

Стохастический резонанс между предельными циклами прецессионной динамики

© А.М. Шутый

Ульяновский государственный университет,
Ульяновск, Россия

E-mail: shuty@mail.ru

(Поступила в Редакцию 29 сентября 2009 г.
В окончательной редакции 11 ноября 2009 г.)

На основе численного анализа однородной прецессии намагниченности тонкой пленки исследован возбуждаемый переменным магнитным полем, включающим гармонический сигнал и белый шум, новый тип стохастического резонанса, который возникает между двумя прецессионными режимами в условиях динамической бистабильности. Исследован спектр устанавливающейся при стохастическом резонансе динамики системы, выявлены ее отличительные особенности при продольном и поперечном приложении дополнительного переменного поля.

1. Введение

Интерес к стохастической динамике в настоящее время только возрастает, и исследования в данной области являются одними из наиболее актуальных. Это связано, во-первых, со стремлением анализировать модели, приближенные к реальным системам, в динамику которых включаются различные случайные факторы (что значительно упростилось благодаря средствам численного моделирования), а во-вторых, с выявлением ряда интересных эффектов, обусловленных влиянием шума [1]. К одному из таких эффектов относится стохастический резонанс (СР), обнаруженный в бистабильных системах различной природы и проявляемый в значительном увеличении их отклика на регулярный сигнал при оптимальной интенсивности шума [2–4]. Наряду с „классическим“ СР в сильно демпфированных системах со статической бистабильностью получены иные подобные режимы, в частности детерминированный СР в системах с хаотическими аттракторами [1], СР на смешанных гармониках в моностабильной магнитной системе [5], СР между предельными циклами синхронизации фаз, находящимися в бистабильном состоянии в модели пружинного маятника (Витта–Горелика) [6]. Рассмотрение стохастичности, в том числе СР, широко проводится также в отношении магнитных систем [7–10]. При этом пленочные магнитоупорядоченные структуры являются весьма удобными объектами (с точки зрения возбуждения и наблюдения различных режимов) для анализа универсальных закономерностей хаотической и стохастической динамики [11–13]. В частности, в модели металлических сверхрешеток выявлен СР с фазами стохастических колебаний магнитных моментов [14]. В настоящей работе проводится исследование нового типа СР, возбуждаемого в условиях динамической бистабильности между двумя (сильно различающимися по амплитуде) предельными циклами прецессии намагниченности тонкой магнитной пленки в случае как продольной, так и поперечной ориентации гармонического сигнала и шума.

2. Прецессионные режимы

Динамическое поведение вектора намагниченности \mathbf{M} во внешних статическом \mathbf{H} и переменном \mathbf{h} магнитных полях будем описывать уравнением Ландау–Лифшица [15], записанным для нормированных компонент вектора намагниченности $m_i = M_i/M$ (где $i = x, y, z$ — оси декартовой системы координат), для которых выполняется равенство $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$

$$\begin{aligned} \frac{M(1+\alpha^2)}{\gamma} \dot{m}_y &= (m_z + \alpha m_x m_y) \frac{\partial F}{\partial m_x} \\ &\quad - (m_x - \alpha m_y m_z) \frac{\partial F}{\partial m_z} - \alpha(1 - m_y^2) \frac{\partial F}{\partial m_y}, \\ \frac{M(1+\alpha^2)}{\gamma} \dot{m}_z &= (m_x + \alpha m_y m_z) \frac{\partial F}{\partial m_y} \\ &\quad - (m_y - \alpha m_x m_z) \frac{\partial F}{\partial m_x} - \alpha(1 - m_z^2) \frac{\partial F}{\partial m_z}, \end{aligned} \quad (1)$$

где γ — гиромагнитное отношение, α — параметр диссипации, F — плотность свободной энергии магнитной системы. Далее исследования будем проводить для широко используемых в интегральных технологиях монокристаллических тонких пленок с кубической кристаллической решеткой. Кристаллографическую ось [100] примем совпадающей с осью x и нормальной поверхности пленки, а оси [010] и [001] совпадающими с осями y и z . При этом в случае однородного вдоль пленки распределения намагниченности выражение для плотности свободной энергии имеет вид

$$\begin{aligned} F &= -\mathbf{M}(\mathbf{H} + \mathbf{h}) - (K_u - 2\pi M^2)m_x^2 \\ &\quad + K_1[m_z^2(m_x^2 + m_y^2) + m_x^2 m_y^2], \end{aligned} \quad (2)$$

где K_u и K_1 — константы индуцированной ростом и кристаллографической анизотропии; статическое поле далее считаем нормальным к поверхности пленки ($H = H_x$).

