

01;03;04

©1995 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЛАСТИ РАЗРЯДА СИЛЬНОТОЧНОГО МПД ДВИГАТЕЛЯ

Н.А. Барabanov

Московский авиационный институт,

125871, Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 12 мая 1994 г.

В окончательной редакции 18 августа 1994 г.)

В квазидвумерном МГД приближении исследуется течение плазмы в торцевом сильноточном двигателе с подачей рабочего тела через катод. Проводится сравнение пространственных расчетных распределений магнитной индукции с экспериментальными, полученными при работе двигателя в квазистационарном режиме с осевой симметрией разряда. Показывается, что описание течения плазмы в двигателе может проводиться на основе квазиодномерного приближения, обеспечивающего как качественное, так и количественное соответствие расчетных свойств потока экспериментальным.

Установлено, что при квазидвумерном описании потока рашение незначительно зависит от вида граничных условий на выходе для уравнения магнитной индукции.

Постановка задачи

Рассмотрение материалов последних XXII и XXIII Международных конференций по электрическим ракетным двигателям, состоявшихся в Виареджо (Италия, 1991) и Сиэтле (США, 1993), показывает, что количество докладов, посвященных магнитоплазодинамическим (МПД) двигателям, сравнимо с числом докладов, касающихся электростатических или электродуговых двигателей. В отличие от зарубежных схем МПД двигателей со стрежневым катодом, в России исследуются в основном МПД двигатели с подачей рабочего тела через катод [1,2], так называемые торцевые сильноточный и холловский двигатели. На рис. 1 представлена схема течения плазмы в торцевом сильноточном двигателе (ТСД).

Анализ литературы, посвященной теоретическим исследованиям процессов в сильноточных двигателях и ускорителях с торцевым электродом, показывает, что публикации относятся главным образом к таким режимам их работ, которые далеки от реальных условий эксперимента [3,4]. Соответственно в указанных работах не проводилось сравнения результатов расчета с экспериментальными данными. Поэтому

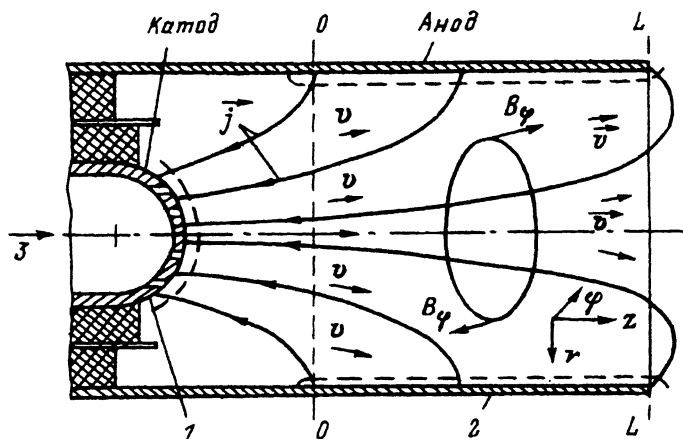


Рис. 1.

1 — прикатодная область, 2 — прианодная область, 0-0 — начальное сечение, L-L — срез анода, 3 — подача рабочего тела.

актуальна проблема создания надежной методики расчета МПД двигателя, т.е. методики, позволяющей описать имеющиеся экспериментальные результаты, а также прошедшей тестирование на решениях, полученных другими авторами.

В качестве простейшего уровня описания МГД течений в ТСД можно рассматривать работу [5], где на основе квазиодномерных стационарных МГД уравнений было исследовано течение плазмы в двигателе с различной геометрией электродов. Было показано, что квазиодномерное приближение позволяет качественно описать распределение параметров плазмы в двигателе. В работе [6] как логичном продолжении развития методики [5] течение плазмы в ТСД исследовалось на основе нестационарных квазиодномерных уравнений. Обоснованием использования в работах [5,6] квазиодномерного приближения служили близкие к реальным критерии подобия, а также удовлетворительное соответствие средних расчетных распределений магнитной индукции, а значит, и тяги двигателя (см. ниже) экспериментальным. Для дополнительного обоснования применения квазиодномерного приближения для описания течения плазмы в двигателе необходимо проведение исследования с учетом пространственных распределений электродинамических величин. Причем целесообразно усложнять задачу последовательно, опираясь на уже полученные решения. Для этих целей можно воспользоваться методикой осреднения неравномерных потоков в МГД каналах, изложенной в работе [7].

