1995 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 65, N 4

01;05;09

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МОД СПИНОВОЙ ВОЛНЫ ПРИ НАЛИЧИИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

Е.С.Пивоваров

(Поступило в Редакцию 3 июня 1994 г.)

Исследовано взаимодействие нормальных мод слоистой структуры, включающей перпендикулярно намагниченную пленку феррита, в которой одна из поверхностей раздела между средами периодически гофрирована. Получены формулы для коэффициентов связи мод, распространяющихся в одном направлении. Рассмотрен случай, когда гофрированная поверхность расположена между ферритом и полубесконечным диэлектриком, ограничивающим структуру.

Введение

В слоистых структурах, включающих нормально намагниченную пленку феррита, возможно распространение прямых объемных спиновых волн (ПОСВ), для которых характерна многомодовость [1]. При наличии периодического возмущения структуры могут создаваться условия, при которых некоторые из мод окажутся связанными. Явление преобразования мод состоит в частичном либо полном протекании энергии исходной моды в другие моды в результате их взаимодействия. Интерес к данному явлению связан, в частности, с возможностью преобразования длинноволновых ПОСВ, более удобных для генерации и приема, в более коротковолновые ПОСВ, которые могут быть использованы, например, для их усиления.

В качестве неоднородности может использоваться периодически неровная поверхность раздела между средами, составляющими структуру. В данной работе мы будем рассматривать слоистые структуры, компонентами которых являются непроводящие вещества с антисимметричной недиагональной составляющей тензора высокочастотной магнитной проницаемости (в частности, ферриты) и проводники с диагональным тензором высокочастотной магнитной проницаемости. Пространственная дисперсия магнитной проницаемости учитываться не будет, однако мы учтем дисперсию проводимости. Все границы между компонентами представляют собой плоские поверхности, за исключением одной границы, периодически неровной.

Такие структуры широко исследовались с целью создания фильтров [2,3]. При этом рассматривалось взаимодействие волн, распространяющихся в противоположных направлениях (отражение), что было существенно для использовавшихся методик расчета. Целью данной работы является изучение взаимодействия мод, распространяющихся в одном направлении. Для этого необходимо знать распределение полей и дисперсионное соотношение для нормальных мод, т.е. для волновых решений структуры, отличающейся от рассматриваемой тем, что у нее все границы плоские. Мы будем предполагать, что эта задача уже решена.

Наличие неровной поверхности приводит к появлению взаимодействия между нормальными модами. Если амплитуда шероховатости значительно меньше длины волны, то взаимодействие оказывается слабым. Следовательно, можно было бы воспользоваться методами теории возмущений, примененными в теории фильтра на спиновых волнах [4]. Однако эти методы требуют вычисления поправок следующего порядка к распределению полей нормальных мод, поэтому расчет с их помощью многослойных структур оказывается чрезвычайно громоздким.

В теории оптических волноводов были использованы методы связанных мод, позволяющие существенно упростить расчет [5]. К сожалению, непосредственно применить эти методы к рассматриваемой задаче не удается ввиду того, что разложение поля в структуре в ряд по нормальным модам перестает быть корректным на неровной границе. Попытки преодолеть эту трудность [6,7] нельзя считать вполне успешными, поскольку они либо заменяют реальную структуру на весьма приближенно ей эквивалентную [6], либо сводятся к вычислению поправок к распределению полей нормальных мод по теории возмущений [7]. Особенность предлагаемого ниже подхода заключается в том, что мы будем следовать в основном логике классической теории связанных мод с учетом граничных условий по теории возмущений, но без непосредственного вычисления поправок к полям в объеме.