Исследование СР, реализующегося в условиях динамической бистабильности, удобно начать с построения параметрической бифуркационной диаграммы [1,11] режимов, которые устанавливаются в системе под воздействием переменного магнитного поля. На рис. 1 приведена диаграмма на плоскости $(m_{ym}; H)$, где $m_{ym} = m_{y \max}$, $m_{y \min}$ и каждому значению подмагничивающего поля H соответствуют экстремальные значения y -компоненты нормированного магнитного момента, прецессирующего под воздействием линейно поляризованного вдоль оси y ($h = h_y$) переменного магнитного поля $h(t) = h_0 \sin(\omega_0 t)$ с параметрами (здесь и далее) $\omega_0/2\pi = 70$ МГц, $h_0 = 1$ Ое. При этом если на бифуркационной диаграмме одному значению поля H отвечают две или большее (но конечное) число точек, то реализуется регулярный прецессионный режим. Изменение начальных условий или включение флуктуаций различных параметров может при тех же значениях управляющего параметра (H) привести к получению других точек диаграммы, и тогда последние относятся к иной ветви диаграммы, и имеет место динамическая бистабильность: реализация двух (или более) динамических режимов при одних и тех же параметрах системы. Для численного анализа использовались следующие параметры феррит-гранатовой пленки $Y_{2.9}La_{0.1}Fe_{3.9}Ga_{1.1}O_{12}$: $4\pi M = 214.6$ Г, $\gamma = 1.755 \cdot 10^7$ (Ое · с) $^{-1}$, $\alpha = 10^{-2}$, $K_1 = -10^3$ эрг/см 3 и $K_u = -10^3$ эрг/см 3 [16].

На представленной диаграмме виден интервал значений подмагничивающего поля, отвечающий динамической бистабильности. В частности, наряду с режимами, которым на диаграмме отвечает ветвь 1, может устанавливаться несколько (симметричных в силу симметрии структуры) режимов 2 со значительно меньшей

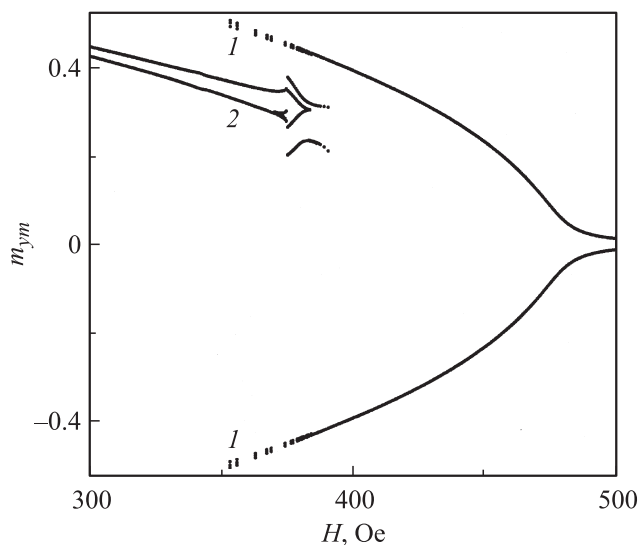


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма: зависимость от величины подмагничивающего поля экстремальных значений y -компоненты нормированной намагниченности. Ветви 1 и 2 соответствуют разным составляющим бистабильности прецессионным режимам. $\omega_0/2\pi = 70$ МГц, $h_0 = 1$ Ое.

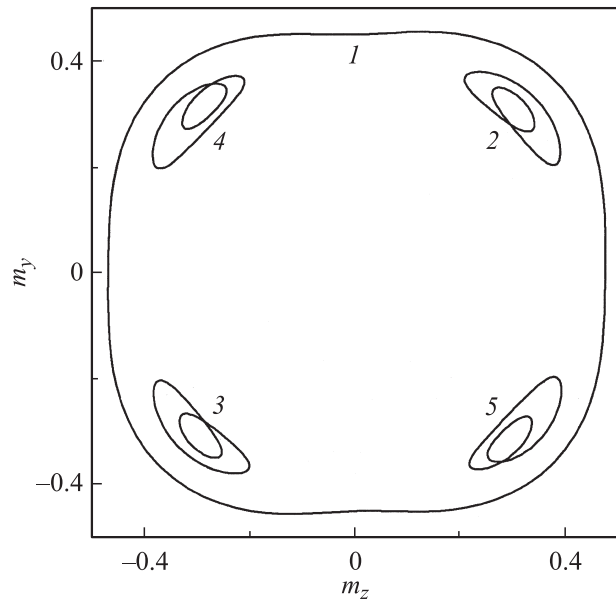


Рис. 2. Проекция нормированного вектора \mathbf{m} , прецессирующего в условиях бистабильности по одному из предельных циклов. $H = 375$ Ое.

