

ны широкоапертурные НЭП диаметром до 70 мм при давлении гелия 2 Тор, но конструкция анода неясна. Нам представляется, что в [2] использовался разряд, подобный ОР.

4. Таким образом, в работе показано, что открытый разряд способен генерировать непрерывные электронные пучки с параметрами, пригодными для их использования в различных областях электронно-лучевой технологии. В отличие от известных способов открытый разряд позволяет формировать пучки заданной геометрии с практически неограниченной апертурой и при значительно больших давлениях.

Список литературы

- [1] *Завьялов М.А., Крейндель Ю.Е., Новиков А.А., Шантурич Л.П.* Плазменные процессы в технологических электронных пушках. М.: Энергоатомиздат, 1989. 256 с.
- [2] *Rossa J.J., Meyer J.D., Farrell M.R., Collins G.J.* // J. Appl. Phys. 1984. Vol. 56. N 3. P. 790–797.
- [3] *Боган П.А., Колбычев Г.В.* // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6. Вып. 7. С. 418–421.
- [4] *Боган П.А., Сорокин А.Р.* // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 1. С. 88–95.
- [5] *Ковалев А.С., Манкелевич Ю.А., Муратова Е.А. и др.* // Физика плазмы. 1992. Т. 18. № 18. С. 1076–1983.
- [6] *Колбычев Г.В., Пташник И.В.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 9. С. 104–111.
- [7] *Клименко К.А., Королев Ю.Д.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 9. С. 138–142.
- [8] *Боган П.А.* // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 6. С. 61–68.
- [9] *Izaacs* // Electron. Lett. 1968. Vol. 4. N 19. P. 405–406.
- [10] *Сорокин А.Р.* // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 8. С. 27–30.
- [11] *Сорокин А.Р.* // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 23. С. 92–94.

01.09
© 1995 г.

Журнал технической физики, т. 65, в. 5, 1995

ТЕОРИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ИМПЕДАНСНОГО ВИБРАТОРА

В.Л.Данильчук, С.И.Эминов

Новгородский государственный университет,
173033, Новгород, Россия
(Поступило в Редакцию 12 октября 1994 г.)

Импедансный вибратор изучался в многочисленных работах отечественных и зарубежных исследователей. Однако проблема создания эффективных методов расчета остается актуальной. В данной работе проводится качественный анализ интегрального уравнения и на его основе строится эффективный алгоритм решения интегрального уравнения. Исходное уравнение импедансного вибратора имеет вид

$$E_z(j_z) + E_z^0 = Zj_z, \quad (1)$$

где Z — поверхностный импеданс; j_z — плотность тока, наведенного на поверхности вибратора первичным полем E_z^0 .

Используя результаты работ [1,2], уравнение (1) можно записать в виде

$$\lambda(AI)(\tau) + \frac{1}{2\pi a}(ZI)(\tau) + (KI)(\tau) = \lambda \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-1}^1 I(t) \frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{1}{|\tau - t|} dt + \frac{1}{2\pi a} ZI(\tau) + \int_{-1}^1 K(\tau, t) I(t) dt = \theta(\tau), \quad (2)$$

где a — радиус вибратора, I — полный ток.

Уравнение (2) будем рассматривать в энергетическом пространстве H_A симметричного, положительно определенного оператора

$$(AI)(\tau) = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-1}^1 I(t) \frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{1}{|\tau - t|} dt. \quad (3)$$

Т е о р е м а 1. Оператор умножения на функцию $Z(\tau)$ и интегральный оператор K являются операторами Гильберта-Шмидта в пространстве H_A .

И д е я д о к а з а т е л ь с т в а. Ортонормированный базис в H_A имеет вид

$$\varphi_n(\tau) = \sqrt{\frac{2}{\pi n}} \sin \left[n \arccos(\tau) \right], \quad n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Интегральный оператор K имеет логарифмическую особенность в ядре. На основе этого удается найти асимптотику матричных элементов оператора K в базисе $\{\varphi_n\}_{n=1}^{+\infty}$. Также удается найти асимптотику матричных элементов оператора умножения на $Z(\tau)$ в предположении, что $Z(\tau)$ является кусочно-гладкой.

Из теоремы 1 следует, что уравнение (2) является уравнением Фредгольма второго рода в пространстве H_A . К нему применима альтернатива Фредгольма: либо уравнение имеет единственное решение, либо однородное уравнение имеет ненулевое решение.

Т е о р е м а 2. При условии, что $\operatorname{Re}(Z) \geq 0$, однородное уравнение, соответствующее (2), имеет только нулевое решение.

И д е я д о к а з а т е л ь с т в а. Если представить интегральный оператор (2) в виде интегралов Фурье [1], то спектральная плотность будет иметь положительную действительную часть. Исходя из этого легко доказывается утверждение теоремы 2.

Далее, разложим неизвестный ток по базису

$$I(\tau) = \sum_{i=1}^{+\infty} c_i \varphi_i(\tau) \quad (5)$$

и перейдем от уравнения (2) к эквивалентной бесконечной системе Фредгольма второго рода

$$c_i + \sum_{j=1}^{+\infty} M_{ij} c_j = \theta_i, \quad 1 \leq i < +\infty. \quad (6)$$

Для постоянного импеданса найдена асимптотика матричных элементов M_{ij} и доказана теорема 3.

