

05;12

©1995 г.

ТЕРМОУПРУГОПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ В СКИН-СЛОЕ ИМПУЛЬСНОГО СОЛЕНОИДА И ОЦЕНКА РЕСУРСА ПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

И.М.Карпова, В.В.Титков

Санкт-Петербургский государственный технический университет,
195251, Санкт-Петербург, Россия
(Поступило в Редакцию 14 апреля 1994 г.)

Рассмотрены термоупругопластические деформации, возникающие в поверхностном слое массивного индуктора, генерирующего импульсы сильного магнитного поля. Решена задача термоупругопластического равновесия применительно к условиям резкого поверхностного эффекта. Получены формулы для величины пластической деформации и толщины пластифицированного слоя проводника. Результаты использованы для оценки ресурса импульсных индукторов на основе теории малоциклового усталости.

Одной из важнейших характеристик электрофизических и электротехнологических установок, многократно генерирующих импульсы сильного магнитного поля, является способность их токоведущих элементов выдерживать без повреждений нагрузки, вызванные действием электромагнитного поля. Одним из наиболее ответственных узлов такого рода установок является индуктор сильного магнитного поля, выполненный, как правило, в виде одного или нескольких массивных витков проводника [1-3]. Неблагоприятное сочетание термического и механического действия импульса электромагнитного поля приводит в ряде случаев к быстрому разрушению катушки в течение нескольких импульсов [4]. Это обстоятельство обуславливает необходимость замены индукторов, что связано с периодическим проведением монтажных работ, т.е. ограничением технологических возможностей установки. Поэтому еще на стадии разработки и конструирования импульсных установок сильного магнитного поля следует оценить ресурс (количество импульсов до разрушения) индуктора.

В работах [5-7] на основе численного моделирования анализируется ресурс толстостенных соленоидов (рис. 1) в диапазоне значений амплитуды импульсного магнитного поля 40-80 Тл. В этих режимах

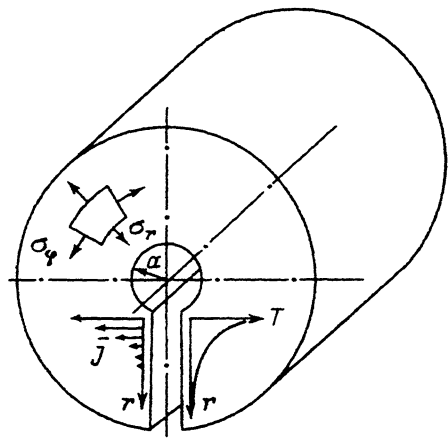


Рис. 1. Типичное распределение плотности тока J и температуры T в стенке массивного соленоида.

ресурс исчисляется десятками импульсов, а основным механизмом разрушения являются упругопластическое течение материала и накопление остаточной деформации от импульса к импульсу. Использование более низких значений индукции ($B < 30$ Тл) позволяет избавиться от чрезмерных механических нагрузок (“магнитное давление” для $B_m = 30$ Тл составляет величину $P_m = B_m^2/2\mu_0 \approx 0.5 \cdot 10^9$ Па). Однако в этом случае основную роль начинает играть термический фактор действия электромагнитного поля. Между тем в литературе на настоящий момент нет данных, позволяющих оценить роль термического фактора электромагнитного поля в процессах разрушения индукторов сильного магнитного поля при многократном генерировании импульсов. В работах [8,9] показано, что величина температурных механических напряжений в поверхностном слое катушки может значительно превосходить “магнитное давление” и зависит от длительности и формы импульса индукции. При этом пространственная область действия интенсивных температурных напряжений ограничена тонким слоем с размером порядка глубины проникновения электромагнитного поля в стенку катушки. Поэтому в режимах с умеренным магнитным полем ($B < 30$ Тл) процесс разрушения катушки по крайней мере в своей начальной стадии происходит в тонком приповерхностном слое и обусловлен периодически возникающими температурными напряжениями высокой интенсивности, достигающими предела упругости материала. Такой механизм разрушения хорошо известен как малоцикловая усталость [10]. Явление усталости проявляется в возникновении на поверхности проводника трещин, которые при обтекании их током становятся очагами интенсивного нагрева материала и его пластического течения [1]. В задачу данной работы входят определение пластической деформации, возникающей на внутренней поверхности массивного витка при его нагреве в импульсном магнитном поле собственного тока, и оценка ее влияния на ресурс индукторов сильного магнитного поля при их многократном использовании.