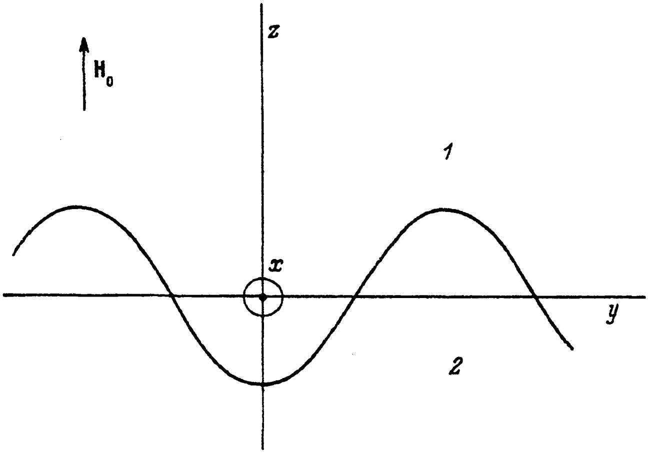
Уравнение и граничные условия

Рассмотрим слоистую структуру, включающую нормально намагниченную пленку феррита, в которой в направлении оси y распространяется ПОСВ (см. рисунок), а зависимость от x отсутствует. Гофрированная граница $z = \eta(y)$ расположена между средами *1* и *2* этой структуры (не обязательно одна из них феррит) и удовлетворяет условиям

$$|\eta(y)| \ll \lambda, \qquad \left|\frac{d\eta}{dy}\right| \ll 1. \qquad (1),(2)$$

Здесь λ — длина волны ПОСВ в структуре. Предполагается, что условия (1), (2) выполняются для всех рассматриваемых диапазонов длин волн. Пусть во всех средах структуры справедливы следующие соотношения для электрических и магнитных полей $\underline{E}$ и $\underline{H}$, магнитной индукции $\underline{B}$ и токов $\underline{j}$ (горизонтальная черта обозначает фурье-образ по y):

$$B_z(y,z) = \mu^z(z) H_z(y,z),$$
$$B_y(y,z) = \mu^y(z) H_y(y,z),$$
$$\bar{j}_x(q,z) = \sigma_q(z) \bar{E}_x(q,z). \qquad (3)$$



Это значит, в частности, что поля в ферритах рассматриваются в безобменном приближении, поскольку в соотношениях (3) не учитывается пространственная дисперсия магнитной проницаемости.

Из уравнений Максвелла следует, что уравнение для фурье-образа электрического поля $\bar{E}_x(z,q) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} E_x(y,z)e^{-iqy}dy$ во всей структуре может быть записано в форме

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu^y(z)}\frac{\partial \bar{E}_x}{\partial z}\right) - \bar{K}(z,q;\omega)\bar{E}_x = 0, \tag{4}$$

где $\bar{K}$ — фурье-образ некоторой функции $K(y,z;\omega)$ (ее конкретный вид зависит от состава структуры и будет обсуждаться ниже).

Можно убедиться, что слагаемые, содержащие только одну первую производную по z от $\bar{E}_x$, выпадают, если среды, составляющие структуру, являются проводниками с диагональным тензором высокочастотной магнитной проницаемости либо имеют нулевую проводимость и тензор магнитной проницаемости, представляющий сумму диагональной и антисимметричной компонент. Из (4) следует, что уравнение для $E_x(y,z)$ будет иметь вид (в дальнейшем будем писать E вместо E_x; звездочка обозначает свертку)

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu^y(z)}\frac{\partial E}{\partial z}\right) - (K * E)(y,z) = 0,$$

$$(K * E)(y,z) \equiv \int\limits_{-\infty}^{+\infty} K(y-\xi,z)E(\xi,z)d\xi. \tag{5}$$

Граничные условия заключаются в непрерывности тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля H_t и нормальной составляющей магнитной индукции B_n. На границе $z = \eta(y)$ сред *1* и *2* с учетом (2)

$$H_t(y,z) = H_y(y,z) + \frac{d\eta}{dy} H_z(y,z),$$

$$B_n(y,z) = B_z(y,z) - \frac{d\eta}{dy} B_y(y,z). \tag{6}$$

Разлагая поля в ряд по z вблизи $z = 0$, можно перейти от граничных условий на $z = \eta(y)$ к граничным условиям на невозмущенной границе $z = 0$. С точностью до членов первого порядка эти условия примут вид

$$[H_y] = -\eta \left[\frac{\partial H_y}{\partial z}\right] - \frac{d\eta}{dy}[H_z],$$

$$[B_z] = -\eta \left[\frac{\partial B_y}{\partial y}\right] - \frac{d\eta}{dy}[B_y], \tag{7}$$

где квадратные скобки обозначают скачок при $z = 0 : [f(z)] \equiv f(0+\varepsilon) - f(0-\varepsilon)$ при $\varepsilon \to 0$.