амплитудой прецессии (на рисунке приведена ветвь только одного из таких режимов). Проявляемый вблизи границ указанного интервала значений H „пунктирный“ характер ветвей обусловлен малой фазовой областью притяжения соответствующих аттракторов, в результате чего вероятность установления отвечающих им режимов при данных параметрах мала. На рис. 2 для поля $H = 375$ Ое приведены проекции нормированного вектора \mathbf{m} , прецессирующего в условиях бистабильности по одному из предельных циклов: реализуется или высокомолекулярный режим 1 (кривая 1) или один из четырех симметричных режимов 2 (кривые 2–5), имеющих значительно меньшую амплитуду прецессии (небольшая асимметрия аттракторов данных режимов обусловлена линейной поляризацией переменного поля).

3. Стохастический резонанс

Стохастический резонанс в рассматриваемой системе возникает в условиях динамической бистабильности в результате шумового воздействия при включении дополнительного низкочастотного гармонического сигнала. Полное переменное магнитное поле далее будем рассматривать в виде

$$\mathbf{h}(t) = h_0 \sin_0(\omega_0 t) \mathbf{e}_0 + [h_a \sin(\omega_a t) + \xi(t)] \mathbf{e}_a, \quad (3)$$

где $\xi(t)$ — гауссов белый шум с нулевым средним значением и функцией корреляции $\langle \xi(t) \xi(t + \tau) \rangle = 2D \delta(\tau)$ с интенсивностью $2D$; \mathbf{e}_0 и \mathbf{e}_a — единичные направляющие вектора линейной поляризации соответственно основного гармонического сигнала и дополнительного поля, включающего низкочастотную гармоническую и