Феноменологические модели малоцикловой усталости позволяют вычислить ресурс конструкционного элемента исходя из условий термического нагружения, определяющих размах пластической деформации

$$\Delta \varepsilon_p = \varepsilon_{p_{\max}} - \varepsilon_{p_{\min}},$$

и физических свойств материала, характеризующегося предельной пластической деформацией ε_f . Для оценки ресурса — числа циклов до разрушения n_f общепринятым является применение формулы Коффина-Мэнсона [10]

$$\Delta\varepsilon_p\sqrt{n_f} = \varepsilon_f/2. \quad (1)$$

Если величина ε_f является табличной для каждого материала, то при определении размаха пластической деформации следует исходить из конкретных условий термического нагружения. В толстостенных катушках, работающих в импульсном режиме, основной особенностью термического нагружения является резко неоднородный (толщина нагретого слоя порядка 0.1–10 мм) и быстрый (в течение 1–100 мкс) нагрев вследствие джоулева тепловыделения. При этом для оценки максимальной температуры процессы теплопередачи, обусловленные теплопроводностью, не являются существенными [8] и распределение температуры в стенке соленоида может быть аппроксимировано выражением

$$T(r) = T_0 \exp\left(-\frac{a-r}{\Delta}\right), \quad (2)$$

где $T_0 = Q_0/\gamma c_v$, Q_0 — температура и объемная плотность тепловой энергии на внутренней поверхности соленоида, γ — плотность массы, c_v — удельная теплоемкость, a — внутренний радиус катушки, Δ — глубина проникновения электромагнитного поля.

Температурный профиль, близкий к (2), имеет место при любых формах импульса индукции, которые обуславливают некоторую величину глубины проникновения электромагнитного поля. Формой и длительностью импульса индукции определяются величины Q_0 и Δ . В частности, наиболее распространенной формой импульса является колебательный затухающий импульс индукции, имеющий место при разряде конденсаторной батареи на соленоид,

$$B(t) = B_0 \exp(-\delta t/T) \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right),$$

где δ — затухание; B_0, T — амплитуда и период колебаний.

В случае резкого поверхностного эффекта, когда $a \gg \Delta \cong \sqrt{\rho T/2\pi\mu_0}$, где ρ — удельное электрическое сопротивление, μ_0 — магнитная постоянная, согласно [8],

$$Q_0 = \frac{\pi}{2\delta} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arctg \frac{1 - (\pi/\delta)^2}{2\pi} \right) \frac{B_0^2}{2\mu_0}. \quad (3)$$

Величины Q_0 и δ определяют размах пластической деформации.

Расчет пластической деформации можно выполнить, рассматривая упругопластическое равновесие неравномерно нагретой толстостенной трубы при отсутствии объемных сил, что справедливо для конечной стадии процесса генерации импульса магнитного поля, когда электромагнитные силы отсутствуют, а нагрев соленоида максимален. Упругопластическая задача для неравномерно нагретой трубы

не является новой. Однако известные аналитические решения построены для логарифмического закона распределения температуры и пригодны для не слишком толстых труб [11]. В данной работе, напротив, рассматривается толстостенный цилиндр, когда внешний радиус много больше внутреннего, с резко убывающим в глубину распределением температуры, что характерно для импульсных индукторов сильного магнитного поля [1,2].

Рассмотрим упругопластическое равновесие толстостенного цилиндра с внутренним радиусом a (рис. 1) и с заданным по формуле (2) распределением температуры в стенке. Уравнение равновесия в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0, \quad (4)$$

где r — радиальная координата, σ_r и σ_φ — радиальная и азимутальная компоненты тензора механических напряжений.

Часть материала цилиндра при $r < r_T$ находится в пластическом состоянии. Радиус границы зоны пластичности r_T подлежит определению. Для $r > r_T$ справедливы законы упругого поведения материала. В пластической зоне $a \leq r \leq r_T$ должен выполняться критерий текучести [12]

$$|\sigma_r - \sigma_\varphi| = 2\sigma_T,$$

где σ_T — предел упругости материала.

