

01;02;04;07

©1995 г.

УМЕНЬШЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ВЫНУЖДЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ ДЛИНЫ ОДНОПРОХОДНОГО КОРОТКОВОЛНОВОГО ЛАЗЕРА

М. Л. Шматов

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН,
194021, Санкт-Петербург, Россия
(Поступило в Редакцию 14 апреля 1994 г.)

Показано, что совместное влияние продольной неоднородности и быстрого изменения локальных параметров активной среды может привести к уменьшению максимальной интенсивности вынужденного излучения при увеличении длины однопроходного коротковолнового лазера L . Предполагается, что изменение L эквивалентно линейному преобразованию продольной координаты, т.е. "растяжению" или "сжатию" активной среды. Такая ситуация может быть реализована в случае, когда изменение L сопровождается изменением продольной фокусировки потока излучения накачки.

Введение

Неоднородность сфокусированного в линию потока излучения приводит к продольной неоднородности плазменного столба, создаваемого при воздействии этого излучения на твердотельную мишень [1-14]. Масштаб таких неоднородностей может быть сравним с полной длиной плазменного столба, которую обозначим через L [5-7,9-11,13,14]. При использовании лазерной плазмы в качестве активной среды коротковолнового лазера характерное время изменения ее локальных параметров, в частности коэффициента усиления, в ряде случаев составляет величину порядка $10^{-11} - 10^{-10}$ с [3-7,9,11,13-17]. В таких экспериментах реализуются значения L порядка 1 см [2,4-17], поэтому за время движения фотонов вдоль активной среды может произойти существенное изменение ее локальных параметров.

Рассмотрим ситуацию, когда коротковолновый лазер является однопроходным, активная среда создается одновременно по всей длине [2,4-17], изменение L осуществляется за счет фокусировки излучения накачки. Предположим, что в каждом импульсе этого излучения для

соответствующего момента времени сохраняется относительное распределение интенсивности перед фокусирующей системой [10] и значение интенсивности, усредненное по облучаемой поверхности мишени. Покажем, что в этих условиях совместное влияние продольной неоднородности и быстрого изменения локальных параметров активной среды может привести к уменьшению интенсивности вынужденного излучения при увеличении L . Предварительно получим выражения, позволяющие описать вынужденное излучение при наличии вышеупомянутых особенностей активной среды.

1. Вынужденное излучение при быстром изменении локальных параметров и продольной неоднородности активной среды

а) *Интенсивность излучения при отсутствии поглощающих областей.* Рассмотрим усиление спонтанного излучения в рамках одномерной однопроходной модели без насыщения коэффициента усиления. Полагаем, что активная среда поперечно однородна, занимает область $0 \leq x \leq L$ и является для определенности цилиндром радиусом R_m ; детектор излучения расположен на оси этого цилиндра, продольная координата детектора равна X_D (рис. 1). Коэффициент преломления среды полагаем равным единице. Величина R_m может зависеть от времени, ее минимальное значение обозначим через R_m^{\min} . Одномерность модели означает, что рассматривается только излучение, распространяющееся под такими углами Θ к оси цилиндра, что

$$\Theta \ll R_m^{\min}/L. \quad (1)$$

Соответственно для телесного угла регистрации излучения Ω , связанного с максимальным значением Θ , которое обозначим через Θ_0 , соотношением

$$\Omega = \pi \Theta_0^2 \quad (2)$$

выполняется условие

$$\Omega \ll \pi (R_m^{\min}/L)^2. \quad (3)$$

Полагаем, что инверсия заселенностей создана для единственной пары энергетических уровней. Обозначим концентрацию частиц в верхнем и нижнем лазерном состоянии (для коротковолнового лазера концентрацию ионов) через N_2 и N_1 соответственно. Каждый ион, находящийся в верхнем лазерном состоянии, за время от t до $t + dt$ в частотном диапазоне от ν до $\nu + d\nu$ излучает равновероятно в любом направлении $A_{21} q(\nu, t, x) d\nu dt$ лазерных квантов. Здесь A_{21} — коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения, равный вероятности спонтанного испускания фотона в единицу времени, $q(\nu, t, x)$ — форм-фактор

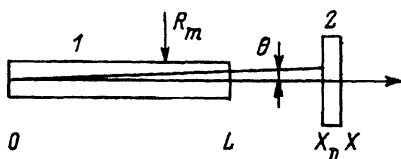


Рис. 1. Одномерная модель.

1 — активная среда, 2 — детектор; $\Theta \ll R_m/L$.

[18], который в общем случае может зависеть не только от ν , но и от t и x . Таким образом, величина ΔN_{sp}^ν — количество фотонов с частотами от ν до $\nu + d\nu$, спонтанно испускаемых в направлении детектора за время от t до $t + dt$ участком среды длиной dx , определяется выражением

$$\Delta N_{sp}^\nu = j(\nu, t, x) d\nu dt dx. \quad (4)$$

Здесь

$$j(\nu, t, x) = \frac{\Omega}{4\pi} A_{21} q(\nu, t, x) N_2(t, x) S(t), \quad (5)$$

где $S(t) = \pi R_m^2(t)$ — площадь поперечного сечения активной среды.

Полагаем, что взаимодействие рассматриваемого излучения со средой происходит только на переходах между верхним и нижним лазерными уровнями. В этом случае $\alpha(\nu, t, x)$ — коэффициент усиления излучения с частотой ν определяется выражением

$$\alpha(\nu, t, x) = \frac{A_{21} c^2}{8\pi \nu^2} q(\nu, t, x) \left[N_2(t, x) - \frac{g_2}{g_1} N_1(t, x) \right], \quad (6)$$

где g_2 и g_1 — статистические веса верхнего и нижнего лазерного уровня соответственно, c — скорость света в вакууме [18].

