6,7] для исследования динамики электронной и ионной компонент плазмы. В бесстолкновительном случае в отсутствие внешних полей эта модель дает уравнения на среднеквадратичные радиусы электронной и ионной компонент R_e и R_i

$$\frac{d^2 R_e}{dt^2} = 2\varkappa c^2/R_e - 4\varkappa c^2 R_e/(R_e^2 + R_i^2) + 2T_{e0}R_0^2/mR_e^3, \tag{1}$$

$$\frac{d^2 R_i}{dt^2} = \left(2\varkappa c^2/R_i - 4\varkappa c^2 R_i/(R_e^2 + R_i^2)\right) m/M + 2T_{i0}R_0^2/MR_i^3, \tag{2}$$

где m, M — массы электрона и иона; R_0 — начальный радиус плазмы; T_{e0}, T_{i0} — начальные температуры электронов и ионов; $\varkappa = Ne^2/2mc^2 = \omega_p^2 R_0^2/8c^2$; $N = N_e = N_i$ — погонная концентрация частиц плазмы; $\omega_p = (4\pi n_{e0}e^2/m)^{1/2} = (4Ne^2/mR_0^2)^{1/2}$, n_{e0} — начальная плотность электронов на оси.

При выводе (1), (2) полагалось [5], что плазма расширяется автомодельно, т.е. в процессе расширения не меняется радиальный профиль плотности плазмы $n_{e,i}(r,t) = Nf(r/R_{e,i}(t))/\pi R_{e,i}^2(t)$, где f — произвольная функция. Приближение автомодельности было использовано в работе [6] для описания разлета плазменных электронов при инжекции пучка. Сравнение с результатами эксперимента и полномасштабного моделирования показало, что, несмотря на накладываемые ограничения на профиль плотности плазмы, модель надежно описывает характерное время разлета.

Поскольку электроны значительно легче ионов, то электронная компонента плазмы за время, существенно меньшее характерного времени изменения параметров ионной компоненты, успевает выйти на свое равновесие и колеблется вокруг него с высокой частотой ω_p. Это равновесие характеризуется радиусом $R_{ep} = (A + (A^2 + T_{e0}R_0^2R_i^2/\varkappa mc^2)^{1/2})^{1/2}$, где $A = R_i^2/2 + T_{e0}R_0/2\varkappa mc^2$. В приближении малости дебаевского радиуса по сравнению с размерами плазмы $4r_d^2/R_i^2 = T_{e0}R_0^2/\varkappa mc^2 R_i^2 \ll 1$ получим $R_{ep}^2 \simeq R_i^2(1 + 2T_{e0}R_0^2/\varkappa mc^2 R_i^2)$. Тяжелая ионная компонента не успевает реагировать на высокочастотные ($\omega \simeq \omega_p$) колебания электронов. Поэтому, подставляя в уравнение (2) вместо R_e^2 равновесный радиус электронов плазмы R_{ep}^2 и учитывая, что $T_{e0}R_0^2/\varkappa mc^2 R_i^2 \ll 1$, получим

$$\frac{d^2 R_i}{dt^2} = 2R_0^2(T_{e0} + T_{i0})/MR_i^3. \tag{3}$$

Решение уравнения (3) при начальных условиях $R_i(0) = R_0$, $dR_i/dt = 0$ имеет вид

$$R_i(t) = R_0\left(1 + (t/t_0)^2\right)^{0.5}, \tag{4}$$

где $t_0 = R_0(M/2(T_{e0}+T_{i0}))^{0.5}$ — характерное время расширения канала.

