

01;04;10

©1995 г.

ОБ УДЕРЖАНИИ СИЛЬНОТОЧНЫХ НЕСКОМПЕНСИРОВАННЫХ ПУЧКОВ ЭЛЕКТРОНОВ В ЦИКЛИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В.В.Долгополов, Ю.В.Кириченко, Я.Ф.Лелеко, С.С.Романов, Ю.В.Ткач

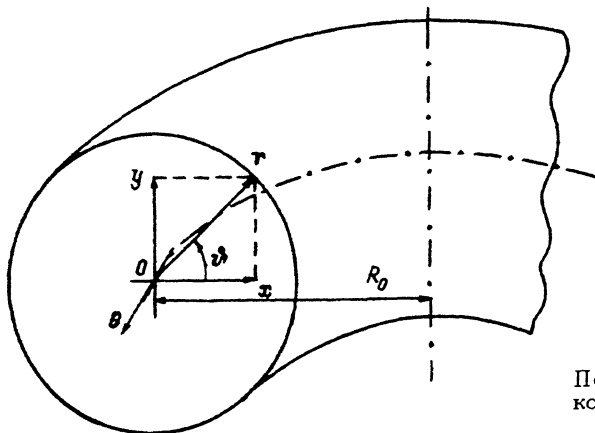
Харьковский физико-технический институт,
310108, Харьков, Украина
(Поступило в Редакцию 26 сентября 1994 г.)

Исследуется равновесие сильноточных электронных пучков в циклических системах типа модифицированный бетатрон и стеллатрон. Найдены траектории электронов, условия удержания пучка, распределение электронов в пучке. Показано преимущество стеллатрона по сравнению с модифицированным бетатроном при удержании сильно релятивистского нескомпенсированного пучка.

Введение

В обычном бетатроне нельзя получить электронные пучки большой плотности из-за кулоновского расталкивания электронов. Для ослабления действия кулоновского расталкивания Ростокером [1] была предложена схема модифицированного бетатрона, в котором помимо обычного бетатронного (вертикального) магнитного поля имеется сильное тороидальное магнитное поле. Однако и в этом устройстве при наличии рассогласования между энергией электронов и бетатронным магнитным полем электроны могут уходить из системы вследствие нарушения компенсации дрейфа в неоднородном тороидальном магнитном поле смещением электронов, обусловленным бетатронным магнитным полем. Чтобы этот эффект не приводил к потере электронов пучка, в работе [2] было предложено дополнить модифицированный бетатрон стеллараторными обмотками. Такая система получила название стеллатрон. Наиболее перспективным представляется двухзаходный стеллатрон. По сравнению со стеллатроном иной заходности он обладает тем преимуществом, что при сравнительно небольшом искажении магнитного поля стеллараторными обмотками создает максимальное вращательное преобразование магнитного поля вблизи оси, т.е. в области захваченного полем пучка электронов.

Поведение ускоренных электронов в циклических системах теоретически исследовалось в ряде работ [3-5]. В этих работах изучалось



Псевдоториальная система координат.

движение отдельных электронов, а также длинноволновые колебания пучка. Недостатком этих работ является то, что в них мало внимания уделяется вопросам равновесия пучка. Не изучено также влияние ускоряющего электроны вихревого электрического поля на фокусировку электронов пучка. Можно ожидать, что в скрещенных стеллатронном магнитном поле и вихревом ускоряющем пучок электрическом поле возникает радиальный дрейф электронов, фокусирующий либо дефокусирующий электронный пучок в зависимости от направления вращательного преобразования магнитного поля.

Нами найдены траектории движения отдельных электронов и изучено равновесие пучка электронов в системах типа модифицированный бетатрон и стеллатрон в дрейфовом приближении. Показано преимущество стеллатрона по сравнению с модифицированным бетатроном. Показано, что вихревое электрическое поле, ускоряющее пучок электронов, не приводит к дополнительной фокусировке (дефокусировке) электронов в стеллатроне.