Т е о р е м а 3. Если правая часть интегрального уравнения является гладкой, необходимое число раз дифференцируемой, то для коэффициентов системы (6) справедлива оценка

$$|c_i| \leq \frac{\text{const}}{i^3}. \quad (7)$$

Теорема 3 позволяет сделать два важных вывода. Во-первых, функцию тока можно представить в виде

$$I(\tau) = \rho(\tau) f(\tau),$$

где $f(\tau)$ — гладкая, $\rho(\tau) = \sqrt{1 - \tau^2}$.

Во-вторых, решение интегрального уравнения является классическим, т.е. оно принадлежит области определения неограниченного оператора A . Кроме того, можно определить скорость сходимости приближенного решения c_N , найденного из решения усеченной системы порядка $N * N$, к точному, а именно справедлива оценка

$$\|c_N - c\| \leq \frac{\text{const}}{N^{5/2}}, \quad (8)$$

где $c = \{c_i\}_{i=1}^{+\infty}$ — решение бесконечной системы (6).

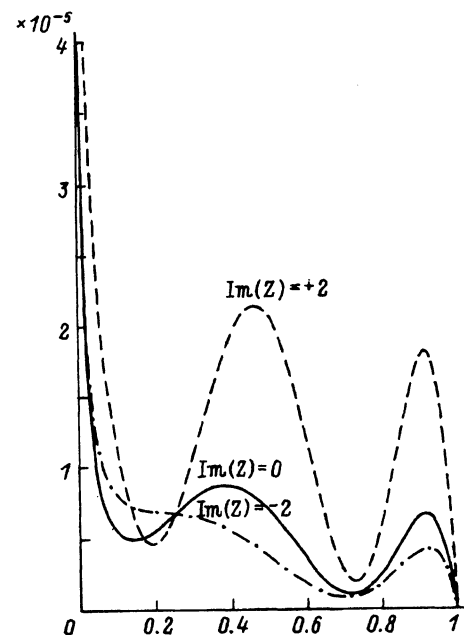


Рис. 1.

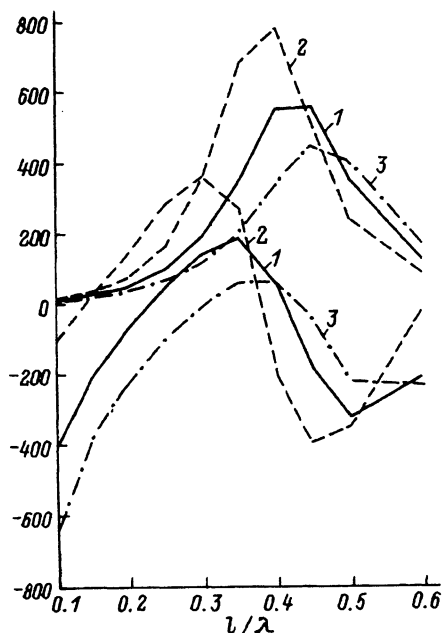


Рис. 2.

При возбуждении вибратора сосредоточенными источниками константы в (7) и (8) являются большими величинами и метод Галеркина оказывается неэффективным. Для этого случая предлагается численно-аналитический метод решения бесконечной системы (6). Он заключается в том, что первые N неизвестных неходятся из решения усеченной системы

$$c_i + \sum_{j=1}^N M_{ij} c_j = \theta_i, \quad 1 \leq i \leq N, \quad (9)$$

а остальные неизвестные аналитически

$$c_i = \theta_i, \quad N < i < +\infty. \quad (10)$$

В этом методе ядро интегрального уравнения заменяется на приближенное, а правая часть задается точно.

Как показали расчеты, численно-аналитический метод обладает высокой эффективностью. На его основе были проведены серии расчетов импедансных вибраторов. Правую часть интегрального уравнения задавали такой же, как и в [1].

На рис. 1 приведены графики зависимости модуля тока для различных значений поверхностного импеданса ($l/\lambda = 1.0$, $l/a = 40$, $T/l = 0.01$, l — длина вибратора, $2T$ — ширина зазора, λ — длина волны в отличие от(2)). Распределение тока определяется интерференцией волн, уходящих от источника и отраженных от краев вибратора. Индуктивный импеданс ($\text{Re}(Z) = 0$, $\text{Im}(Z) > 0$) приводит к укорочению длины волны и увеличению амплитуды тока. Последнее обстоятельство свидетельствует об увеличении мощности, захватываемой поверхностной волной источника. Емкостной импеданс ($\text{Re}(Z) = 0$, $\text{Im}(Z) < 0$) приводит к удлинению волны. Примечательными являются также малые отражения от краев вибратора.

На рис. 2 приведены графики зависимости входного сопротивления (активного и реактивного) для различных значений поверхностного импеданса ($l/a = 30$, $T/l = 0.1$). Как следует из рисунка, поверхностный импеданс существенно влияет на свойства широкополосности вибратора. Для всех кривых $\text{Re } Z = 0$; $\text{Im } Z = 0$ (1), 0.5 (2), -0.5 (3).

Список литературы

- [1] Эминов С.И. // РиЭ. 1993. Т. 38. № 12. С. 2160.
 [2] Эминов С.И. // Письма в ЖТФ. 1993. Вып. 10. С. 41.