Зададим условие, согласно которому инверсия создается в момент времени $t = 0$. Таким образом,

$$\alpha(\nu, t < 0, 0 \leq x \leq L) \leq 0. \quad (7a)$$

Полагаем также

$$\Delta N_{sp}^\nu(t < 0, 0 \leq x \leq L) = 0, \quad (7b)$$

что физически оправдано в ряде случаев. Условия (7a), (7b) выполняются при

$$N_2(t < 0, 0 \leq x \leq L) = 0. \quad (7b)$$

В соответствии с определением коэффициента усиления при прохождении через активную среду до правого торца лазера фотонов с частотой ν , спонтанно испущенных в момент времени t' областью с продольной координатой x' , их количество изменяется в $\exp[G(\nu, t', x')]$ раз, где

$$G(\nu, t', x') = \int_{x'}^L \alpha \left(\nu, t' + \frac{x - x'}{c}, x \right) dx. \quad (8)$$

Для коротковолнового лазера $dR_m/dt \geq 0$. В подобном случае линия распространения фотона, спонтанно испущенного практически в любой точке активной среды в пределах определяемого условиями (1)–(3) телесного угла Ω , проходит при $x \leq L$ через активную среду. Отметим, что при существовании прямой линии, находящейся при $0 \leq x \leq L$ в пределах активной среды, аналогичное условие (при соответствующем ограничении Ω) выполняется и при переменном поперечном сечении активной среды. Здесь предполагается, что дифракция

излучения несущественна. Это в сочетании с используемой в модели поперечной однородностью активной среды позволяет описывать путь фотона прямой линией.

Определим интенсивность излучения I как количество фотонов, попавших в детектор за единицу времени. "Затравочные" фотоны потока излучения, зарегистрированного в момент времени t , спонтанно излучены различными областями активной среды. Используя обозначения x' и t' для продольной координаты такой области и момента испускания ею фотонов, соответственно, получаем

$$t' = t + (x' - X_D)/c. \quad (9)$$

Складывая интенсивности потоков излучения, затравочные фотоны которых испущены различными областями активной среды [19,20] и учитывая (4)–(6), получаем

$$I(t) = \frac{\Omega}{4\pi} A_{21} \int_0^\infty d\nu \int_0^L dx' q(\nu, t', x') N_2(t', x') S(t') \exp[G(\nu, x')], \quad (10)$$

где $G(\nu, x')$ при подстановке (9) в (8) определяется как

$$G(\nu, x') = \int_{x'}^L dx \left(\nu, t + \frac{x - X_D}{c}, x \right). \quad (11)$$

Для любой функции $g(x)$ справедливо соотношение

$$\frac{d}{dx'} \left\{ \exp \left[\int_{x'}^L g(x) dx \right] \right\} = -g(x') \exp \left[\int_{x'}^L g(x) dx \right]. \quad (12)$$

Перепишав $\exp[G(\nu, x')]$ из (10) при помощи (12) и используя (6), преобразуем (10) к виду

$$I(t) = \frac{2\Omega}{c^2} \int_0^\infty d\nu \nu^2 \int_0^L dx' S(t') \left[1 - \frac{g_2}{g_1} \frac{N_1(t', x')}{N_2(t', x')} \right]^{-1} (-1) \frac{d}{dx'} \left\{ \exp[G(\nu, x')] \right\}. \quad (10a)$$

Предположим, что в течение периода времени $t - X_D/c \leq t' \leq t - (X_D - L)/c$ в (10a) можно использовать следующие подстановки:

$$S(t') \approx S(t'_1), \quad (13a)$$

$$1 - \frac{g_2}{g_1} \frac{N_1(t', x')}{N_2(t', x')} \approx a(t'_2, x'_1), \quad (13b)$$

где $t'_{1,2}$ и x'_1 — параметры, удовлетворяющие следующим условиям: $t - X_D/c \leq t'_{1,2} \leq t - (X_D - L)/c$, $0 \leq x'_1 \leq L$.

В этом разделе рассматриваются такие активные среды, в которых выполняется условие

$$\alpha(\nu, t > 0, 0 \leq x \leq L) \geq 0. \quad (14)$$

Тогда, как видно из (6), $0 < a(t'_2, x'_1) \leq 1$ (в (13б) подразумевается, что $a(t'_2, x'_1) \neq 0$). Приближение (13б) строго выполняется при достаточно быстром распаде нижнего лазерного уровня. В этом случае при $t' > 0$ имеют место соотношения $N_1 \ll N_2$ и соответственно $a(t'_2, x'_1) = \text{const} = 1$.

Из (14) следует, что излучение, прошедшее в активной среде больший путь, усиливается больше. Поэтому выберем значения $t'_{1,2}$ и x'_1 так, чтобы выражения (13а), (13б) были точными для наиболее удаленных от правого торца лазера областей активной среды, излучение от которых достигает детектора. Полагаем, что при $t \geq X_D/c$

$$t'_1 = t'_2 = t - X_D/c, \quad (13в)$$

$$x'_1 = 0; \quad (13г)$$

при $(X_D - L)/c \leq t \leq X_D/c$

$$t'_1 = t'_2 = 0, \quad (13д)$$

$$x'_1 = X_D - ct. \quad (13е)$$

При подстановке (13д), (13е) в (13б) подразумевается, что $t'_2 \rightarrow 0^+$, такое условие формально связано с (7в). Приближения (13а)–(13е) могут ввести погрешность в расчет интенсивности. Эта погрешность, однако, не очень велика, так как I зависит от интенсивности спонтанного излучения линейно. Изменение α за время движения фотонов вдоль активной среды может быть значительно существенней, так как оно определяет величину G (см. (8), (10), (11)).