Оценки, проведенные на основании экспериментальных исследований ТСД на аргоне [8,9] и литии [10], показывают, что можно пренебречь вязкостью плазмы, теплопроводностью, эффектом Холла, диссипативной функцией в уравнении энергии. Тогда МГД система уравнений, описывающая течение плазмы в ТСД, будет иметь вид [7]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\nabla p + \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{\mu_0}, \quad (2)$$

$$\rho c_v \frac{dT}{dt} = -p \nabla v + \frac{(\nabla \times \mathbf{B})^2}{\mu_0^2 \sigma}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\sigma}, \quad (4)$$

$$p = \rho RT. \quad (5)$$

В работе [7] получена следующая система уравнений гидравлического приближения:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{F} \frac{\partial \rho u F}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + f_z, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho F \left(\varepsilon + \frac{u^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho u F \left(\varepsilon + \frac{u^2}{2} \right) \right] = -\frac{\partial}{\partial z} u p F + q, \quad (8)$$

$$p = \rho RT, \quad (9)$$

где помимо общепринятых приняты обозначения: f_z — средняя электромагнитная сила, действующая на плазму в данном сечении; q — средний приток энергии от электромагнитного поля.

Для определения величин f_z и q необходимо использовать уравнение магнитной индукции, записанное для осесимметричного случая. В работах [5,6] как доопределение потока (6)–(9) принималось однородное распределение магнитной индукции по радиусу и для определения f_z и q использовались распределения B , полученные из одномерного уравнения магнитной индукции. Уравнение, описывающее пространственное распределение магнитной индукции в рамках гидравлического приближения (6)–(9), будет иметь вид [7]

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\sigma} \frac{\partial B}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r\sigma} \frac{\partial r B}{\partial r} \right] - \frac{\partial u B}{\partial z}. \quad (10)$$

Тогда значения f_z и q можно рассчитать путем осреднения пространственных распределений $B(r, z)$ по сечениям

$$f_z = -\frac{1}{2\mu_0} \frac{\partial \langle B \rangle^2}{\partial z}, \quad (11)$$

$$q_{\text{дж}} = \frac{1}{\sigma} \left[\left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \langle B \rangle}{\partial z} \right)^2 + \langle j_z \rangle^2 \right] - \frac{u}{\mu_0} \frac{\partial \langle B^2 \rangle}{\partial z} \quad (12)$$

$$\langle B \rangle = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r B dr, \quad (13)$$

$$\langle j_z \rangle = \frac{1}{\mu_0 \pi R^2} \int_0^R \frac{\partial r B}{\partial r} 2\pi dr. \quad (14)$$

Учитывая сказанное, запишем систему уравнений гидравлического приближения для ТСД с цилиндрическим анодом в безразмерном дивергентном виде ($\sigma = \text{const}$)

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial z} = D, \quad (15)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}_{m0}} \left(\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial r B}{\partial r} \right) - \frac{\partial u B}{\partial z}, \quad (16)$$

где

$$A = \left\{ \rho, \rho u, p + \frac{\gamma - 1}{2} \rho u^2 \right\},$$

$$C = \left\{ \rho u, \rho u^2 + p + \frac{A_0^2 \langle B \rangle^2}{2}, \frac{\gamma - 1}{2} \rho u^3 + \gamma u p \right\},$$

$$D = \left\{ 0, 0, \frac{(\gamma - 1) A_0^2}{\text{Re}_{m0}} \left[\left(\frac{\partial \langle B \rangle}{\partial z} \right)^2 + \langle j \rangle_z^2 \right] - (\gamma - 1) u \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{A_0^2 \langle B \rangle^2}{2} \right) \right\},$$

$$\langle B \rangle = 2 \int_0^1 B r dr, \quad \langle j_z \rangle = 2 \int_0^1 \frac{\partial r B}{\partial r} dr.$$

При обезразмеривании за масштабные величины скорости, плотности, температуры, давления, магнитной индукции, координат r и z , времени t приняты соответственно скорость звука a_0 , ρ_0 , T_0 , $\rho_0 a_0^2$, B_0 , R_0 , R_0/a_0 , где индексом 0 обозначены параметры в начальном сечении, R_0 — радиус начального сечения рассчитываемой области.

Уравнение состояния имеет вид $p = \rho T / \gamma$, параметры A_0 и Re_{m0} определяются следующим образом: $A_0 = \sqrt{B_0^2 / \mu_0 \rho_0 a_0^2}$ — число Альфвена, $\text{Re}_{m0} = \mu_0 \sigma R_0 a_0$ — магнитное число Рейнольдса.