Уравнение равновесия (4) при этом преобразуется к виду

$$\frac{d\sigma_r}{dr} \pm \frac{2\sigma_T}{r} = 0;$$

откуда получаем два решения в пластической зоне

$$\sigma_r = \mp 2\sigma_T \ln \frac{r}{a}, \quad a \leq r \leq r_T. \quad (5)$$

В области $r > r_T$ поведение материала упругое и там справедливо стандартное решение термоупругой задачи для цилиндра (формулы Лоренца) [13]

$$\sigma_r = -\frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_{r_T}^r rT dr + \frac{E}{1-\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} - \frac{C_2}{r^2} \right), \quad (6a)$$

$$\sigma_\varphi = -\frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_{r_T}^r rT dr - \frac{\alpha ET}{1-\nu} + \frac{E}{1-\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} - \frac{C_2}{r^2} \right), \quad (6b)$$

где α — коэффициент линейного температурного расширения, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, T — температура.

В случае толстостенного соленоида, устремляя внешний радиус цилиндра к бесконечности, имеем $\sigma_r(\infty) = 0$, откуда следует $C_1 = 0$. Для

определения второй постоянной следует воспользоваться условием непрерывности радиального напряжения σ_r на границе между упругой и пластической зонами. При $r = r_T$, приравнявая (5) и (6а), имеем

$$-\frac{EC_2}{(1+\nu)r_T^2} = \pm\sigma_T \ln \frac{r_T}{a},$$

откуда

$$C_2 = \mp \frac{2\sigma_T \ln \frac{r_T}{a}}{E} (1+\nu)r_T^2.$$

Подставляя значения постоянных C_1 и C_2 в формулы (6) при $r = r_T$ и составляя уравнение условия текучести $|\sigma_r - \sigma_\varphi| = 2\sigma_T$, получим

$$\left| \mp 4\sigma_T \ln \frac{r_T}{a} + \frac{\alpha ET}{1-\nu} \right| = 2\sigma_T.$$

Последнее уравнение имеет решение относительно r_T , обладающее физическим смыслом ($r_T > 0$), если взять знак "минус" при первом слагаемом в левой части, что соответствует знаку "минус" в (5). Т.е. в пластической зоне радиальные напряжения распределены по закону

$$\sigma_r = -2\sigma_T \ln \frac{r}{a}, \quad a \leq r \leq r_T.$$

Радиус границы зоны пластичности можно найти из предыдущего уравнения, которое приводится к виду

$$1 + 2 \ln \frac{r_T}{a} = \frac{\alpha ET}{2\sigma_T(1-\nu)}.$$

Представив r_T в виде $r_T = x + a$ и подставляя в последнее уравнение закон распределения температуры (2), получим

$$1 + 2 \ln(1 + x/a) = A_0 \exp(-x/\Delta), \quad (7)$$

где $A_0 = \alpha ET_0 / 2\sigma_T(1-\nu)$.

Принимая во внимание, что в условиях резкого поверхностного эффекта глубина проникновения электромагнитного поля $\Delta \ll a$ и, следовательно, $x \ll a$, можно разложить левую и правую части уравнения в ряды, ограничиваясь линейным приближением,

$$2\frac{x}{a} - \ln A_0 \cong -\frac{x}{\Delta},$$

откуда

$$x \cong \frac{\ln A_0}{2/a + 1/\Delta}.$$

Учитывая, что $a \gg \Delta$, получим окончательно

$$r_T \cong a + \Delta \ln \frac{\alpha ET_0}{2\sigma_T(1-\nu)}.$$

Сравнение значений r_T , получаемых с использованием последней формулы, с результатами численного решения уравнения (7) показывают, что полученное здесь выражение для r_T пригодно при $a/\Delta > 4$. Погрешность оценки при этом не хуже 10%.

Теперь можно найти пластические компоненты тензора деформации. Для этого определим сначала радиальное перемещение U на границе зоны пластичности r_T . Подставляя значения найденных выше постоянных C_1 и C_2 в общее выражение для перемещений в задаче о неравномерно нагретом цилиндре [13]

$$U = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \frac{1}{r} \int_{r_T}^r r T dr + C_1 r + C_2/r,$$