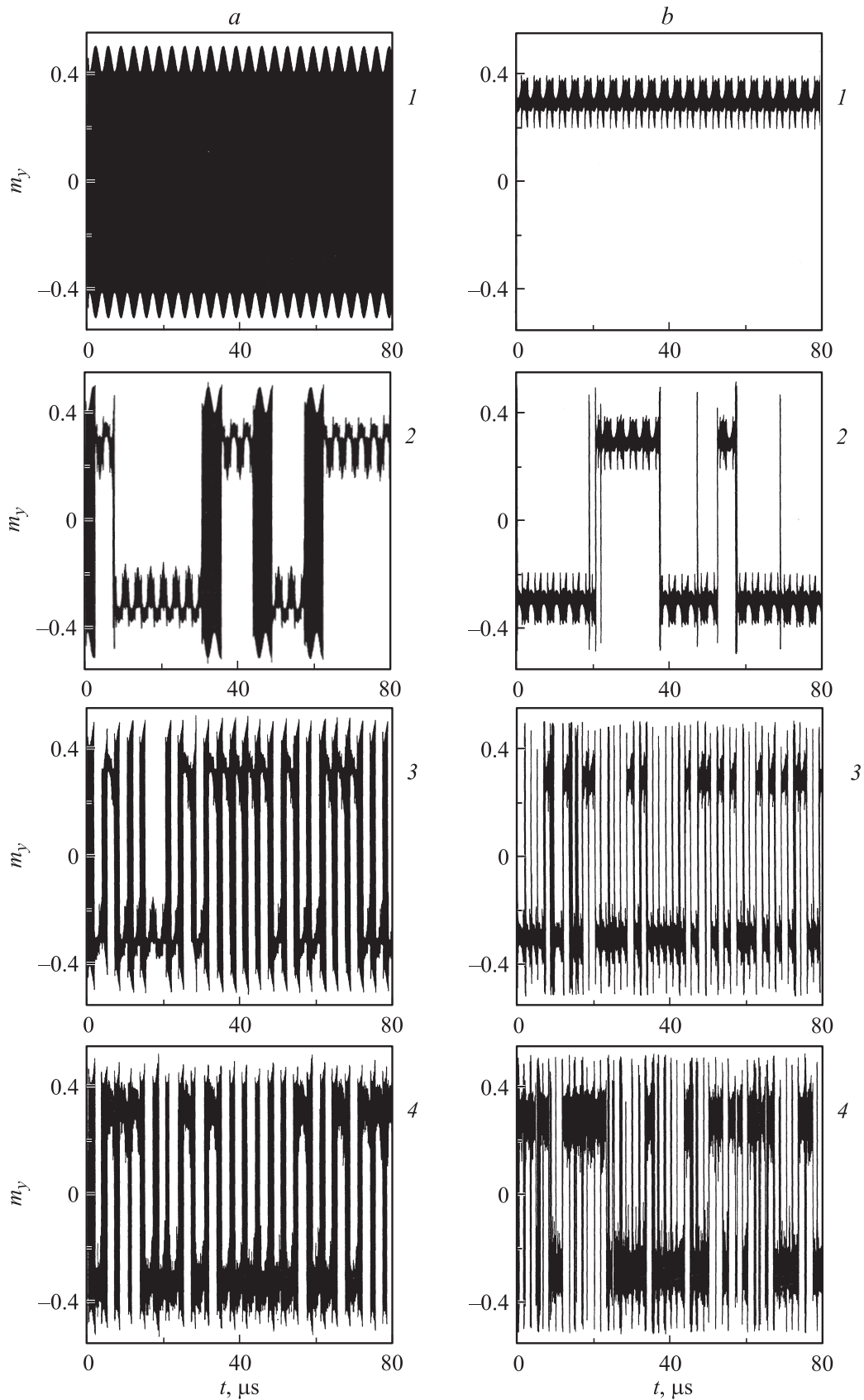


Рис. 3. Временная зависимость компоненты \mathbf{m} при дополнительном гармоническом поле и шумовом сигнале (разной интенсивности), поляризованных вдоль поля $H \parallel \mathbf{e}_x$ (a) — и поля $h_0 \parallel \mathbf{e}_y$ (b). a) $H = 375$ Oe, $h_a = 20$ Oe, $2D = 0$ (1), 0.2 (2), 1 (3), 10 Oe² (4); b) $H = 374$ Oe, $h_a = 1.4$ Oe, $2D = 0$ (1), 10^{-3} (2), 10^{-1} (3), 10 Oe² (4).

шумовую составляющие (как и выше, рассматривается поляризация основного переменного поля вдоль оси y , т.е. $\mathbf{e}_0 \parallel \mathbf{e}_y$); h_a и ω_a — амплитуда и частота низкочастотного гармонического сигнала.

На рис. 3 приведена временная зависимость компоненты нормированного вектора намагниченности при дополнительном гармоническом поле частоты $\omega_a/2\pi = 0.3$ МГц и шумовом сигнале, поляризованном параллельно подмагничивающему полю, т.е. по нормали к структуре, когда $\mathbf{e}_a \parallel \mathbf{e}_x$, при полях $H = 375$ Ое, $h_a = 20$ Ое и различной интенсивности шумового сигнала $2D = 0, 0.2, 1, 10$ Ое² (1–4 на рис. 3, а) и параллельно основному переменному полю, т.е. когда $\mathbf{e}_a \parallel \mathbf{e}_y$, при $H = 374$ Ое, $h_a = 1.4$ Ое и интенсивности шума $2D = 0, 10^{-3}, 0.1, 10$ Ое² (1–4 на рис. 3, б). Гауссов белый шум численно моделировался по методике Бокса–Мюллера. Видно, что при отсутствии шума прецессия осуществляется по одному из модулированных низкочастотным полем аттракторов предельных циклов (или высокоамплитудному, или низкоамплитудному в зависимости от величины подмагничивающего поля, взятого вблизи границы интервала, отвечающего динамической бистабильности). Включение шума низкой интенсивности вызывает редкие „срывы“ прецессии и переходы динамики на другие составляющие бистабильность предельные циклы. Увеличение интенсивности шума вначале приводит к учащению данных переходов, которые при резонансных шумах осуществляются с частотой низкочастотного гармонического поля ω_a в случае продольной ориентации дополнительных сигналов (а) и с удвоенной частотой в случае поперечных сигналов (б). Дальнейшее возрастание шума вызывает нарастание в динамике намагниченности стохастичности, которая в первую очередь начинает проявляться в высокочастотной прецессионной динамике (хаотизация переходов между предельными циклами нарастает при значительно больших интенсивностях шума). СР при двух рассмотренных поляризациях дополнительного гармонического и шумового сигналов различаются помимо частоты переходов формой низкочастотной динамики намагниченности, а также требуемыми для СР амплитудой h_a и интенсивностью шума. В частности, в продольном случае полный прецессионный период составляют две приблизительно равные фазы, в одной из которых совершаются низкоамплитудные, а в другой — высокоамплитудные колебания (на частоте, близкой к ω_0); в поперечном случае на фоне низкоамплитудной прецессии имеют место лишь „всплески“ — короткие по времени высокоамплитудные колебания. При этом СР, индуцированный поперечными полями, реализуется при амплитудах низкочастотного поля и интенсивностях шума на порядок меньших, чем в случае продольной ориентации дополнительных сигналов.