Как и в [6], за начальное сечение принимается сечение начала вытекания тока на анод, положение этого сечения известно из эксперимента. Более строго в качестве начального сечения можно рассматривать область вблизи среза катода. Но в этом случае необходима постановка граничных условий для параболического уравнения магнитной индукции на границе струи плазмы, расширяющейся от прикатодной области до начального сечения анода 0-0 (рис. 1). Эта проблема довольно сложна ввиду недостаточности в настоящее время знаний об области от среза катода до начального сечения анода. Поэтому за начальное принимается известное из эксперимента сечение 0-0.

Граничные условия для параболического уравнения магнитной индукции (16) формулируются с учетом экспериментальных данных. На рис. 2 и 3 показаны безразмерные экспериментальные распределения магнитной индукции в разных сечениях ТСД, измеренные при работе двигателя в квазистационарном режиме [8]. На рис. 2 приведены

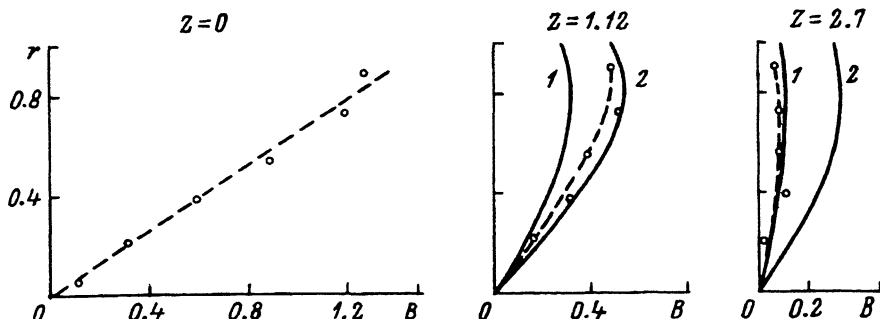


Рис. 2. Безразмерные зависимости $B(r)$ в различных системах ТСД. Штриховая кривая — эксперимент, сплошные — расчет: 1 — $Re_{m0} = 3$, 2 — 10; $I_p = 16$ кА.

распределения $B(r)$, полученные при токе разряда $I_p = 16$ кА и расходе аргона 10 г/с, на рис. 3 — при $I_p = 20$ кА, $\dot{m} = 10$ г/с. Следует отметить, что при этих двух режимах двигатель работал с осевой симметрией разряда, что является важной предпосылкой адекватности условий эксперимента модельному каноническому потоку (15), (16).

Из представленных на рис. 2 и 3 безразмерных экспериментальных распределений магнитной индукции следует, что в начальном сечении ($z = 0$) для двух режимов могут быть с достаточной степенью точности заданы линейные зависимости $B(r)$. На выходе канала (сечения $z = 2.7$ и 2.4) могут быть также заданы известные из эксперимента или зависимости $B(r)$ или значения производной $(\partial B/\partial z) \sim -0.1$. Но, как показали расчеты, удовлетворительным с точки зрения соответствия с экспериментом является условие $(\partial B/\partial z) = 0$. Физически это условие означает течение плазмы за срезом анода в трубе — изоляторе. Замыкание токов при этом происходит за срезом такой изоляционной трубы. Таким образом, для уравнения магнитной индукции на входе канала ставится условие $B = 1.5r$, на выходе $\partial B/\partial z = 0$. На аноде $E_z = 0$, на оси симметрии $B = 0$.

Граничные условия для газодинамических величин ставятся исходя из возможных режимов течения плазмы на входе и выходе рассчитываемой области [6]. На левой границе при дозвуковом вытекании задаются плотность и давление, при дозвуковом вытекании задается давление, при сверхзвуковом вытекании задаются плотность, давление и

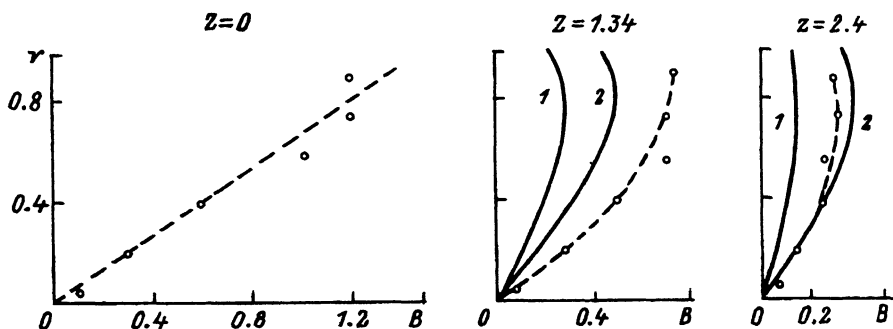


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но при $I_p = 21$ кА.