Рассмотрение удобнее всего вести в псевдоториальной системе координат r, ϑ, θ либо в системе x, y, θ , где (см. рисунок)

$$x = r \cos \vartheta, \quad y = r \sin \vartheta, \quad R = R_0 - x. \quad (1)$$

В циклических системах с сильным тороидальным магнитным полем движение электронов может быть описано дрейфовыми уравнениями [6,7]

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = v \frac{\mathbf{B}}{B} + \frac{c}{B^2} [\mathbf{E}, \mathbf{B}] - \frac{m_e c v^2}{e B^3} [\mathbf{B}, \nabla B], \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} m_e c^2 = -e \left(\mathbf{E}, \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right), \quad (3)$$

где $B = |\mathbf{B}|$, \mathbf{B} — напряженность магнитного поля, \mathbf{E} — напряженность электрического поля, \mathbf{r} — радиус-вектор центра ларморовской орбиты электрона (ведущего центра), $-e$ и m_e — заряд и релятивистская масса электрона, c — скорость света, v — проекция скорости электрона на направление магнитного поля.

В правых частях уравнений (2) и (3) опущены слагаемые, пропорциональные квадрату перпендикулярной магнитному полю составляющей скорости электронов, поскольку она мала по сравнению с v .

Равновесие пучка электронов в модифицированном бетатроне

В модифицированном бетатроне магнитное поле состоит из тороидального, бетатронного и поля, создаваемого пучком,

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_t + \mathbf{V}_\beta + \mathbf{V}_b. \quad (4)$$

В системе координат x, y, θ , когда центр однородного по сечению цилиндрически симметричного пучка электронов определяется уравнениями $x = 0, y = 0$, составляющие магнитного и электрического полей можно представить в виде

$$\mathbf{V}_t = e_\theta \frac{B_0}{1 - \frac{x}{R_0}}, \quad \mathbf{V}_\beta = \beta B_0 \left\{ \mathbf{e}_x n \frac{y}{R_0} + \mathbf{e}_y \left(1 + n \frac{x}{R_0} \right) \right\},$$

$$\mathbf{V}_b = 2\pi e n_b \frac{v}{c} \{ \mathbf{e}_x y - \mathbf{e}_y x \}, \quad \mathbf{E} = -2\pi e n_b \{ \mathbf{e}_x x + \mathbf{e}_y y \}, \quad (5)$$

где

$$|\beta| \ll 1, \quad B_0 > 0, \quad 0 < n < 1, \quad r/R_0 \ll 1, \quad (6)$$

$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_\theta$ — единичные векторы вдоль соответствующих направлений; n_b — плотность пучка электронов в лабораторной системе координат; β и B_0 — постоянные величины.

Полагая $n = 1/2$ и учитывая соотношения (1)–(6), уравнение (2) можно привести к виду

$$\frac{dx}{dt} = -\omega y, \quad \frac{dy}{dt} = v\delta + \omega x, \quad (7)$$

где

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_b^2}{\gamma^2 \omega_b} - \frac{\beta v}{R_0} \right), \quad \omega_b^2 = \frac{4\pi e^2 n_b}{m_e}. \quad (8)$$

$$\delta = \beta - \frac{v}{\omega_B R_0}, \quad \omega_B = \frac{eB_0}{m_e c}, \quad \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

Решения уравнений (7) легко находятся

$$x = -\frac{v\delta}{\omega} + r_0 \cos(\omega t + \chi_0), \quad y = r_0 \sin(\omega t + \chi_0), \quad (10)$$

где r_0 и χ_0 — постоянные интегрирования.

Выражения (10) описывают вращение электронов с угловой скоростью ω вокруг центра с координатами $x = -v\delta/\omega, y = 0$. Но наше рассмотрение будет самосогласованным только в том случае, когда электроны вращаются вокруг центра с координатами $x = 0, y = 0$. Следовательно, величина δ должна равняться нулю. Это означает, что в центре пучка отсутствует рассогласование между бетатронным магнитным полем и энергией электронов. Нарушение этого условия приведет к выбросу пучка на стенки камеры. Как будет показано ниже, стеллатрон менее чувствителен к рассогласованию между бетатронным магнитным полем и энергией электронов, чем модифицированный бетатрон.