Полученный результат имеет простой физический смысл. Из-за малости дебаевского радиуса по сравнению с радиусом плазмы разделения ее компонент не происходит и имеет место амбиполярное тепловое расширение электронов и ионов. В результате практически вся тепловая энергия системы переходит в кинетическую энергию направленного движения ионов. Характерная скорость такого движения $V_r \simeq (2(T_{e0}+T_{i0})/M)^{0.5}$. Этот вывод соответствует результату, приведенному в [3]. Заметим, что при расширении плазмы происходит остывание ее компонент. Так как, согласно принятой модели [5], сохраняются величины $T_e R_e^2$ и $T_i R_i^2$, зависимости температур электронов и ионов от времени имеют следующий вид:

$$T_{e,i}(t) = T_{e0,i0}/\left(1+(t/t_0)^2\right).$$

Влияние редких столкновений на расширение плазмы

Столкновения частиц плазмы с остаточным газом могут существенно повлиять на рассматриваемый процесс. В частности, когда температура электронов значительно превосходит температуру нейтралов, приведенное выше рассмотрение справедливо, если за характерное время расширения плазменного канала t_0 электроны в результате столкновений не успевают отдать атомам нейтрального газа свою тепловую энергию, т.е. необходимо выполнение условия

$$\nu_{eN} \ll M/mt_0 = (2(T_{e0}+T_{i0})/M)^{0.5} M/mR_0, \tag{5}$$

где ν_{eN} — частота столкновения электронов с атомами остаточного газа.

В интересующем нас диапазоне параметров условие (5), как правило, выполняется. При наличии столкновений ионов с атомами остаточного газа в правой части уравнения (2) добавляется слагаемое $-\langle r\nu_{iN}\bar{V}_i\rangle/R_i$, где $\nu_{iN} = \sigma_{iN} n_N V_{iN}$ — частота столкновений ионов с нейтралами, σ_{iN} — сечение столкновений, n_N — плотность остаточного газа, V_{iN} — характерная скорость ионов относительно нейтралов, $\bar{V}_i$ — скорость направленного движения ионов, угловые скобки $\langle\rangle$ означают усреднение по радиусу с ионной плотностью стоящей внутри скобок величины. Пренебрегая тепловыми скоростями ионов и газа относительно скорости направленного движения ионов, в принятых приближениях получим $\langle r\nu_{iN}\bar{V}_i\rangle/R_i = 0.75\pi^{0.5}\sigma_{iN}n_N(dR_i/dt)^2\mathrm{sign}(dR_i/dt)$. Здесь при вычислении средней величины $\langle r\nu_{iN}\bar{V}_i\rangle$ полагалось, что автомодельная функция f, задающая радиальный профиль плотности плазмы, имеет вид $f(r/R_{e,i}(t)) = \exp\left(-r^2/R_{e,i}^2(t)\right)$. Это предположение не очень существенно, поскольку для другой зависимости f числовой коэффициент в столкновительном члене $\langle r\nu_{iN}\bar{V}_i\rangle$ будет не $0.75\pi^{0.5}$, а несколько другим, близким по величине. Так, для ступенчатой функции f он равен $2^{5/2}/5$. Таким образом, уравнение (3) с учетом $dR_i/dt \geqslant 0$ приобретает вид

$$\frac{d^2R_i}{dt^2} = 2R_0^2(T_{e0}+T_{i0})/MR_i^3 - 0.75\pi^{0.5}\sigma_{iN}n_N\left(\frac{dR_i}{dt}\right)^2. \tag{6}$$

В случае когда длина пробега ионов много больше радиуса плазмы ($\sigma_{iN} n_N R_0 \ll 1$), уравнение (6) описывает быстрое расширение плазменного канала, определяемое формулой (4). Если длина пробега ионов много меньше радиуса плазмы ($\sigma_{iN} n_N R_0 \gg 1$), то приближенное решение уравнения (6) имеет вид

$$R_i(t) = R_0(1 + t/t_1)^{0.4}, \tag{7}$$

где $t_1 = 0.2(3\pi^{0.5}\sigma_{iN} n_N R_0)^{0.5} t_0$.

Т.е. столкновения ионов с нейтралами приводят к значительному замедлению процесса расширения канала. Причем в отличие от бесстолкновительного случая, когда начальная тепловая энергия электронной компоненты переходит в энергию направленного движения ионов, за счет столкновений ионов с нейтралами происходит перекачка энергии к нейтралам и, как следствие этого, уменьшение со временем скорости расширения канала.