получим при $r = r_T$

$$U(r_T) = \frac{2\sigma_T \ln \frac{r_T}{a}}{E} (1+\nu) r_T. \quad (7a)$$

Принимая в области $r \leq r_T$ условие несжимаемости пластифицированного вещества ($\nu = 1/2$), перемещения так можно описать следующим уравнением [12]:

$$\frac{dU}{dr} + \frac{U}{r} = 3\alpha T(r).$$

Интегрируя последнее уравнение с граничным условием (7a), получим для $T(r)$, заданного выражением (2),

$$U(r) = \frac{1}{r} \left(r_T U_T + 3\alpha T_0 \Delta^2 \left(\left(\frac{r_T}{\Delta} + 1 \right) \exp \left(-\frac{r_T - a}{\Delta} \right) - \left(\frac{r}{\Delta} + 1 \right) \exp \left(-\frac{r - a}{\Delta} \right) \right) \right),$$

откуда можно найти компоненты деформаций

$$\varepsilon_r = \frac{\partial U}{\partial R}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{U}{r}.$$

При этом

$$\varepsilon_r = -\frac{1}{a^2} \left(r_T U_T + 3\alpha T_0 \Delta^2 \left(\left(\frac{r_T}{\Delta} + 1 \right) \exp \left(-\frac{r_T - a}{\Delta} \right) - \frac{a}{\Delta} - 1 \right) \right) + 3\alpha T_0,$$

$$\varepsilon_\varphi = -\frac{1}{a^2} \left(r_T U_T + 3\alpha T_0 \Delta^2 \left(\left(\frac{r_T}{\Delta} + 1 \right) \exp \left(-\frac{r_T - a}{\Delta} \right) - \frac{a}{\Delta} - 1 \right) \right).$$

Для того чтобы полученные результаты могли быть использованы при оценке ресурса, необходимо отделить от полных деформаций ε_r и

ε_φ упругие составляющие ε_{re} и $\varepsilon_{\varphi e}$. Оставшаяся часть будет задавать размах пластической деформации в (1). Рассмотрим деформации при $r = a$. Температура T_e внутренней поверхности ($r = a$), при которой появляются пластические деформации в точке $r = a$, может быть найдена из формул Лоренца по условию $|\sigma_\varphi(a)| = 2\sigma_T$, ($\sigma_r(a) = 0$). Отсюда имеем

$$\sigma_\varphi = -\frac{\alpha E T_e}{1 - \nu} = 2\sigma_T,$$

$$T_e = \frac{2\sigma_T(1 - \nu)}{\alpha E}.$$

Компоненты упругой части деформации ($T = T_e$) можно найти из общих выражений для деформаций в задаче о неравномерно нагретом упругом цилиндре [13]

$$\varepsilon_r - \alpha T = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\varphi + \sigma_z)],$$

$$\varepsilon_\varphi - \alpha T = \frac{1}{E} [\sigma_\varphi - \nu(\sigma_r + \sigma_z)],$$

$$\varepsilon_z - \alpha T = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_\varphi + \sigma_r)].$$

Используя выражение для σ_r, σ_φ и σ_z при $r = a$ при упругом поведении цилиндра ($T_0 < T_e$) [13]

$$\sigma_r = 0, \quad \sigma_\varphi = \sigma_z = -\frac{\alpha E T_0}{1 - \nu},$$

получим

$$\varepsilon_{re}(a) = \alpha T_e \frac{1 + \nu}{1 - \nu}, \quad \varepsilon_{\varphi e}(a) = \varepsilon_{ze}(a) = 0.$$

Подставляя выражение для T_e , получим

$$\varepsilon_{re}(a) = \frac{2\sigma_T}{E}(1 + \nu),$$

после чего для пластических составляющих тензора деформации получаем

$$\varepsilon_{re} = -\frac{1}{a^2} \left(r_T U_T + 3\alpha T_0 \Delta^2 \left(\left(\frac{r_T}{\Delta} + 1 \right) \exp \left(-\frac{r_T - a}{\Delta} \right) - \frac{a}{\Delta} - 1 \right) \right) +$$

$$+ 3\alpha T_0 - \frac{2\sigma_T(1 - \nu)}{E},$$

$$\varepsilon_{\varphi e} = -\frac{1}{a^2} \left(r_T U_T + 3\alpha T_0 \Delta^2 \left(\left(\frac{r_T}{\Delta} + 1 \right) \exp \left(-\frac{r_T - a}{\Delta} \right) - \frac{a}{\Delta} - 1 \right) \right). \quad (8)$$

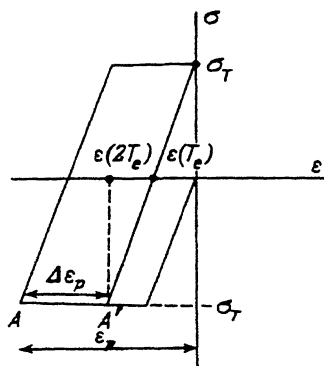


Рис. 2. Схема нагружения и разгрузки поверхностного слоя соленоида температурными напряжениями.