В стеллатроне магнитное поле (без учета собственного поля пучка) состоит из тороидального, бетатронного и поля, создаваемого стеллатронными обмотками. В координатах x, y, θ магнитное и электрическое (последнее также без учета собственного поля пучка) поля двухзаходного стеллатрона могут быть представлены в виде [2]

$$\mathbf{B} = e_x B_0 s k_m (x \sin m\theta + y \cos m\theta) + e_y B_0 \left\{ \beta + s k_m (x \cos m\theta - y \sin m\theta) \right\} + e_\theta \frac{B_0}{1 - \frac{x}{R_0}}, \quad (11)$$

$$\mathbf{E} = e_\theta E_\beta, \quad (12)$$

где

$$k_m = -\frac{m}{R_0}, \quad |s| < \frac{1}{2}, \quad |\beta| \ll 1, \quad |k_m r| \ll 1, \quad B_0 > 0, \quad (13)$$

m — целое число; e_x, e_y, e_θ — единичные векторы; s, B_0 и E_β — постоянные величины.

Поправками к бетатронному магнитному полю порядка $\beta B_0 r / R_0$ в выражении (11) можно пренебречь ввиду их малости.

Скорость изменения параметра β во времени определяет величину электрического поля E_β . Однако за то время, в течение которого мы будем следить за движением электрона, величина β успевает измениться незначительно. Поэтому при интегрировании уравнений движения электронов параметр β будет считаться постоянным.

Если помимо соотношений (13) выполняется условие

$$|sm\beta| (|k_m r| + |\beta|) \ll 1, \quad (14)$$

то движение электрона в полях, определяемых выражениями (11), (12), может быть описано дрейфовыми уравнениями (2), (3).

Как и в случае модифицированного бетатрона, скорость v можно считать постоянной величиной. В этом приближении координата электрона θ линейно растет со временем

$$\theta \simeq \frac{v}{R_0} t \quad (15)$$

и уравнения (2) приводятся к следующей системе уравнений для координат x и y :

$$\frac{dx}{dt} = \bar{s} \omega_m \sin(\omega_m t - a_\beta) x + \bar{s} \omega_m \cos(\omega_m t - a_\beta) y - u_\beta, \quad (16)$$

$$\frac{dy}{dt} = \bar{s} \omega_m \cos(\omega_m t - a_\beta) x - \bar{s} \omega_m \sin(\omega_m t - a_\beta) y + v\delta, \quad (17)$$

где

$$\omega_m = k_m v, \quad \bar{s} = s \left(1 + \frac{c^2 E_\beta^2}{v^2 B_0^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \cos a_\beta = \frac{s}{\bar{s}}, \quad \sin a_\beta = \frac{s}{\bar{s}} \frac{c E_\beta}{v B_0}, \quad (18)$$

$$|a_\beta| \ll 1, \quad u_\beta = \beta c \frac{E_\beta}{B_0}, \quad (19)$$

δ определяется первым выражением (9). В уравнениях (16), (17) опущены малые слагаемые в соответствии с неравенствами (13), (14).

Точные общие решения системы уравнений (16), (17) имеют вид

$$x = \frac{\delta}{\bar{s}^2 k_m} - \frac{\delta}{\bar{s} k_m} \cos \psi + \frac{u_\beta}{\bar{s} \omega_m} \sin \psi + \frac{r_0}{2} \left\{ (a+1) \cos \psi_- - (a-1) \cos \psi_+ \right\}, \quad (20)$$

$$y = \frac{u_\beta}{\bar{s}^2 \omega_m} + \frac{u_\beta}{\bar{s} \omega_m} \cos \psi + \frac{\delta}{\bar{s} k_m} \sin \psi + \frac{r_0}{2} \left\{ -(a+1) \sin \psi_- + (a-1) \sin \psi_+ \right\}, \quad (21)$$

где

$$\psi = \omega_m t - a_\beta, \quad \psi_- = \omega_- t - \frac{a_\beta}{2} + a_0, \quad \psi_+ = \omega_+ t - \frac{a_\beta}{2} - a_0, \quad (22)$$

$$\omega_\pm = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm [1 - (2\bar{s})^2]^{\frac{1}{2}} \right\} \omega_m, \quad a = \left(\frac{1 + 2\bar{s}}{1 - 2\bar{s}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (23)$$

r_0 и a_0 — постоянные интегрирования.

Все слагаемые в правых частях соотношений (20), (21) — периодические функции времени. Это означает, что вихревое электрическое поле E_β не приводит к фокусировке (дефокусировке) электронов в стеллатроне. Эффект фокусировки электронов в скрещенных полях \mathbf{E} и \mathbf{B} , очевидно, может быть получен при учете магнитного поля, создаваемого электронным пучком.

Как видно из выражений (20), (21), проекция движения ведущего центра электрона на плоскость x, y представляет сложение вращений по окружностям с частотами ω_+ , ω_- и ω_m .