Для исследования спектра полученной динамики рассмотрим абсолютную величину y -компоненты нормированного магнитного момента. На рис. 4 приведен спектр

мощности колебаний $|m_y(D)|$, отнесенной к соответствующей мощности колебаний $|m_{y0}(0)|$ на частоте ω_0 в отсутствие шума, для продольного случая ориентации дополнительных гармонического и шумового полей $\mathbf{e}_a \parallel \mathbf{e}_x$ (а–с) и поперечного случая $\mathbf{e}_a \parallel \mathbf{e}_y$ (d–f) при частотах $\omega_a/2\pi = 0.6$ (а, b), 0.3 (с–e), 0.15 МГц (f) и интенсивностях шума $2D = 0$ (а, d), 1 (b, c) и 0.1 Ое² (e, f); остальные параметры соответствуют предыдущему рисунку. Видно, что в случае продольной геометрии полей при СР увеличивается мощность на частоте дополнительного низкочастотного сигнала ω_a и на первых ее гармониках, а мощность на частоте ω_0 сильно падает и на данной частоте остается только максимум непрерывного спектрального распределения хаотической динамики. В случае поперечных сигналов падают мощности на частотах ω_a и ω_0 , а выделенными по мощности помимо частот $2\omega_a$ и ее первых гармоник оказываются частоты $\omega_0 \pm (1 + 2n)\omega_a$, где n — целые числа, с максимумом (в этом диапазоне) на частоте $\omega_0 - \omega_a$.

4. Отношение сигнал/шум

Выявление максимума отклика системы на гармонический сигнал при СР осуществляется при построении зависимости от уровня шума характеристики сигнал/шум, т.е. $R(D)$ — отношения мощности колебаний на частоте гармонического сигнала ω_a (или на частоте, связанной с ω_a) к шумовому „пьедесталу“ — усредненной мощности на других частотах. В силу особенностей прецессионной динамики, реализующейся в условиях СР рассматриваемого типа, в случае продольных сигналов анализ указанного параметра для спектральных составляющих величины m_y или $|m_y|$ не выявляет характерных зависимостей колебаний от интенсивности шума, которые наблюдались в $m_y(t)$ (рис. 3). Исследовать данный СР позволяет построение зависимости от уровня шума параметра сигнал/шум $R_v(D)$ в отношении спектра скорости изменения компонент вектора намагниченности. На рис. 5, а приведена указанная зависимость для колебаний величины $|\partial m_y / \partial t|$ на частоте ω_a в случае продольной ориентации сигналов при частоте $\omega_a/2\pi = 0.6$ МГц и различных значениях амплитуды низкочастотного поля: $h_a = 20, 18, 15$ Ое (кривые 1–3). Характеризующий СР максимум зависимости отношения сигнал/шум на рисунке проявился только для достаточно большой амплитуды низкочастотного сигнала (ломаный вид кривых объясняется существенными ограничениями численного счета). К особенностям данной зависимости следует отнести резкое нарастание значения параметра R_v и относительно плавное и длительное его спадание (после достижения максимума) до сравнительно большого значения, вблизи которого параметр сигнал/шум остается при интенсивном шуме. Снижение амплитуды h_a приводит к значительному уменьшению отклика системы на гармонический сигнал, к нарастанию колебаний на частоте ω_a при больших уровнях шума и к существенно