Формулы (8) дают значения пластической деформации на момент окончания импульса индукции, т.е. когда температура максимальна и нагрев сосредоточен в тонком слое Δ вблизи внутренней поверхности соленоида. Это состояние соответствует точке A на рис. 2. Для применения формулы Коффина-Мэнсона необходима не величина ϵ_p , а размах пластической деформации $\Delta\epsilon_p$, имеющий место в периодическом процессе (рис. 2). Для определения $\Delta\epsilon_p$ следует проанализировать процесс термической разгрузки-охлаждения, который является более сложным, чем нагрузка, так как проходит в условиях непрерывно изменяющегося профиля распределения температуры в стенке соленоида. Характер этого изменения во многом зависит от конкретных условий охлаждения. Поэтому аналитическое исследование процесса разгрузки представляется затруднительным. Тем не менее можно использовать формулы (8) для оценки верхней границы величины размаха пластической деформации и, следовательно, с их помощью дать нижнюю оценку ресурса соленоида.

Следует также отметить и возможность существования другого режима, когда разгрузка не сопровождается пластической деформацией ($\Delta\epsilon_p = 0$). Критической температурой внутренней поверхности, разделяющей режимы с $\Delta\epsilon_p > 0$ и $\Delta\epsilon_p = 0$, является (рис. 2)

$$\Delta T_c = 2T_e = \frac{4\sigma_T(1-\nu)}{\alpha E}.$$

Для сталей, в частности, $\Delta T_c \cong 200-300^\circ\text{C}$, что не является большой величиной. Поэтому реальные режимы генерации сильных импульсных магнитных полей в стальных индукторах сопровождаются знакопеременным процессом пластической деформации в поверхностном слое.

Для практических расчетов необходимы не сами пластические компоненты, а инвариант тензора пластической деформации

$$I_{2p} = \sqrt{2/3} \sqrt{(\epsilon_{rp} - \epsilon_{\varphi p})^2 + (\epsilon_{rp} - \epsilon_{zp})^2 + (\epsilon_{\varphi p} - \epsilon_{zp})^2}.$$

Полученные результаты могут быть представлены в безразмерном виде. При этом решение задачи определяется двумя безразмерными параметрами $P_1 = \Delta/a$, $P_2 = \delta$ и набором механических характеристик

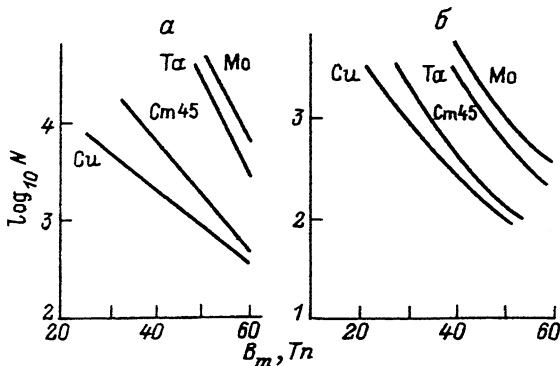


Рис. 3. Зависимости ресурса толстостенных индукторов, выполненных из различных материалов, от амплитуды индукции колебательного импульса при затухании $\delta = 1$ (а) и 0.5 (б).

материала. Полагая $\Delta\epsilon_p \cong I_{2p}$, можно из (1) приближенно оценить ресурс индукторов для типичных условий

$$n_f = (\epsilon_f/2)^2 / \Delta\epsilon_p. \quad (9)$$

Например, для реального накопителя ГИТ-50/1600 ($\omega = 4 \cdot 10^4$ 1/с, $\delta = 1$) предполагается использование индукторов с внутренним радиусом 15 мм [14]. Результаты расчета ресурса индукторов, выполненных из различных материалов, представлены на рис. 3. Кривые на рис. 3 показывают, что заметное снижение ресурса, обусловливаемое температурными напряжениями, имеет место лишь в области относительно высоких значений амплитуды магнитного поля, где доминируют совершенно другие механизмы, ограничивающие ресурс индуктора не сотнями, а десятками импульсов [6,7]. Поэтому можно утверждать, что при не слишком малых затуханиях δ в режиме резкого поверхностного эффекта фактор температурных напряжений, не являясь главной причиной разрушения в области сравнительно высоких полей ($B > 40$ Тл),