Перепишем (7), используя (3), уравнения Максвелла и предположение о зависимости полей от времени по закону $\exp(-i\omega t)$

$$\left[\frac{1}{\mu^y}\frac{\partial E}{\partial z}\right] = \eta \left[\frac{1}{\mu^z}\frac{\partial^2 E}{\partial y^2}\right] + \frac{d\eta}{dy}\left[\frac{1}{\mu^z}\frac{\partial E}{\partial y}\right] + \eta i \frac{4\pi\omega}{c^2}[\sigma * E],$$

$$\left[\frac{\partial E}{\partial y}\right] = -\eta \left[\frac{\partial^2 E}{\partial y \partial z}\right] - \frac{d\eta}{dy}\left[\frac{\partial E}{\partial z}\right]. \tag{8}$$

Пусть в невозмущенной структуре (т.е. с гладкой границей $z = 0$) имеются нормальные моды с волновыми числами $q_\nu(\omega)$ ($\nu = 1, 2, 3, \ldots$) и соответствующими распределениями полей в плоскости xz: $E_\nu^{(0)}(z)$, $H_{y\nu}^{(0)}(z)$ и т.д. Решение в возмущенной структуре, представляющее собой волну, распространяющуюся в положительном направлении оси y, можно искать в виде [4]

$$E = \sum_\nu A_\nu(y) e^{iq_\nu y} E_\nu(z), \tag{9}$$

где $E_\nu(z)$ учитывает поправки к $E_\nu^{(0)}(z)$ с точностью до членов первого порядка по η/λ, а зависимость амплитуд A_ν от y медленная по сравнению с $\exp(iq_\nu y)$.

Если мы подставим (9) в (8) и отбросим члены второго порядка, то увидим, что в правой части (8) останутся скачки компонент полей мод невозмущенной структуры на плоской поверхности. Таким образом, мы выражаем поправки к полям невозмущенных мод на границе $z = 0$ через значения этих полей, которые мы предполагаем известными. Как мы далее увидим, для вывода уравнений связанных мод достаточно знать величины поправок на границе $z = 0$ и, следовательно, отпадает необходимость вычислять эти поправки в объеме.

Второе слагаемое в (5) после подстановки (9) запишется

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K(y-\xi)\sum_{\nu} A_\nu(\xi)e^{iq_\nu\xi}E_\nu(z)d\xi =$$

$$= \sum_{\nu} E_\nu(z)e^{iq_\nu y}\int_{-\infty}^{+\infty} A_\nu(y+\xi)K(\xi)e^{iq_\nu\xi}d\xi. \qquad (10)$$

Разложим $A_\nu(y+\xi)$ в ряд вблизи $\xi = 0$ и отбросим слагаемые с производными старше $A'_\nu(y)$. Тогда выражение (10) запишется

$$\sum_{\nu} E_\nu(z)e^{iq_\nu y}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(A_\nu(y)+\frac{dA_\nu(y)}{dy}\xi\right)K(\xi)e^{iq_\nu y}d\xi =$$

$$= \sum_{\nu} E_\nu(z)e^{iq_\nu y}\left\{\bar{K}(-q_\nu)A_\nu(y) + i\frac{d\bar{K}(-q_\nu)}{dq}\,\frac{dA_\nu(y)}{dy}\right\}. \qquad (11)$$

Проведенное ограничение разложения A_ν двумя первыми членами корректно, если

$$\frac{d^n\bar{K}}{dq^n} \lesssim \bar{K}(q)q^{-n}.$$

Здесь мы учли упомянутое выше условие медленной зависимости A_ν от y, т.е. что $A_\nu^{(n)} \ll q^n A_\nu$ $(n \geqslant 1)$. Заметим, что обычно $\bar{K}(q)$ (в формуле (4)) является полиномом. В частности, это справедливо для полупроводников [8], сверхпроводников [9], а также для металлов, диэлектриков, ферритов. Например, легко показать, что в диэлектриках и ферритах $\bar{K}(q) = q^2$.