При подстановке (13а)–(13е) формула (10) приобретает вид

$$I(t) = \frac{2\Omega}{c^2} \frac{S(t'_1)}{a(t'_2, x'_1)} \int_0^\infty d\nu \nu^2 \{ \exp[G(\nu, 0)] - 1 \}. \quad (15)$$

Очевидно, что при $t < (X_D - L)/c$ лазерные фотоны не успевают достичь детектора, а при $(X_D - L)/c \leq t < X_D/c$ в детектор попадает излучение, затравочные фотоны которого спонтанно испущены областью $X_D - ct \leq x' \leq L$. Формула (10), содержащая в интеграле по dx' множитель $N_2(t', x')$, учитывает это автоматически, хотя можно в явном виде написать, что $I[t < (X_D - L)/c] = 0$, а при $(X_D - L)/c \leq t < X_D/c$ в качестве нижнего предела в интеграле по dx' в (10) подставить $X_D - ct$. Формула (15) не содержит интенсивности спонтанного излучения как сомножителя. Поэтому для использования при $t < X_D/c$ формулы (15) с подстановкой (11) и выражений, приведенных ниже, необходимо ввести дополнительное условие

$$\alpha(\nu, t < 0, 0 \leq x \leq L) = 0, \quad (7г)$$

хотя физически создание инверсной заселенности в момент времени $t = 0$ приводит к требованию (7а). Для описания интенсивности излучения удобно ввести время t_1 , отсчитываемое от момента прихода к детектору первых фотонов,

$$t_1 = t - (X_D - L)/c. \quad (16)$$

При подстановке (16) выражение (11) (для $x' = 0$ и при учете (7г)) преобразуется к виду

$$G(\nu, 0) = \int_0^L dx \alpha \left(\nu, t_1 + \frac{x - L}{c}, x \right). \quad (17)$$

Обозначим через t_L время движения фотонов вдоль всей активной среды

$$t_L = L/c. \quad (18)$$

Введем усредненное по временному интервалу от $t_1 - t_L$ до t_1 значение коэффициента усиления, которое обозначим как $\bar{\alpha}(\nu; t_1 - t_L, t_1)$; при этом усреднении будем учитывать движение фотонов в направлении положительных значений x

$$\bar{\alpha}(\nu; t_1 - t_L, t_1) = \frac{1}{t_L} \int_{t_1 - t_L}^{t_1} dt \alpha(\nu, t, L - ct_1 + ct). \quad (19)$$

Подставляя (19) в (17), получаем

$$G(\nu, 0) = \bar{\alpha}(\nu; t_1 - t_L, t_1)L. \quad (20)$$

Отметим, что формулы (19), (20) могут быть удобны для описания излучения продольно однородной активной среды. Полагаем, что $q(\nu, t, x) \neq 0$ только в некоторой области вблизи резонансной частоты ν_0 ; ширина этой области мала по сравнению с ν_0 . Выражение (15) преобразуется к виду

$$I(t_1) = \frac{2\Omega}{\lambda_0^2} \frac{S(t'_1)}{a(t'_2, x'_1)} \int_0^\infty d\nu \{ \exp[G(\nu, 0)] - 1 \}, \quad (21)$$

где λ_0 — длина волны излучения с частотой ν_0

$$\lambda_0 = c/\nu_0; \quad (21a)$$

при $t_1 < L/c$ используются параметры $t'_{1,2} = 0$, $x'_1 = L - ct_1$, при $t_1 \geq L/c$ делается подстановка $t'_{1,2} = t_1 - L/c$, $x'_1 = 0$ (см. (13в)-(13е), (16)).

Рассмотрим ситуацию, когда форм-фактор не зависит от t и x . Полагаем, что он описывается доплеровским профилем

$$q(\nu, t, x) = q(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta \nu_T} \exp \left[- \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta \nu_T} \right)^2 \right]. \quad (22)$$

Здесь $\Delta\nu_T$ — характерная спектральная ширина линии, определяемая выражением

$$\Delta\nu_T = \frac{\nu_0}{c} \left(\frac{2k_B T}{M} \right)^{1/2}, \quad (23)$$

где k_B — постоянная Больцмана, T и M — температура и масса ионов соответственно [18].

В этом случае, как видно из (6), (17), (22),

$$G(\nu, 0) = G(\nu_0, 0) \exp \left[- \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_T} \right)^2 \right] \quad (24)$$

и интеграл по $d\nu$ в (21) может быть представлен в виде

$$\int_0^\infty d\nu \{ \exp[G(\nu, 0)] - 1 \} \approx \sqrt{\pi} \Delta\nu_T \frac{[e^{G(\nu_0, 0)} - 1]^{1.5}}{[G(\nu_0, 0)e^{G(\nu_0, 0)}]^{0.5}} \quad (25)$$

[19, 20]. Формула (25) является точной при $G(\nu_0, 0) \ll 1$ и $G(\nu_0, 0) \gg 1$; максимальное отличие аналитического выражения от точного значения интеграла наблюдается при $G(\nu_0, 0) = 2.7$ (в этом случае аналитическое значение на 11% меньше точного) [20]. При подстановке (22), (24), (25) в (21) получаем

$$I(t_1) = \frac{2\sqrt{\pi}\Omega}{\lambda_0^2} \frac{S(t'_1)\Delta\nu_T}{a(t'_2, x'_1)} \frac{[e^{G(\nu_0, 0)} - 1]^{1.5}}{[G(\nu_0, 0)e^{G(\nu_0, 0)}]^{0.5}}. \quad (26)$$