Физические свойства некоторых проводниковых материалов, применяемых для изготовления индукторов сильного импульсного магнитного поля

Материал	$E \cdot 10^{11}$, Па	ν	α , 1/град	σ_T , Па
Медь	$1.33 \cdot 10^{11}$	0.34	$1.7 \cdot 10^{-5}$	$0.6 \cdot 10^8$
Ст45	$2 \cdot 10^{11}$	0.3	$1.16 \cdot 10^{-5}$	$0.3 \cdot 10^9$
Молибден	$3.45 \cdot 10^{11}$	0.3	$4.8 \cdot 10^{-6}$	$0.7 \cdot 10^9$
Тантал	$1.845 \cdot 10^{11}$	0.4	$6.5 \cdot 10^{-6}$	$0.58 \cdot 10^9$

Продолжение таблицы

Материал	ϵ_f	ρ , Ом·м	C_v , Дж/кг·град	γ , кг/м ³
Медь	1.2	$1.7 \cdot 10^{-8}$	390	$8.9 \cdot 10^3$
Ст45	0.7	$1.8 \cdot 10^{-7}$	500	$7.8 \cdot 10^3$
Молибден	0.9	$0.5 \cdot 10^{-7}$	255	$1.02 \cdot 10^4$
Тантал	1.0	$1.34 \cdot 10^{-7}$	140	$1.66 \cdot 10^4$

в то же время не приводит к существенным ограничениям ресурса индуктора в области низких полей ($B < 30$ Тл). Ресурс в последнем случае составляет величину от нескольких тысяч до нескольких десятков тысяч импульсов. Вместе с тем в режимах с малым затуханием температурные напряжения заметно ограничивают ресурс индуктора. В качестве численного примера рассмотрим индуктор из стали Ст45 с внутренним диаметром 30 мм при действии колебательного импульса магнитного поля с амплитудой 30 Тл и затуханием 0.15. При этом в соответствии с приведенными выше формулами температура нагрева поверхности индуктора составила 960 °С, глубина проникновения электромагнитного поля 1.9 мм, толщина пластифицированного слоя материала 2.5 мм, инвариант пластической деформации 3.8%. Ресурс индуктора для этого режима составил 80 импульсов.

Физические свойства проводниковых материалов, использованные в расчетах приведены, в таблице.

Список литературы

- [1] Техника больших импульсных токов и магнитных полей / Под ред. П.Н.Дашук и др. М.: Атомиздат, 1970. 472 с.
- [2] Кнопфель Г. Сверхсильные магнитные поля. М.: Мир, 1974. 391 с.
- [3] Сверхсильные магнитные поля. Физика. Техника. Применение / Под ред. В.М.Титова, Г.А.Швецова. М.: Наука, 1981.
- [4] Гордиенко В.Г., Шнеерсон Г.А. // ЖТФ. 1965. Т. 35. С. 2234-2239.
- [5] Коваленко А.Д., Карпова И.М., Титков В.В. Численный анализ деформаций и ресурса импульсного соленоида установки "СЛОН". Сообщение Объединенного института ядерных исследований. № P13-91-515. Дубна, 1991. 13 с.
- [6] Карпова И.М., Titkov V.V. // Proc. VI Intern. Conf. on Megagauss Field Generation and Related Topics. New Mexico, 1993.
- [7] Карпова И.М., Титков В.В. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 7. С. 137-147.
- [8] Титков В.В. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 10. С. 72-77.
- [9] Титков В.В. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 1. С. 54-61.
- [10] Мэнсон С. Температурные напряжения и малоцикловая усталость. М.: Машиностроение, 1974.
- [11] Фомин В.Л. // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1960. № 3. С. 55-59.
- [12] Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964. 513 с.
- [13] Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1979.
- [14] Adamian Yu.E., Beryozkin A.N., Bodrov S.G. et al. // Proc. VI Intern. Conf. on Megagauss Field Generation and Related Topics. New Mexico, 1993.