Для проверки используемой модели нами отдельно рассматривался случай, когда выполнены условия применимости теории амбиполярной диффузии плазмы. В простейшем случае, когда частоты столкновений электронов и ионов с нейтралами настолько велики, что температуры обеих компонент плазмы равны температуре остаточного газа T_N, а скорость направленного движения ионов мала по сравнению с тепловой, модель огибающей дает следующее выражение для плотности плазмы на оси: $n_p(t) = n_{e0}/(1 + 8T_N t/\nu_{in} M R_0^2)$. Точно такое же выражение получается из решения уравнения диффузии [4] с коэффициентом амбиполярной диффузии $D_a = 2T_N/M\nu_{iN}$ и начальной плотностью плазмы $n_{p0} = N\exp\{-r^2/R_0^2\}/\pi R_0^2$, что свидетельствует о соответствии выбранной модели рассматриваемому процессу расширения плазмы.

Влияние внешнего продольного магнитного поля на расширение плазменного канала

При наличии внешнего продольного магнитного поля B_z уравнения (1), (2) запишутся в виде [8]

$$\frac{d^2 R_e}{dt^2} = 2\varkappa c^2/R_e - 4\varkappa c^2 R_e/(R_e^2 + R_i^2) - \omega_{ce}^2 R_e/4(1+\varkappa) +$$
$$+ \left(2T_{e0}R_0^2/m + \omega_{ce}^2 R_0^4/4(1+\varkappa)\right)/R_e^3, \tag{8}$$

$$\frac{d^2 R_i}{dt^2} = \left(2\varkappa c^2/R_i - 4\varkappa c^2 R_i/(R_e^2 + R_i^2)\right) m/M - \omega_{ci}^2 R_i/4(1+\varkappa m/M) +$$
$$+ \left(2T_{i0}R_0^2/M + \omega_{ci}^2 R_0^4/4(1+\varkappa m/M)\right)/R_i^3, \tag{9}$$

где $\omega_{ce} = eB_z/mc$, $\omega_{ci} = eB_z/Mc$.

При выводе системы уравнений (8), (9) полагалось, что плотность плазмы имеет вид $n_{e,i}(r,t) = N\exp\{-r^2/R_{e,i}^2(t)\}/\pi R_{e,i}^2(t)$. Это предположение очень слабо влияет на описываемые ниже результаты, поскольку, даже когда плазма имеет трубчатый профиль плотности

$n_{e,i}(r,t) = 4Nr^2\exp\{-2r^2/R^2_{e,i}(t)\}/\pi R^4_{e,i}(t)$, уравнения (8), (9) остаются теми же, только скобки $(1+\varkappa)$ и $(1+\varkappa m/M)$ заменяются в них на $(1+1.25\varkappa)$ и $(1+1.25\varkappa m/M)$. Система (8), (9) описывает ограниченные колебания радиусов электронной и ионной компонент в магнитном поле. Оценим амплитуду этих колебаний. Полагая, что разделения электронной и ионной компонент плазмы не происходит, найдем из (8) равновесный радиус электронов. Подставив его в (9) в приближении $2(T_{e0}+T_{i0})(1+\varkappa)/m\omega^2_{ce}R^2_0 \ll 1$, получим выражение для равновесного радиуса ионов

$$R_{ip} = R_0\left(1 + 2T_{e0}(1+\varkappa)/m\omega^2_{ce}R^2_0 + 2T_{i0}(1+\varkappa+\delta)/m\omega^2_{ce}R^2_0\right), \qquad (10)$$

где $\delta = \omega^2_{ce}R^2_0/2\varkappa c^2 = 4\omega^2_{ce}/\omega^2_p$.

При этом выход на равновесие происходит за время $\tau \simeq ((1+\varkappa+\delta)/\omega_{ce}\omega_{ci})^{0.5}$. Плазму с температурой $T_{e0}+T_{i0} = 0.5$ эВ и начальным радиусом 0.5 см магнитное поле 10 Э удерживает на радиусе $R_{ip} = 1.05R_0$.