В случае выполнения условия

$$G(\nu_0, 0) \gg 1 \quad (27)$$

формула (26) сводится к выражению

$$I(t_1) \approx \frac{2\sqrt{\pi}\Omega}{\lambda_0^2} \frac{S(t'_1)\Delta\nu_T}{a(t'_2, x'_1)} \frac{e^{G(\nu_0, 0)}}{[G(\nu_0, 0)]^{0.5}}. \quad (26a)$$

Множитель $[G(\nu_0, 0)]^{-0.5}$ в (26a) описывает происходящее при увеличении $G(\nu_0, 0)$ сужение эффективного частотного диапазона излучения, который в данном случае можно определить как

$$\Delta\nu_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{\pi}\Delta\nu_T}{[G(\nu_0, 0)]^{0.5}}. \quad (28)$$

Выражение вида (26a) справедливо при достаточно большом значении $G(\nu_0, 0)$ для любой зависимости форм-фактора от ν . Из (21) видно, что при выполнении условия (27) основной вклад в интеграл

по $d\nu$ вносится областью частот, ширина которой значительно меньше спектральной ширины $G(\nu, 0)$. Используем в (21) подстановку

$$\exp[G(\nu, 0)] - 1 \approx \exp \left\{ G(\nu_0, 0) \left[1 - \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu} \right)^2 \right] \right\}, \quad (29)$$

где подгочный параметр $(\Delta\nu)^2$ определяется как

$$(\Delta\nu)^2 = -2G(\nu_0, 0) / \left[d^2G(\nu, 0)/d\nu^2 \right] \Big|_{\nu=\nu_0}. \quad (30)$$

При выполнении (27) и значениях ν , близких к ν_0 , слагаемым (-1) в левой части (29) можно пренебречь. Поэтому в области частот, для которой

$$|\nu - \nu_0| \ll \Delta\nu, \quad (31)$$

формула (29) является практически точной. При достаточно большом отклонении ν от ν_0 и левая, и правая части (29) стремятся к нулю, поэтому приближение (29) в этой спектральной области также можно считать точным. Интеграл по $d\nu$ от правой части (29) равен $\sqrt{\pi}[G(\nu_0, 0)]^{-0.5} \Delta\nu \exp[G(\nu_0, 0)]$. Таким образом, получаем выражения вида (26а) и (28) с заменой $\Delta\nu_T$ на $\Delta\nu$ из (30) ($\Delta\nu$ может зависеть от t_1)

$$I(t_1) = \frac{2\sqrt{\pi}\Omega}{\lambda_0^2} \frac{S(t_1)\Delta\nu}{a(t_2', x_1')} \frac{e^{G(\nu_0, 0)}}{[G(\nu_0, 0)]^{0.5}}, \quad (32)$$

$$\Delta\nu_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{\pi}\Delta\nu}{[G(\nu_0, 0)]^{0.5}}. \quad (33)$$

Как видно из вывода (32), основной вклад в $I(t_1)$ вносит область частот шириной порядка $\Delta\nu_{\text{eff}}$. Формула (33) показывает, что при выполнении (27) условие (31) для этой области также выполнено.

б) *Полное количество зарегистрированных фотонов.* Обозначим через N количество лазерных фотонов, попавших в детектор за все время существования активной среды. Из определения I следует, что

$$N = \int_0^{\infty} I(t_1) dt_1. \quad (34)$$

При использовании некоторых модельных зависимостей коэффициента усиления от времени (см. ниже) может быть более удобен другой метод вычисления N , состоящий в рассмотрении усиления спонтанного излучения от каждого участка активной среды в течение всего времени,

$$N = \frac{\Omega}{4\pi} A_{21} \int_0^L dx' \int_0^{\infty} dt' S(t') N_2(t', x') \int_0^{\infty} d\nu q(\nu, t', x') \exp[G(\nu, t', x')], \quad (35)$$

где $G(\nu, t', x')$ определяется выражением (8), величины t' и x' полагаются независимыми.

Очевидно, что формулы (10), (35) применимы и в том случае, если условие (14) не выполняется.

2. Иллюстрационные модели

а) *Предположение об эквивалентности изменения L линейному преобразованию продольной координаты.* Для определенности рассмотрим ситуацию, когда облучаемая поверхность мишени является плоской и совпадает с плоскостью XY . Обозначим через L_{ir} длину облучаемой области, измеренную в плоскости XY (рис. 2). Полагаем, что L_{ir} больше длины мишени. Это позволяет избежать проявления краевых эффектов фокусировки излучения накачки (см., например, [4]).

Для упрощения рассмотрения иллюстрационных моделей полагаем, что $L_{ir} - L \ll L$, начало отсчета координаты x всегда совпадает с левым краем мишени (рис. 2). Пренебрегаем разлетом плазмы в продольном направлении.

Рассмотрим значения α и j , соответствующие некоторой частоте ν , моменту времени t_m и продольной координате x_m ; здесь полагается, что $t_m > 0$, $0 < x_m < L$. Предположим, что $\alpha(\nu, t_m, x_m)$ и $j(\nu, t_m, x_m)$ однозначно определяются предшествующим (т.е. происходящим при $t \leq t_m$) облучением участка мишени, которому соответствует значение продольной координаты $x_m - \Delta x \leq x \leq x_m + \Delta x$, где Δx — бесконечно малая величина. Напомним, что определение начала отсчета времени приведено в разделе 1а.

Из приближений, описанных выше, следует, что изменение L эквивалентно линейному преобразованию продольной координаты, т.е. “растяжению” или “сжатию” активной среды. Отметим, что такое приближение использовалось в [9,21–23].