Подставим разложение (9) в уравнение (5), умножим на величину $E_\alpha^{(0)}e^{-iq_\alpha y}$, отвечающую моде α, распространяющейся в положительном направлении оси y, и проинтегрируем по z от $-\infty$ до $+\infty$. В первом слагаемом в (5) дважды проинтегрируем по частям, полагая, что поля исчезают при $z \to \pm\infty$. В результате получим сумму интеграла и скачка от двух слагаемых, пропорциональных $(1/\mu^y)(\partial E/\partial z)$ и E соответственно. Далее, воспользовавшись (8), мы учитываем граничные условия на $z = 0$ и, таким образом, избавляемся от поправок к невозмущенным модам во внеинтегральных членах. Разложим $\eta(y)$ в ряд

$$\eta(y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \eta_m e^{iQ_m y}. \qquad (12)$$

Подставим (12) в выражение для первого слагаемого (5) и воспользуемся записью второго слагаемого (5) в форме (11). Мы получим довольно громоздкое выражение, представляющее собой сумму по ν от слагаемых, пропорциональных $e^{i(q_\nu - q_\alpha)y}$, причем в некоторые из слагаемых будет входить сумма (12).

Рассмотрим связь моды $\nu = \alpha$ с некоторой другой модой $\nu = \beta$, распространяющейся в том же направлении. Волновые числа связанных мод удовлетворяют соотношению [5]

$$q_\beta = q_\alpha - Q_m + 2\delta, \tag{13}$$

где малая по сравнению с волновыми числами мод величина δ описывает отклонение от синхронизации.

Ее можно представить в виде

$$\delta = \frac{1}{2}(\Delta q_\alpha - \Delta q_\beta) = \frac{1}{2}\left(\frac{dq_\alpha}{d\omega}\,\Delta\omega - \frac{dq_\beta}{d\omega}\,\Delta\omega\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_{\mathrm{gr}\,\alpha}} - \frac{1}{v_{\mathrm{gr}\,\beta}}\right)\Delta\omega. \tag{14}$$

С учетом (13) и того, что $A_\nu(y)$ меняются медленно, от суммы по ν остаются слагаемые, не содержащие множителей, экспоненциально зависящих от y сильнее, чем $e^{2i\delta y}$. В результате описанной процедуры мы получим уравнение на амплитуды A_α и A_β

$$-iA'_\alpha \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dK(-q_\alpha)}{dq} E_\alpha E_\alpha^{(0)} dz + A_\beta \eta_m [\mu^y] \left(\frac{1}{\mu^y}\frac{dE_\beta}{dz}\right)_0 \left(\frac{1}{\mu^y}\frac{dE_\alpha^{(0)}}{dz}\right)_0 e^{2i\delta y} +$$

$$+ A_\beta \eta_m \left(-q_\alpha q_\beta \left[\frac{1}{\mu^z}\right] + i\frac{4\pi\omega}{c^2}[\sigma_\beta]\right)(E_\beta)_0 (E_\alpha^{(0)})_0 e^{2i\delta y} = 0. \tag{15}$$

Разложим в (15) E_α и E_β в ряд по η/λ и пренебрежем членами второго порядка. В итоге мы получим первое уравнение связанных мод

$$A'_\alpha = ic_{\alpha\beta} e^{2i\delta y} A_\beta, \tag{16}$$

где коэффициент связи $c_{\alpha\beta}$ имеет вид

$$c_{\alpha\beta} = \frac{\eta_m}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dK(-q_\alpha)}{dq} \left|E_\alpha^{(0)}\right|^2 dz} \left\{ [\mu^y] \left(\frac{1}{\mu^y}\frac{dE_\alpha^{(0)}}{dz}\right)\left(\frac{1}{\mu^y}\frac{dE_\beta^{(0)}}{dz}\right) + \right.$$

$$\left. + \left(-q_\alpha q_\beta \left[\frac{1}{\mu^y}\right] + i\frac{4\pi\omega}{c^2}[\sigma_\beta]\right) E_\alpha^{(0)} E_\beta^{(0)} \right\}_{z=0}. \tag{17}$$

Таким же образом, умножая (5) на $E_\beta^{(0)} e^{-iq_\beta y}$, мы приходим ко второму уравнению

$$A'_\beta = ic_{\beta\alpha} e^{-2i\delta y} A_\alpha, \tag{18}$$

где выражение для $c_{\beta\alpha}$ отличается от $c_{\alpha\beta}$ заменой α и β и m на $-m$.