В отсутствие магнитного поля столкновения частиц плазмы препятствуют расширению канала. В магнитном поле в отсутствие столкновений канал удерживается в равновесии. В этом случае столкновения частиц могут приводить к выходу из равновесия и расширению канала. Оценим влияние столкновений на поведение плазменного канала в магнитном поле. Если частоты столкновений электронов с нейтралами ν_{eN}, ионами ν_{ei} и электронами ν_{ee} удовлетворяют условию

$$\omega_{ce}\omega_{ci} \gg (1+\varkappa+\delta)(\nu_{en}+\nu_{ei}+\nu_{ee})^2, \qquad (11)$$

то плазма до столкновений успевает прийти в равновесие, характеризующееся радиусом (10), т.е. изменение ее радиуса есть

$$\Delta R_i = 2T_{e0}(1+\varkappa)/m\omega^2_{ce}R_i + 2T_{i0}(1+\varkappa+R^2_i\delta/R^2_0)/m\omega^2_{ce}R_i.$$

За время $\tau \approx (\nu_{en}+\nu_{ei}+\nu_{ee})^{-1}$ равновесие нарушается, так как азимутальная скорость электронов после столкновений будет чисто хаотической. Следовательно, можно записать уравнение на радиус канала

$$\frac{dR_i}{dt} = 2(1+\varkappa)\left(T_{e0}+T_{i0}(1+R^2_i\delta/(1+\varkappa)R^2_0)\right)(\nu_{eN}+\nu_{ei}+\nu_{ee})/m\omega^2_{ce}R_i. \qquad (12)$$

Решение уравнения (12) имеет вид

$$R^2_i(t) = R^2_0\exp\{t/t_3\} + R^2_0(1+\varkappa)(T_{e0}+T_{i0})(\exp\{t/t_3\}-1)/\delta T_{i0}, \qquad (13)$$

где $t_3 = \varkappa mc^2/2T_{i0}(\nu_{eN}+\nu_{ei}+\nu_{ee})$.

При выполнении условия $\delta T_{i0}/(1+\varkappa)(T_{e0}+T_{i0}) \ll 1$ решение (12) имеет вид

$$R_i(t) = R_0(1+t/t_2)^{0.5}, \qquad (14)$$

где $t_2 = m\omega^2_{ce}R^2_0/\Big(4(T_{e0}+T_{i0})(1+\varkappa)(\nu_{en}+\nu_{ei}+\nu_{ee})\Big)$.

Заметим, что выражение (14) соответствует решению уравнения диффузии плазмы поперек магнитного поля с коэффициентом амбиполярной диффузии $D_a = (T_{e0} + T_{i0})(1 + \varkappa)(\nu_{en} + \nu_{ei} + \nu_{ee})/m\omega_{ce}^2$. Если выполнено обратное неравенство $\delta T_{i0}/(1 + \varkappa)(T_{e0} + T_{i0}) \gg 1$, что соответствует замагниченной плазме, то приближенное решение (12) можно записать в виде $R_i^2(t) = R_0^2 \exp\{t/t_3\}$, т.е. замагниченная плазма расширяется экспоненциально с большим характерным временем ($t_3 \gg t_2$).

Оценим минимальную величину магнитного поля, способного влиять на расширение плазменного канала. В отсутствие внешнего магнитного поля равновесный радиус электронной компоненты есть $R_{ep} = R_i + T_{e0}R_0^2/\varkappa mc^2 R_i$. При наличии магнитного поля $R_{ep} = R_i(1 + \varepsilon)$, где ε определяется уравнением (8). Хотя $\varepsilon < T_{e0}R_0^2/\varkappa mc^2 R_i^2$, за счет столкновений за время $\tau \simeq (\omega_*^{-1} + (\nu_{en} + \nu_{ei} + \nu_{ee})^{-1})T_{e0}R_0^2/\varepsilon\varkappa mc^2 R_i^2$ электронная компонента выйдет на равновесный радиус $R_{ep} = R_i + T_{e0}R_0^2/\varkappa mc^2 R_i$, где $\omega_* = (\omega_{ce}^2/(1 + \varkappa) + 2\varkappa c^2/R_i^2)^{0.5}$ — частота колебаний электронной компоненты. Если ионы не замагничены $\omega_{ci} \ll (2T_{i0}/M)^{0.5}/R_0$ и выполнено условие

$$\left(\omega_*^{-1} + (\nu_{en} + \nu_{ei} + \nu_{ee})^{-1}\right) T_{e0}R_0^2/\varepsilon\varkappa mc^2 R_i^2 \ll \left((1 + \varkappa + \delta)/\omega_{ce}\omega_{ci}\right)^{0.5},$$