б) *Модель с пространственным разделением основных усиливающих областей.* Обозначим максимальное значение I через I_{max} . Покажем, что при пространственном разделении основных усиливающих областей увеличение L может вызвать уменьшение I_{max} . Полагаем, что

$$\alpha(\nu, t > t_0, x) = 0, \quad (36)$$

$$j(\nu, t > t_0, x) = 0; \quad (37)$$

при $0 \leq t \leq t_0$ величины α и j от времени не зависят

$$\alpha(\nu, 0 \leq t \leq t_0, x) = \alpha_\nu(x), \quad (38)$$

$$j(\nu, 0 \leq t \leq t_0, x) = j_\nu(x). \quad (39)$$

Здесь t_0 — модельный параметр. Для упрощения полагаем, что в пределах физически существенного диапазона частот $\alpha_\nu(x) \sim j_\nu(x)$

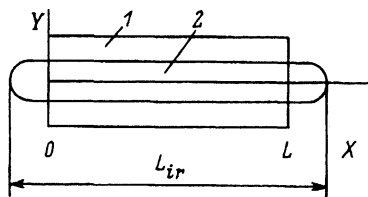


Рис. 2. Облучение мишени.

1 — поверхность мишени (плоскость XY),
2 — облучаемая область.

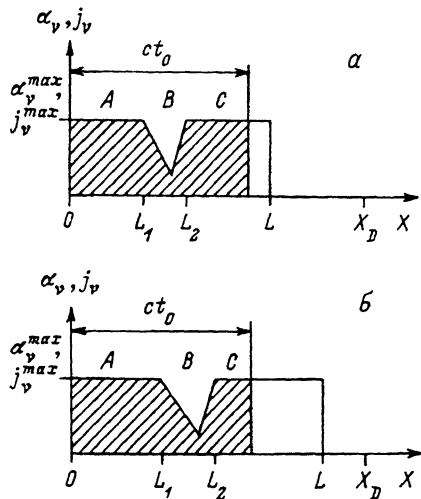


Рис. 3. Уменьшение I_{\max} при увеличении L , вызванное пространственным разделением основных усиливающих областей.

Параметры среды в течение периода времени $0 \leq t \leq t_0$; a и b — меньшее и большее значение L ; площади заштрихованных фигур пропорциональны G_{\max} ; X_D — продольная координата детектора.

форм-фактор зависит только от ν , S не зависит от времени. Рассмотрим ситуацию, когда $\alpha_\nu(x)$ и $j_\nu(x)$ достигают наибольших значений, равных α_ν^{\max} и j_ν^{\max} соответственно, в областях $0 \leq x \leq L_1(A)$ и $L_2 \leq x \leq L(C)$, при этом

$$ct_0 < L, \quad ct_0 > L_2, \quad ct_0 > L - L_1 \quad (40a)-(40b)$$

(на рис. 3 приведены зависимости $\alpha_\nu(x)$ и $j_\nu(x)$ при двух значениях L).

Обозначим максимальное значение $G(\nu_0, 0)$ через G_{\max} . Из (7а), (17), (18), (36), (38), (40а)–(40в) следует, что условие $G(\nu_0, 0) = G_{\max}$ выполняется в течение периода времени $t_0 \leq t_1 \leq t_L$; как видно из (17), величины G_{\max} пропорциональны площадям фигур, заштрихованных на рис. 3. Большей длине активной среды соответствует меньшее значение G_{\max} (рис. 3). Это связано с увеличением длины области $L_1 < x < L_2(B)$, в которой реализуются значения $\alpha_\nu(x) < \alpha_\nu^{\max}$, и условием (40а). Как видно из (15), I_{\max} соответствует G_{\max} , т.е. периоду времени $t_0 \leq t_1 \leq t_L$. Таким образом, получаем, что

$$dI_{\max}/dL < 0. \quad (41)$$

Покажем, что возможна и ситуация, когда

$$dN/dL < 0. \quad (42)$$

Добавим к предположениям, сделанным выше, условия

$$\alpha(\nu, t, L_1 < x < L_2) = 0, \quad (43)$$

$$j(\nu, t, L_1 < x < L_2) = 0 \quad (44)$$

(рис. 4). Значение α_ν^{\max} на частоте ν_0 обозначим через α_0 . Полагаем, что

$$\alpha_0(ct_0 - L_2) \gg 1, \quad (45)$$

$$\alpha_0(ct_0 + L_1 - L) \gg 1 \quad (46)$$

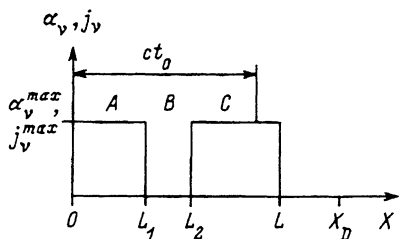


Рис. 4. Модель с пространственным разделением основных усиливающих областей, показывающая возможность уменьшения N при увеличении L .

Параметры среды в течение периода времени $0 \leq t \leq t_0$.

(рис. 4). Из (7а), (17), (36), (38), (40а)–(40в), (43) следует, что

$$G'_{\max} = \alpha_0(ct_0 - L_2 + L_1); \quad (47)$$

из (45), (46) получаем

$$G_{\max} \gg 1, \quad \alpha_0 L_1 \gg 1, \quad \alpha_0(L - L_2) \gg 1. \quad (48а)–(48в)$$

Для нахождения N используем (5), (6) и подставим (36)–(40), (43), (44) в (35). Получаем

$$N = \frac{2\Omega S}{c^2 \left(1 - \frac{g_2 N_1}{g_1 N_2}\right)} \int_0^\infty d\nu \nu^2 (F_1 + F_2 + F_3), \quad (49)$$