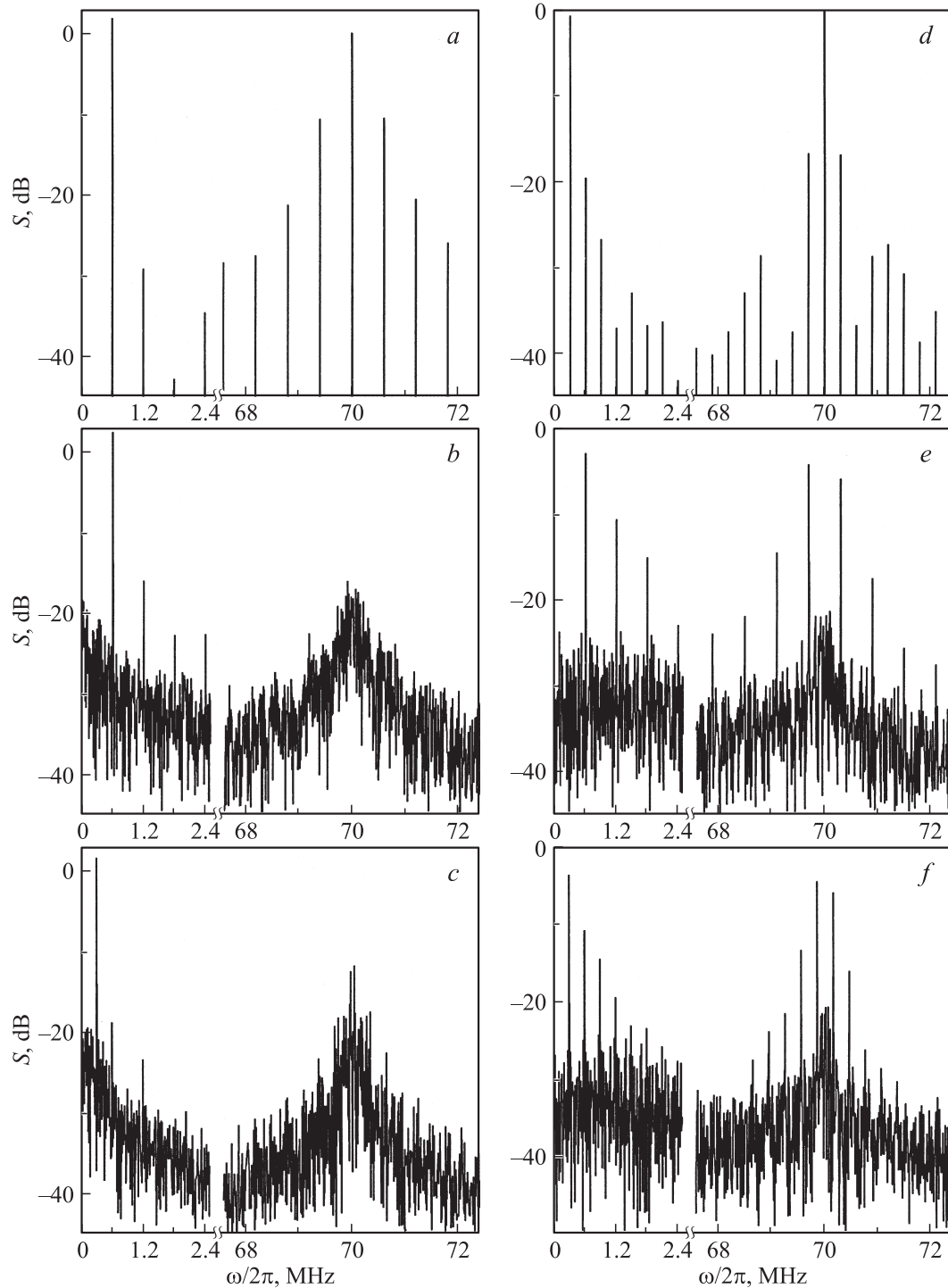


Рис. 4. Спектр нормированной мощности колебаний модуля y -компоненты магнитного момента $S = 10 \lg(S_\omega/S_0)$ (S_ω — мощность колебаний на частоте ω , а S_0 — на частоте ω_0 в отсутствие шума) при ориентации дополнительных полей $\mathbf{e}_a \parallel \mathbf{e}_x$ ($a-c$) и $\mathbf{e}_a \parallel \mathbf{e}_y$ ($d-f$) для различных значений частоты и интенсивности шума. $\omega_a/2\pi$, MHz: a, b — 0.6, $c-e$ — 0.3, f — 0.15. $2D, \text{Oe}^2$: a, d — 0, b, c — 1, e, f — 0.1.

более медленному увеличению с ростом интенсивности шума параметра R_v ; слабо выраженный максимум при этом сдвигается в область больших значений D и исчезает с дальнейшим снижением h_a . Исчезновение в случае достаточно малых амплитуд низкочастотного

поля максимума зависимости $R_v(D)$ и ее приближение с усилением шума (в практически значимых пределах) к некоторому значению является одной из особенностей рассматриваемого СР при продольной ориентации дополнительных сигналов.

На рис. 5, *b* приведена зависимость $R_v(D)$ на частоте $2\omega_a$ для поперечной ориентации сигналов $\mathbf{e}_a \parallel \mathbf{e}_y$ при $\omega_a/2\pi = 0.3$ МГц и $h_a = 1.4, 1, 0.8$ Ое (кривые 1–3). В отличие от предыдущего случая падение R_v при росте интенсивности шума здесь происходит быстрее, поэтому характерные для СР максимумы данной зависимости оказываются более выраженными. Уменьшение амплитуды гармонического сигнала при этом также ведет к ослаблению отклика системы на частоте $2\omega_a$: величина максимума зависимости $R_v(D)$ уменьшается, а ее рост (относительно резкое увеличение характеристики сигнал/шум) наступает при больших значениях интенсивности шума.