т.е. $\omega_{ce}\omega_{ci} \ll \left((1 + \varkappa)(1 - (\delta m/M)^{0.5}/(1 + \varkappa))\right)^2 (\nu_{en}+\nu_{ei}+\nu_{ee})^2/(1+\varkappa+\delta)$, то за время выхода электронов на равновесный радиус $R_{ep} = R_i + T_{e0}R_0^2/\varkappa mc^2 R_i$ ионы не будут успевать смещаться и, следовательно, магнитное поле не будет влиять на разлет канала.

В качестве примера рассмотрим созданный лазерным импульсом в парах бензола при давлении $3 \cdot 10^{-4}$ Тор плазменный канал плотности $2 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$, радиуса $R_0 = 0.5$ см с температурой электронов $T_{e0} = 0.2$ эВ. Поскольку в этом случае длина пробега ионов много больше радиуса плазмы, то время расширения канала определяется формулой (4) $t_0 \simeq 7$ мкс. Магнитное поле не скажется на расширении канала при условии $B \ll 40$ Гс. Магнитное поле величиной в несколько десятков Гс уже замедлит процесс расширения канала. Если же $B = 500$ Гс, то расширение канала будет определяться формулой (14) с характерным временем $t_2 \simeq 3 \cdot 10^3$ мкс.

Заключение

На основе проведенного анализа можно сделать следующие выводы. В отсутствие внешнего магнитного поля, если длина пробега ионов много больше радиуса плазмы ($\sigma_{iN}n_N R_0 \ll 1$), происходит быстрое расширение плазменного канала, определяемое формулой (4). Наличие ионных столкновений замедляет расширение канала. Если длина пробега ионов много меньше радиуса плазмы ($\sigma_{iN}n_N R_0 \gg 1$), то столкновения существенно замедляют расширение канала, описываемое в этом случае формулой (7). Если $\sigma_{iN}n_N R_0 \ll 1$, то избежать быстрого разлета канала можно наложением продольного магнитного поля достаточно большой величины, такой, чтобы были выполнены условия

$$\omega_{ce}\omega_{ci} \gg (1+\varkappa+\delta)(\nu_{en}+\nu_{ei}+\nu_{ee})^2 \quad \text{и} \quad \omega_{ce}\omega_{ci} \gg 2(T_{e0}+T_{i0})(1+\varkappa)/MR_0^2.$$

При этом расширение канала описывается выражением (13). Если плазма замагничена $\delta T_{i0}/(1+\varkappa)(T_{e0}+T_{i0}) \gg 1$, то она расширяется по экспоненциальному закону с большим характерным временем. При выполнении обратного неравенства происходит диффузионное расширение канала, описываемое выражением (14). Если выполнены условия $\omega_{ce}\omega_{ci} \ll \left((1+\varkappa)(1-(\delta m/M)^{0.5}/(1+\varkappa))\right)^2 (\nu_{en}+\nu_{ei}+\nu_{ee})^2/(1+\varkappa+\delta)$ и $\omega_{ci} \ll (2T_{i0}/M)^{0.5}/R_0$, то магнитное поле не влияет на расширение плазменного канала.

Список литературы

[1] *Prono D.S.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1985. Vol. NS-32. P. 3144.
[2] *Lipinsky R.J., Smith J.R., Shokair I.R.* // Phys. Fluids B. 1990. Vol. 2. P. 2764.
[3] *Русанов В.Д., Фридман А.А.* Физика химически активной плазмы. М.: Наука, 1984. 414 с.
[4] *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 590 с.
[5] *Lee E.P., Cooper R.K.* // Part. Accel. 1976. Vol. 7. N 2. P. 83.
[6] *Buchanan H.L.* // Phys. Fluids. 1987. Vol. 30. N 1. P. 221.
[7] *Капчинский М.И., Розанов Н.Е.* // Физика плазмы. 1982. Т. 8. № 2. С. 339.
[8] *Арсеньев Д.А., Рудяк Ю.В.* // Труды РТИ АН СССР. 1980. № 39. С. 145.