Решение системы (16), (18) имеет вид

$$A_\alpha = e^{i\delta y} \left\{ R^{(1)} \cos(sy) + \frac{i}{s}(c_{\alpha\beta} R^{(2)} - R^{(1)}\delta)\sin(sy) \right\},$$

$$A_\beta = e^{-i\delta y}\left\{R^{(2)}\cos(sy) + \frac{i}{s}(c_{\beta\alpha}R^{(1)} - R^{(2)}\delta)\sin(sy)\right\}, \tag{19}$$

где

$$s^2 = c_{\alpha\beta}c_{\beta\alpha} + \delta^2, \tag{20}$$

$R^{(k)}$ — постоянные интегрирования, которые определяются амплитудами волн в начале области связи.

Мы видим, что имеет место обмен энергией между модами α и β с периодом π/s: энергия исходной моды полностью (при $\delta = 0$) либо частично (при $\delta \neq 0$) перетекает во вторую моду и обратно.

Если среда *1* — феррит, а среда *2* — диэлектрик, который является крайним (полубесконечным) элементом в слоистой структуре, то, как можно показать решая уравнение (4) в этих средах и учитывая граничные условия, справедливо соотношение

$$(1-\mu)\left(\frac{1}{\mu}\frac{dE_\alpha^{(0)}}{dz}\right)_{z=0}\left(\frac{1}{\mu}\frac{dE_\beta^{(0)}}{dz}\right)_{z=0} = q_\alpha q_\beta E_{\alpha f}^{(0)}E_{\beta f}^{(0)}. \tag{21}$$

Здесь $E_{\nu f}^{(0)}(z)$ — амплитуда напряженности электрического поля в феррите, соответствующая невозмущенной моде ν; $\mu = \mu_{yy}$ — составляющая тензора высокочастотной магнитной проницаемости феррита [1]. Введем эффективную толщину структуры

$$d_{\text{eff}\,\alpha} = \left\{q_\alpha\left|E_{\alpha f}^{(0)}\right|^2\right\}^{-1}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(-\frac{d\bar{K}(-q_\alpha)}{dq}\right)\left|E_\alpha^{(0)}\right|^2 dz. \tag{22}$$

Теперь коэффициенты связи можно записать в форме

$$c_{\alpha\beta} = \frac{\eta_m q_\beta}{d_{\text{eff}\,\alpha}}\frac{E_{\beta f}^{(0)}}{E_{\alpha f}^{(0)}}, \qquad c_{\beta\alpha} = \frac{\eta_{-m} q_\alpha}{d_{\text{eff}\,\beta}}\frac{E_{\alpha f}^{(0)}}{E_{\beta f}^{(0)}}. \tag{23}$$

После того как мы получили выражение для коэффициентов связи (17) (в частном случае (23)), представляется разумным уточнить условие (1), налагаемое на амплитуду шероховатости. Из (19) следует, что, для того чтобы выполнялось условие плавности изменения амплитуд $A_\nu(y)$ ($\nu = \alpha, \beta$) по сравнению с $e^{iq_\nu y}$, необходимо, чтобы $s \ll q$. В частном случае (23) это условие сводится к $\eta_{\pm m} \ll d_{\text{eff}\,\nu}$.

Можно рассмотреть (1) и с точки зрения его использования при выводе формул (7). Чтобы условия (7) были корректными, необходимо, чтобы

$$\eta\frac{\partial E}{\partial z} \ll E$$

на границе $z = 0$. Согласно (4)

$$\frac{\partial E}{\partial z} \sim \left(-\mu^y\bar{K}\right)^{1/2}E. \tag{24}$$

Учитывая (9), (12), (13) и (24), мы приходим к уточненному условию

$$\eta_{\pm m} \ll \left\{-\mu^y\bar{K}(q_\nu)\right\}_{z=0\pm0}^{-1/2} \qquad (\nu = \alpha,\, \beta). \tag{25}$$

Заключение

Мы рассмотрели взаимодействие двух мод ПОСВ, распространяющихся в одном направлении в слоистой структуре, включающей пленку феррита. Это взаимодействие обусловлено наличием периодически неровной границы между двумя компонентами структуры. Если для этих мод и какой-либо фурье-компоненты амплитуды шероховатости границы выполняется условие (13), то возникает явление преобразования мод, при котором они периодически обмениваются энергиями. Период этого обмена определяется коэффициентами связи мод, которые выражаются через распределение поля в невозмущенной системе. Таким образом, нет необходимости вычислять поправки к распределению полей нормальных мод в объеме. Вместе с тем наше рассмотрение является точным в первом порядке теории возмущений.