При поперечной ориентации дополнительного переменного поля СР возникает также на частотах, связанных с частотой основного гармонического поля ω_0 (рис. 4, *e, f*). На рис. 6 для данного случая приведена за-

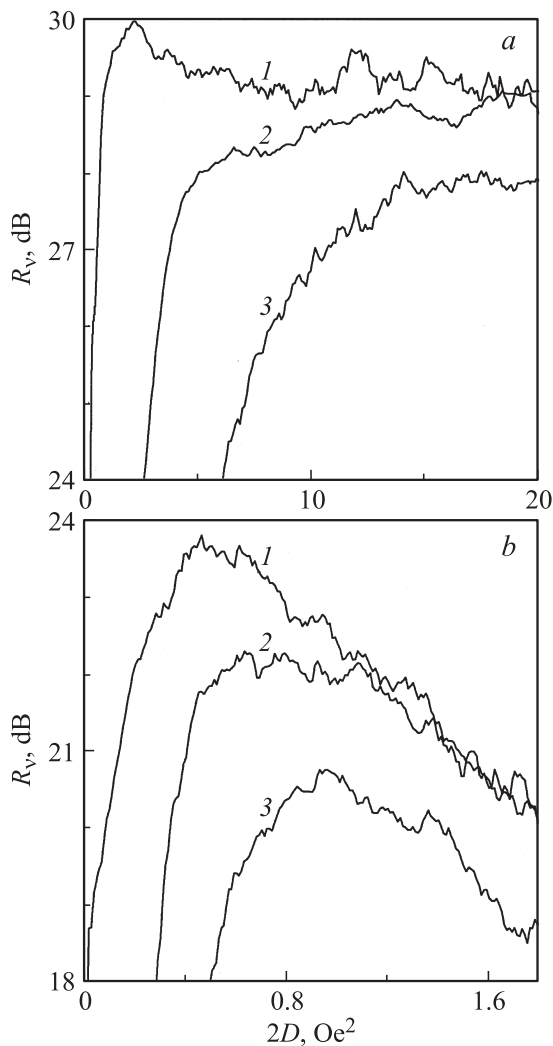


Рис. 5. Зависимость от уровня шума отношения сигнал/шум для колебаний величины $|\partial m_y / \partial t|$ на частоте ω_a при $\mathbf{e}_a \parallel \mathbf{e}_x$ и $\omega_a/2\pi = 0.6$ МГц, $h_a = 20$ (1), 18 (2) и 15 Ое (3) (*a*) и на частоте $2\omega_a$ при $\mathbf{e}_a \parallel \mathbf{e}_y$ и $\omega_a/2\pi = 0.3$ МГц, $h_a = 1.4$ (1), 1 (2) и 0.8 Ое (3) (*b*).

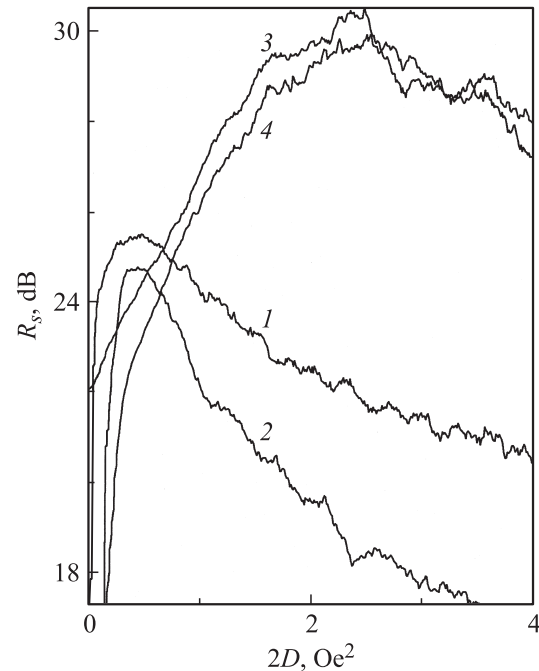


Рис. 6. Зависимость от уровня шума характеристики сигнал/шум для спектра колебаний $|m_y|$ на частотах $2\omega_a$ (1, 2) и $\omega_0 - \omega_a$ (3, 4) при $\mathbf{e}_a \parallel \mathbf{e}_y$ и $\omega_a/2\pi = 0.3$ МГц, $h_a = 1.4$ (1, 3) и 1 Ое (2, 4).