где значения N_2 и N_1 соответствуют областям A и C при $0 \leq t \leq t_0$,

$$F_1 = \left(\frac{L}{c} - t_0 + \frac{2}{\alpha_\nu^{\max} c}\right) \exp[\alpha_\nu^{\max}(ct_0 + L_1 - L_2)] - t_0 - \frac{L}{c} - \frac{2}{\alpha_\nu^{\max} c} + \frac{2(L_2 - L_1)}{c}, \quad (50)$$

$$F_2 = \{\exp[\alpha_\nu^{\max}(L - L_2)] - 1\} (L_2 - L_1)/c, \quad (51)$$

$$F_3 = [\exp(\alpha_\nu^{\max} L_1) - 1] (L_2 - L_1)/c. \quad (52)$$

Выполнение условий (48а)–(48в) позволяет применить для интегрирования по частоте в (49) тот же метод, который использовался при выводе (32). В пределах спектрального диапазона (31), где в данном случае

$$\Delta\nu = \left[-2\alpha_0 / (d^2 \alpha_\nu^{\max} / d\nu^2) \Big|_{\nu=\nu_0}\right]^{1/2}, \quad (53)$$

можно использовать аппроксимацию

$$F_1 \approx \left(\frac{L}{c} - t_0 + \frac{2}{\alpha_0 c}\right) \exp \left\{ G_{\max} \left[1 - \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu}\right)^2 \right] \right\}. \quad (54)$$

Все функции F_i в (50)–(52) стремятся к нулю при достаточно большой величине $|\nu - \nu_0|$. Поэтому можно использовать (54) для всех частот и пренебречь изменением ν^2 в (49) (см. вывод формулы (32)). Получаем

$$\int_0^{\infty} \nu^2 F_1 d\nu = \left(\frac{L}{c} - t_0 + \frac{2}{\alpha_0 c} \right) \frac{\sqrt{\pi} \nu_0^2 \Delta\nu}{\sqrt{G_{\max}}} \exp(G_{\max}). \quad (55)$$

Подобным образом можно проинтегрировать по частоте $\nu^2 (F_2 + F_3)$. Результат вследствие (45), (46) пренебрежимо мал по сравнению с (55). Таким образом, из (21а), (49), (55) получаем, что

$$N = \frac{2\sqrt{\pi}\Omega S\Delta\nu}{\lambda_0^2 \left(1 - \frac{g_2 N_1}{g_1 N_2}\right)} \left(\frac{L}{c} - t_0 + \frac{2}{\alpha_0 c} \right) \frac{\exp(G_{\max})}{\sqrt{G_{\max}}}, \quad (56)$$

где G_{\max} определяется формулой (47), $\Delta\nu$ — формулой (53).

При изменении L выполняется соотношение

$$(L_2 - L_1)/L = b, \quad (57)$$

где b — константа (см. раздел 2а).

Из формул (47), (56), (57) следует, что

$$\frac{dN}{dL} = f(L) \left[1 + \alpha_0 b \left(L - ct_0 + \frac{2}{\alpha_0} \right) \left(\frac{1}{2G_{\max}} - 1 \right) \right], \quad (58)$$

где $f(L)$ — положительная функция.

Так как, согласно (48а), $1/(2G_{\max}) \ll 1$, то выражение (58) может быть аппроксимировано формулой

$$\frac{dN}{dL} = f(L) \{1 - b[2 + \alpha_0(L - ct_0)]\}. \quad (58а)$$

Из (58а) видно, что если

$$b > 1/[2 + \alpha_0(L - ct_0)], \quad (59)$$

то выполняется условие (42).

Отметим, что условие (41) выполняется вне зависимости от b . Возникновение условия (59) связано с тем, что увеличение L вызывает не только уменьшение I_{\max} , но и увеличение временного промежутка, соответствующего этому значению I (см. выше).

Ослабление вынужденного излучения с увеличением L возможно и в том случае, если параметры соседних областей описываются одинаковыми амплитудными величинами, но различными временными зависимостями. Так, предположим, что активная среда состоит из четырех областей: $0 \leq x < L/4$ (А), $L/4 \leq x < L/2$ (В), $L/2 \leq x < (3/4)L$ (С), $(3/4)L \leq x \leq L$ (D). Величины $j(\nu, t, x)$ и $\alpha(\nu, t, x)$ отличаются от нуля

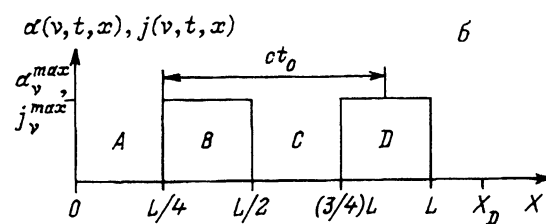
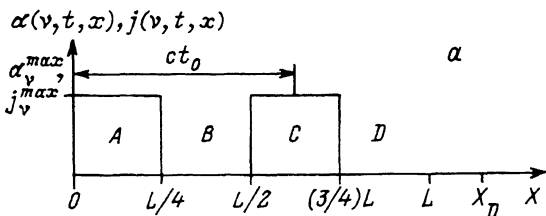


Рис. 5. Временное разделение усиливающих областей. Параметры среды при $0 \leq t \leq t_0$ (а) и $t_2 \leq t \leq t_2 + t_0$ (б); $t_2 > t_0 + L/c$.

только при $0 \leq t \leq t_0$ в областях A и C и при $t_2 \leq t \leq t_2 + t_0$ в областях B и D, где они равны j_ν^{\max} и α_ν^{\max} соответственно; полагаем, что $t_2 > t_0 + L/c$ (рис. 5). Таким образом, область A излучает последние фотоны в момент времени $t = t_0$. При $t > t_0 + L/c$ в области D нет фотонов, излученных областью A. Поэтому области A и C излучают независимо от областей B и D. Дальнейшее рассмотрение этой модели аналогично рассмотрению предыдущей [21], где для определенности выбрано значение $t_0 = (5/8)L/c$.