Мы ограничились исследованием взаимодействия волн, распространяющихся в одном направлении. Рассмотрение волн, распространяющихся в противоположных направлениях, может быть проведено аналогично. В последнем случае коэффициенты связи мод будут иметь вид, схожий с (17), однако войдут в уравнения связанных мод с разными знаками (что приведет к монотонной перекачке энергии в отраженную волну).

В частном случае, когда неровная граница расположена между непроводящим ферритом и полубесконечным диэлектриком, анализ формул (23) для коэффициентов связи показывает, что если во всех компонентах структуры $d\bar{K}/dq$ вещественно, то коэффициенты связи оказываются вещественными. Это значит, что обмен мод энергиями происходит без потерь. Это справедливо для диэлектриков, ферритов, металлов, но несправедливо, например, для полупроводников и сверхпроводников, через которые пропускают постоянный дрейфовый ток.

Если же одна из сред, граничащих с неровной поверхностью, имеет ненулевую проводимость, то коэффициенты связи и волновое число s, характеризующее обмен мод энергиями, становятся комплексными. Поскольку при наличии проводящих веществ в структуре возникает затухание нормальных мод, то мнимая часть s характеризует степень ослабления или усиления затухания связных мод по сравнению с затуханием нормальной моды.

Рассмотрим пример: пусть $q_1 = 5 \cdot 10^2$ см$^{-1}$, $q_2 = 10^4$ см$^{-1}$, эффективная толщина структуры $d = 3 \cdot 10^{-3}$ см, амплитуда периодической шероховатости $\eta = 10^{-4}$ см. Тогда $s \sim 10^2$ см$^{-1}$. Для преобразования необходимо, чтобы неровная граница имела фурье-гармонику с периодом порядка длины волны коротковолновой моды. На первый взгляд, это может привести к тому, что условием (13) окажутся связаны несколько длинноволновых мод с данной коротковолновой. Это может вызвать появление ряда “паразитных” длинноволновых мод в результате обратного преобразования. Однако для этих мод параметр рассинхронизации δ окажется порядка их волновых чисел. Тогда, согласно (20), число s будет близко к δ и, значит, к длинам волн паразитных мод. Следовательно, будет нарушено обсуждавшееся выше условие плавности изменения амплитуд паразитных мод и эффективность обратного преобразования в эти моды будет мала.

Для того чтобы связь мод q_1 и q_2 существовала, требуется высокая точность в соблюдении периода шероховатости границы. Так, в рассматриваемом примере относительная точность ее периода должна быть меньше s/q_2, т.е. 1%.

Автор выражает глубокую признательность А.Г. Гуревичу за ряд ценных замечаний и благодарит Н.И. Ползикову за полезное обсуждение данной работы.

Список литературы

[1] *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994. 464 с.
[2] *Parekh J.P., Tuan H.-S.* // IEEE Transac. on Microw. Theory and Techniques. 1978. Vol. MTT-26. N 12. P. 1039–1044.
[3] *Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Плесский В.П.* // ФТТ. 1980. Т. 22. Вып. 9. С. 2831–2833.
[4] *Sechadri S.R.* // J. Appl. Phys. 1978. Vol. 49. N 12. P. 6079–6087.
[5] *Когельник Г.* // Волноводная оптоэлектроника. М., 1991. С. 18–131.
[6] *Streifer W., Scifres D.R., Burnham R.D.* // IEEE J. Quant. Electron. 1976. Vol. QE-12. N 2 (1). P. 74–78.
[7] *Stegeman G.I., Sarid D., Burke J.J., Hall D.G.* // J. Opt. Soc. Am. 1981. Vol. 71. N 12. P. 1497–1507.
[8] *Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е.* // РиЭ. 1978. Т. 23. № 5. С. 897–917.
[9] *Polzikova N.I., Raevskii A.O.* // J. Advanc. Sci. 1992. Vol. 4. N 3. P. 197–203.