Смещение центров вращений от магнитной оси в горизонтальном направлении $\delta/\bar{s}^2 k_m$ определяется рассогласованием между бетатронным магнитным полем βB_0 и энергией электрона, а в вертикальном — электрическим полем E_β . Если $|\bar{s}| \ll 1/2$, $|\nu\delta| \gg u_\beta$, то смещение центров вращений электронов вдоль x значительно больше радиуса вращения электрона с частотой ω_m , частота ω_+ значительно больше частоты ω_- , а радиус вращения электрона с частотой ω_- много больше радиуса вращения с частотой ω_+ . Характер движения электрона в этом случае соответствует результату численного расчета работы [2].

При $|\bar{s}| \ll 1/2$, $r_0 \rightarrow 0$ немонотонный пучок малой плотности будет иметь вид горизонтально расположенной ленты.

Равновесие релятивистского электронного пучка в стеллатроне

Для изучения равновесия пучка в стеллатроне поля (11), (12) необходимо дополнить электрическим и магнитным полями, создаваемыми пучком электронов в условиях равновесия. Однако в рассматриваемом случае нескомпенсированного релятивистского электронного пучка, когда релятивистский фактор γ много больше единицы, действия электрического и магнитного полей пучка на электроны компенсируют друг друга (соответствующие слагаемые в уравнении (2) взаимно уничтожаются). Это позволяет при исследовании равновесия пучка

опускать поля, создаваемые пучком, даже тогда, когда они существенно превышают магнитные поля, создаваемые стеллараторными обмотками. В соответствии с неравенством (19) можно пренебречь вихревым электрическим полем, положив $a_\beta = 0$, $\bar{s} = s$, $u_\beta = 0$.

Равновесная плотность электронов $n_b(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению

$$\operatorname{div}(n_b \mathbf{v}) = 0, \quad (24)$$

где скорость \mathbf{v} определяется правой частью уравнения (2).

Учитывая неравенства предыдущего раздела, можно найти решение уравнения (24) и привести его к виду

$$n_b(\mathbf{r}) = n_b\{\Psi(x, y, \theta)\}, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi(x, y, \theta) = & (1 + 2s \cos m\theta) \left[x - \frac{\delta}{s^2 k_m} (1 - s \cos m\theta) \right]^2 + (1 - 2s \cos m\theta) \times \\ & \times \left(y - \frac{\delta}{s k_m} \sin m\theta \right)^2 - 4s \sin m\theta \left[x - \frac{\delta}{s^2 k_m} (1 - s \cos m\theta) \right] \left(y - \frac{\delta}{s k_m} \sin m\theta \right), \end{aligned} \quad (26)$$

n_b — произвольная функция от Ψ .

Из выражения (26) следует, что только при выполнении неравенств

$$|s| \ll \frac{1}{2}, \quad |\delta| \ll |s k r_m| \quad (27)$$

распределение плотности электронов в пучке близко к аксиально-симметричному. Отклонение распределения плотности электронов от аксиально-симметричного может оказаться существенным при самосогласованном исследовании электромагнитных колебаний пучка.

Функция Ψ зависит от энергии электронов пучка только через параметр δ . Это значит, что изменение энергии пучка при фиксированном рассогласовании между энергией пучка и бетатронным магнитным полем (δ) не изменяет распределения плотности электронов в пучке, следовательно, не нарушает равновесия и не может привести к выбросу пучка на стенки камеры, как это имеет место в модифицированном бетатроне.

Список литературы

- [1] *Rostoker N.* // Part. Accel. 1973. Vol. 5. N 7. P. 93-97.
- [2] *Roberson C.W., Mondelli A., Chernin D.* // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. N 7. P. 507-510.
- [3] *Kapetanakos C.A., Dialetis D., Marsh S.J.* // Part. Accel. 1987. Vol. 21. N 1. P. 1-27.
- [4] *Chernin D.* // Phys. Fluids. 1986. Vol. 29. N 2. P. 556-560.
- [5] *Kapetanakos C.A., Marsh S.J.* // Phys. Fluids. 1985. Vol. 28. N 7. P. 2263-2272.
- [6] *Морозов А.И., Соловьев Л.С.* // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. Вып. 2. С. 177-261.
- [7] *Сивухин Д.В.* // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. Вып. 1. С. 7-97.