в) *Модели с поглощающими областями.* Рассмотрим ситуацию, когда между детектором и усиливающей областью имеется поглощающая область. Длины этих областей обозначим через L_{amp} и L_{abs} , соответственно (рис. 6). Полагаем, что при $t < 0$ и $t > t_0$ коэффициент усиления равен нулю, при $0 \leq t \leq t_0$ величины $\alpha(\nu, t, 0 \leq x \leq L_{amp})$ и $j(\nu, t, 0 \leq x \leq L_{amp})$ равны α_ν и j_ν соответственно. Коэффициент поглощения, зависящий от ν и t , обозначим через $\beta(\nu, t)$ (рис. 6). В рамках иллюстрационной модели удобно предположить, что интенсивность спонтанного излучения в поглощающей области, а также в усиливающей при $t < 0$ и $t > t_0$ равна нулю.

Можно показать, что интенсивность лазерного излучения описывается выражением

$$I(t) = \frac{2\Omega S}{\lambda_0^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{g_2 N_1}{g_1 N_2}\right)} \int_0^\infty d\nu D(\nu, t), \quad (60)$$

где $N_{1,2} = N_{1,2}(0 \leq t \leq t_0, 0 \leq x \leq L_{amp})$,

$$D(\nu, t) = \left\{ \exp \left[\int_0^{L_{amp}} dx \alpha \left(\nu, t + \frac{x - X_D}{c}, x \right) \right] - 1 \right\} \exp \left[- \int_{L_{amp}}^L \beta \left(\nu, t + \frac{x - X_D}{c} \right) dx \right]. \quad (61)$$

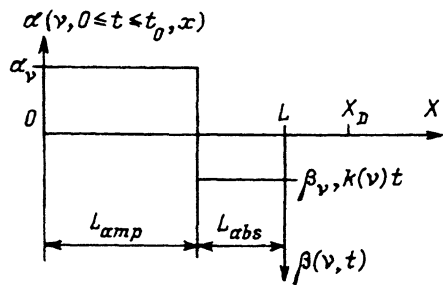


Рис. 6. Модель с поглощающей областью. Коэффициент усиления и коэффициент поглощения.

Предположим, что $t_0 < L_{amp}/c$, коэффициент поглощения в пределах физически существенного периода времени $0 \leq t \leq t_0 + L/c$ постоянен и для частоты ν равен β_ν . В этом случае максимальное (для данной частоты ν) значение $D(\nu, t)$ определяется выражением

$$D\left(\nu, t_0 + \frac{X_D - L_{amp}}{c} \leq t \leq \frac{X_D}{c}\right) = [\exp(\alpha_\nu c t_0) - 1] \exp(-\beta_\nu L_{abs}). \quad (62)$$

Отношение L_{abs}/L постоянно (см. раздел 2а). Влияние увеличения L на правую часть (62) состоит в увеличении L_{abs} . Поэтому, как видно из (60), увеличение L уменьшает максимальное значение интенсивности. Можно показать, что при достаточно сильном поглощении рост L вызовет также уменьшение полного числа регистрируемых фотонов.

Ослабление вынужденного излучения с ростом L может быть вызвано и быстрым увеличением коэффициента поглощения. Для примера предположим, что при $0 \leq t \leq t_0 + L/c$ выполняется условие

$$\beta(\nu, t) = k(\nu)t, \quad (63)$$

где $k(\nu)$ — зависящий от частоты коэффициент.

Полагаем, что $t_0 > L_{amp}/c$. Предположим, что в пределах некоторого спектрального диапазона вблизи ν_0 выполняется условие $\alpha_\nu L \gg 1$. Из (61), (63) следует, что в этом спектральном диапазоне

$$D\left(\nu, \frac{X_D}{c} \leq t \leq t_0 + \frac{X_D - L_{amp}}{c}\right) \approx \exp\left[\alpha_\nu l_1 L - k(\nu) \left(t - \frac{X_D}{c}\right) l_2 L - \frac{k(\nu)}{2c} (1 - l_1^2) L^2\right], \quad (64)$$

где $l_1 = L_{amp}/L$, $l_2 = L_{abs}/L$.

Предположим также, что параметр $D(\nu, t)$ как функция частоты максимален при $\nu = \nu_0$, а величина $\alpha_\nu L_{amp} - [k_0/(2c)](L^2 - L_{amp}^2)$, где $k_0 = k(\nu_0)$, много больше единицы. Таким образом, в течение некоторого периода времени активная среда, рассматриваемая как целое, значительно усиливает спонтанное излучение на частотах, близких к ν_0 . Это происходит по крайней мере при $t \approx X_D/c$ (см. (64)). Рассмотрим также период $0 \leq t \leq X_D/c$, можно показать, что параметр $D(\nu, t)$,

как функция времени, максимален при $t = X_D/c$. Таким образом, из (60), (64) следует, что при выполнении условия

$$\alpha_0 l_1 - (k_0/c)(1 - l_1^2)L < 0$$

увеличение L уменьшает максимальную интенсивность. Можно показать, что $dN/dL < 0$ при выполнении условия

$$-1 + \frac{k_0 l_2 L}{\alpha_0 c - k_0 l_2 L} + \alpha_0 l_1 L - \frac{k_0}{c}(1 - l_1^2)L^2 < 0.$$

Отметим, что в данной модели $N \approx [1/(k_0 L_{abs}) + 1/(\alpha_0 c - k_0 L_{abs})]I_{\max}$.