скорость. На выходе при сверхзвуковом истечении граничные условия для ρ , u и p не ставятся, при дозвуковом истечении задаются или скорость $u = a$, или давление $p = p_H$ в зависимости от значения давления плазмы на выходе (p_H — давление за срезом анода двигателя). Значения остальных параметров, не входящих в граничные условия, определяются по разностной схеме “четырёхугольник”, аппроксимирующей уравнения (15).

Величину временного шага при $Re_{m0} \sim 1$ можно определить по условию [11]

$$\tau^{n+1} = \frac{K_\tau \Delta z}{M_{ax}(|u_i^n| + a_i^n)}, \quad (17)$$

где K_τ — число Куранта, в расчетах $K_\tau = 0.8$.

Начальными условиями для уравнений (15), (16) служит решение одномерной системы уравнений, имеющий вид [6]. В свою очередь начальные условия для квазиодномерной системы уравнений [6] задаются достаточно произвольно: скорость возрастает по линейному закону, а магнитная индукция B линейно убывает от входа к выходу.

Решения квазидвумерной системы уравнений (15), (16) были гладкими при задании чисел $Re_{m0} > 1$. Но при $Re_{m0} \sim 1$ ($\sigma = \text{const}$) разностное решение становилось неустойчивым, появлялись осцилляции. Одной из причин неустойчивости решения в магнитной гидродинамике являются сложности вычисления конвективных членов в уравнениях импульса, магнитного поля, энергии при больших градиентах скорости [11,12]. Для устранения осцилляций применяются приемы, аналогичные применяемым в газовой динамике, — введение искусственной вязкости, сглаживание [12,13]. Нами был выбран второй прием — послойное сглаживание газодинамических комплексов уравнений (15), позволяющий избежать значительных изменений в программе. Процедура сглаживания и ее параметры задавались по рекомендациям работы [11].

Тестирование программы расчета параметров плазмы на основе квазиодномерной нестационарной системы уравнений [6] проведено на решениях, полученных в работе [5].

Результаты расчетов

Проведенные экспериментальные исследования ТСД [8,9] и данные [2] позволяют оценить значения параметров в начальном сечении анода: $A_0 \sim 1-3$, $Re_{m0} \sim 1$. На рис. 2 и 3 приведены экспериментальные и расчетные зависимости $B(r)$ в некоторых сечениях ТСД. Можно отметить удовлетворительное, особенно при токе $I_p = 16$ кА, соответствие расчетных зависимостей экспериментальным. Числа Re_{m0} в расчетах завышены по сравнению с приведенной выше оценкой ($Re_{m0} \sim 1$), что продиктовано практическими соображениями: при этих числах удастся получить решение без применения процедуры сглаживания. При $Re_{m0} \sim 1$ в разностном решении появляются осцилляции и применяется процедура сглаживания газодинамических комплексов уравнений (15).

На рис. 4, 5 представлены зависимости средних $\langle B \rangle(z)$, полученных путем осреднения распределений $B(r)$ при $z = \text{const}$. Видно, что средние зависимости качественно правильно отображают картину распре-

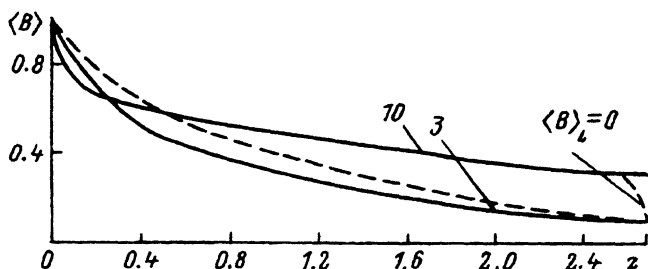


Рис. 4. Безразмерные средние зависимости $\langle B \rangle(z)$.

Штриховая кривая — эксперимент; цифры у сплошных кривых — значения Re_{m0} . $I_p = 16$ кА.

деления B по длине двигателя. Например, расчетные пространственные зависимости $B(r, z)$ при $Re_{m0} = 3$ ($I_p = 16$ кА) более близки к экспериментальной кривой, чем зависимости при $Re_{m0} = 10$. И такое же поведение наблюдается у средних распределений $\langle B \rangle(z)$ (рис. 4).