висимость $R_S(D)$ — характеристика сигнал/шум в отношении спектра колебаний модуля y -компоненты намагниченности $|m_y|$ на частотах $2\omega_a$ (кривые 1, 2) и $\omega_0 - \omega_a$ (кривые 3, 4) при $\omega_a/2\pi = 0.3$ МГц и $h_a = 1.4$ (1, 3), 1 Ое (2, 4). Вначале (в области малых шумов) СР реализуется на удвоенной частоте дополнительного сигнала. При этом колебания на частоте $\omega_0 - \omega_a$ продолжают расти с увеличением интенсивности шума, и относительная их мощность, увеличиваясь на продолжительном интервале значения D по закону, близкому к линейному, достигает максимума при более интенсивном шуме. СР на частоте $\omega_0 - \omega_a$ имеет менее выраженный максимум зависимости $R_S(D)$, однако он характеризуется значительно большими значениями отношения сигнал/шум, чем на частоте $2\omega_a$.

5. Заключение

Проведенный анализ возбуждения прецессионных режимов вектора намагниченности для параметров системы, отвечающих динамической бистабильности, показал, что при воздействии дополнительного магнитного поля, частота гармонических колебаний которого много меньше частоты основного переменного поля, под воздействием шумового сигнала реализуется эффект стохастического резонанса. Устанавливаемая при СР динамика намагниченности представляет собой регулярные переходы между предельными циклами, составляющими бистабильность, и имеет две фазы, высокочастотные

колебания в которых сильно различаются по амплитуде. В случае поляризации дополнительного гармонического и шумового сигналов вдоль подмагничивающего поля (ортогонально основному переменному полю) СР реализуется только при достаточно большой амплитуде гармонического сигнала на частоте ω_a , на которой наблюдается значительный по мощности отклик системы в широком интервале интенсивности белого шума. В случае поляризации дополнительных полей вдоль основного поля, имеющего частоту ω_0 , СР реализуется при амплитудах низкочастотного поля и уровнях шума, на порядок меньших, чем при продольной ориентации дополнительных полей. При этом СР наблюдается при двух уровнях шума: более слабые шумы вызывают резонанс на частоте $2\omega_a$, а более сильные — на частотах, связанных с основной частотой; наибольший эффект имеет место на частоте $\omega_0 - \omega_a$, причем амплитуда колебаний в СР на данной частоте существенно превосходит колебания на частоте $2\omega_a$ в условиях первого СР. В качестве дальнейших исследований интерес представляют рассмотрение других динамических систем, в которых также реализуются динамические бистабильности, и приложение в качестве шумового воздействия цветного шума, более приближенного к реальным стохастическим процессам.

Список литературы

- [1] В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, А.Б. Нейман, Г.И. Стрелкова, Л. Шитанский-Гайер. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Ин-т компьютер. исслед., М.–Ижевск (2003). 544 с.
- [2] С.Л. Гинзбург, О.В. Геращенко. ЖЭТФ **124**, 921 (2003).
- [3] П.С. Ланда, В.Г. Ушаков. Письма в ЖЭТФ **86**, 356 (2007).
- [4] V. Zhou, W. Xu. Chaos Solitons Fractals **38**, 1146 (2008).
- [5] А.Н. Григоренко, П.И. Никитин, Г.В. Рошепкин. Письма в ЖЭТФ **65**, 788 (1997).
- [6] Ю.Н. Горностырев, Д.И. Ждахин, М.И. Кацнельсон, А.В. Трефилов. Письма в ЖЭТФ **69**, 585 (1999).
- [7] А.Г. Исавнин. ФТТ **43**, 1216 (2001).
- [8] Ю.П. Калмыков, Ю.Л. Райхер, У.Т. Коффи, С.В. Титов. ФТТ **47**, 2232 (2005).
- [9] R.N. Mantegna, V. Spagnolo, L. Testa, M. Trapanese. J. Appl. Phys. **97**, 10E519 (2005).
- [10] L. Testa, M. Trapanese. Physica B **403**, 486 (2008).
- [11] Д.И. Семенцов, А.М. Шутый. УФН **177**, 831 (2007).
- [12] А.М. Шутый. ФТТ **50**, 2179 (2008).
- [13] А.М. Шутый. Письма в ЖЭТФ **87**, 181 (2008).
- [14] А.М. Шутый. ЖТФ **79**, 7, 21 (2009).
- [15] А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков. Магнитные колебания и волны. Наука, М. (1994). 464 с.
- [16] B. Neite, H. Dotsch. J. Appl. Phys. **62**, 648 (1987).