г) *Случайная реализация бегущей волны инверсии.* Предположим, что для любого значения продольной координаты $0 \leq x \leq L$ наибольшее значение коэффициента усиления на частоте ν_0 , которое обозначим через $\alpha_{\max}(x)$, реализуется в единственный момент времени $t^*(x)$. Если свойства активной среды зависят от x достаточно плавно для некоторого участка $x_1 < x \leq x_2$ или по крайней мере для его значительной части, то будет выполнено условие

$$x - x_1 \approx v_w [t^*(x) - t^*(x_1)], \quad (65)$$

где

$$v_w \equiv \frac{x_2 - x_1}{t^*(x_2) - t^*(x_1)}. \quad (66)$$

В определении (66) полагается, очевидно, что $t^*(x_2) \neq t^*(x_1)$. Условие вида

$$x - x_1 = v_w [t^*(x) - t^*(x_1)] \quad (67)$$

соответствует распространению со скоростью v_w бегущей волны инверсии. Очевидно, что при $v_w > 0$ эта волна распространяется в направлении увеличения, а при $v_w < 0$ — в направлении уменьшения x .

Можно сказать, что при случайном выполнении условия (65) и тем более условия (67) происходит случайная реализация бегущей волны инверсии [22]. При выполнении условий, сформулированных в разделе 2а, скорость v_w пропорциональна L (см. (66)). Поэтому при $|v_w| > c$ увеличение L может привести к значительному уменьшению усиления [22]. Это видно из рассмотрения предельного случая $|v_w| \rightarrow \infty$, что соответствует одновременной реализации $\alpha_{\max}(x)$ по всей длине активной среды (см. (66)), т.е. отсутствию бегущей волны инверсии.

Заключение

Ослабление вынужденного излучения при увеличении L возможно и в том случае, когда в ситуации типа показанной на рис. 6 происходит насыщение коэффициента усиления, что подавляет влияние увеличения L_{amp} на $G(\nu, x')$. При этом, очевидно, насыщение коэффициента поглощения должно либо отсутствовать, либо быть достаточно малым.

Уменьшение I_{\max} и N при увеличении длины однопроходного лазера возможно и при более общих условиях, чем те предположения, которые использовались при рассмотрении иллюстрационных моделей. В частности, не является обязательным ограничение (1).

Подчеркнем, что при случайной реализации бегущей волны инверсии и в ситуации типа представленной на рис. 3 ослабление вынужденного излучения при увеличении L может произойти в условиях, когда в течение некоторого периода времени коэффициент усиления в любой области активной среды положителен. В свою очередь сверхлинейная зависимость регистрируемого сигнала от длины столба лазерной плазмы возможна и в отсутствие инверсии заселенности [23]. Таким образом, поведение зависимостей $N(L)$ и $I_{\max}(L)$ при отсутствии других данных не позволяет сделать однозначный вывод о наличии или отсутствии инверсии заселенности в лазерной плазме.

Список литературы

- [1] Lee T.N., Molander W.A., Ford J.L., Elton R.C. // Rev. Sci. Instrum. 1986. Vol. 57. N 8 (Pt 2). P. 2052-2054.
- [2] Eder D.C., Rosen M.D., Lee R.W. et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 1987. Vol. 4. N 12. P. 1949-1953.
- [3] Mazon S., Dalhed S., Hagelstein P. et al. // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 63. N 3. P. 236-239. N 17. P. 1896.
- [4] Jamelot G., Carillon A., Klisnick A., Jaegle P. // Appl. Phys. B. 1990. Vol. 50. P. 239-246.
- [5] Kieffer J.C., Chaker M., Pepin H. et al. // Phys. Fluids B. 1991. Vol. 3. N 2. P. 463-467.
- [6] Kieffer J.C., Chaker M., Pepin H. et al. // Opt. Comm. 1991. Vol. 84. N 3,4. P. 208-213.
- [7] Kieffer J.C., Chaker M., Pepin H. et al. // Inst. Phys. Conf. Ser. 1991. N 116. P. 347-350.
- [8] Fields D.J., Walling R.S., Shimkaveg G.M. et al. // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 46. N 3. P. 1606-1609.
- [9] Jamelot G., Carillon A., Dhez P. et al. // Inst. Phys. Conf. Ser. 1992. N 125. P. 89-95.
- [10] Rus B., Zeitoun P., Carillon A. et al. // Inst. Phys. Conf. Ser. 1992. N 125. P. 361-366.
- [11] Nantel M., Kieffer J.C., Pepin H. et al. // Inst. Phys. Conf. Ser. Inhomogeneity Issues in Germanium X-Ray Laser Plasma. 1992. N 125.
- [12] MacGowan B.J., Da Silva L.B., Fields D.J. et al. // Phys. Fluids B. 1992. Vol. 4. N 7. P. 2326-2337.
- [13] La Fontaine B., Dunn J., Baldis H.A. et al. // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 47. N 1. P. 583-590.
- [14] Nantel M., Kieffer J.C., La Fontaine B. et al. // Phys. Fluids B. 1993. Vol. 5. N 12. P. 4465-4472.
- [15] Matthews D., Rosen M., Brown S. et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 1987. Vol. 4. N 4. P. 575-587.
- [16] MacGowan B.J., Mazon S., Da Silva L.B. et al. // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 65. N 4. P. 420-423.
- [17] Kato Y., Azuma H., Murai K. et al. // ILE Research Report. ILE 9010. P. 1990.
- [18] Карлов Н.В. Лекции по квантовой электронике. 2-е изд. М.: Наука, 1988. 336 с.
- [19] Linford G.J., Peressini E.R., Sooy W.R., Spaeth M.L. // Appl. Opt. 1974. Vol. 13. N 2. P. 379-390.
- [20] London R.A. // Phys. Fluids. 1988. Vol. 31. N 1. P. 184-192.
- [21] Shmatov M.L. // Preprint of A.F. Ioffe Phys. Techn. Institute. N 1559. Z., 1991.
- [22] Шматов М.Л. // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 18. С. 37-42.
- [23] Шматов М.Л. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 8. С. 27-30.