Одним из количественных критериев соответствия свойств потока экспериментальным данным является интегральный параметр — тяга. Для сильноточных двигателей тяга обусловлена главным образом электромагнитной составляющей F [2]. Значение F определяется интегрированием пространственных распределений $F(r, z)$ по всему объему плазмы

$$F = \frac{1}{\mu_0} \int_V (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} dV. \quad (18)$$

Из (18) следует, что в случае соответствия расчетных пространственных распределений магнитной индукции $B(r, z)$ экспериментальным будет обеспечиваться и соответствие величин расчетной и экспериментальной F . Например, зависимости $B(r, z)$ при $Re_{m0} = 3$ на рис. 4 при вычислении F дадут более близкую к экспериментальной величину тяги, чем при $Re_{m0} = 10$. Но практическое применение формулы (18) показало, что при использовании для расчета тяги средней расчетной зависимости $\langle B \rangle(z)$ получается почти такое же значение F , как и при определении F с использованием пространственных распределений $B(r, z)$. Это свойство наблюдалось при всех расчетных режимах. Поэтому средние расчетные зависимости $\langle B \rangle(z)$ не только наглядно интерпретируют картину распределения пространственных распределений магнитной индукции в двигателе, но и при совпадении со средними

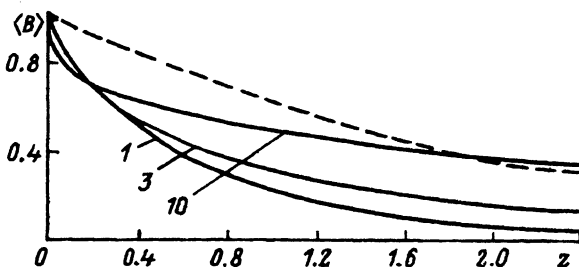


Рис. 5. То же, что и на рис. 4, но при $I_p = 21$ кА.

экспериментальными распределениями $\langle B \rangle(z)$ обеспечивают и количественное соответствие некоторых расчетных свойств потока экспериментальным.

Характерной особенностью при моделировании течения плазмы явилось то, что решение незначительно зависит от вида граничного условия для B на правой границе. На рис. 4 штриховая кривая вблизи выхода $2.6 < z < 2.7$ ($Re_{m0} = 10$) относится к расчету при задании на правой границе условия Дирихле: $B(r) = 0$ при $z = 2.7$. Этот результат — незначительная зависимость параметров от вида граничного условия для B важен, так как априори затруднительно сформулировать граничное условие для магнитной индукции на правой границе.

Таким образом, проведенное исследование показывает, что для решения задачи о распределении параметров плазмы в ТСД можно использовать средние распределения параметров, т.е. использовать квазиодномерные приближения, описанные в работах [5,6].

В заключение автор выражает признательность Г.А.Любимову и В.А.Битюрину за обсуждение данного исследования на руководимых ими семинарах.

Список литературы

- [1] *Bober A., Maslennikov N., Day M. et al.* // Proc. XXIII Intern. Electric Propulsion Conf. Seattle (USA), 1993, N 93-001.
- [2] *Гришин С.Д., Лесков Л.В., Козлов Н.П.* Плазменные ускорители. М.: Наука, 1983. 232 с.
- [3] *Барзатов Ю.Н., Поротников А.А., Сафонов И.Б.* // Источники и ускорители плазмы. Харьков, 1980. № 4. С. 53-63.
- [4] *Савельев В.В.* Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша. М., 1985. № 173. 16 с.
- [5] *Затула Ю.А.* // Гагар. Научные чтения по косм. и авиации. 1983, 1984. М.: Наука, 1985. С. 217-218.
- [6] *Барабанов Н.А.* // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 18. С. 1-4.
- [7] *Ватажин А.Б., Любимов Г.А., Регирер Г.С.* Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука, 1970. 672 с.
- [8] *Затула Ю.А.* // Источники и ускорители плазмы. Харьков, 1984. № 8. С. 50-58.
- [9] *Барабанов Н.А.* // Там же. С. 41-45.
- [10] *Гришин С.Д., Лесков Л.В., Огородников С.Н., Степанов А.В.* // ЖТФ. 1975. Вып. 2. С. 462-466.
- [11] *Пирумов У.Г., Росляков Г.С.* Газовая динамика сопел. М.: Наука, 1990. 364 с.
- [12] *Брекбилл Дж.* // Вычислительные методы в физике. Управляемый термоядерный синтез / Под ред. Дж. Киллина. М.: Мир, 1980, С. 11-50.
- [13] *Кузнецов Н.Н., Садков Ю.Н.* // Вычислительные методы и программирование М., 1972. № 19. С. 108-115.