где ω — частота полярных оптических колебаний решетки, λ_e — длина свободного пробега электрона, T_e — температура электронов, $\hbar$ — постоянная Планка.

Условие (4) соответствует условию ударной ионизации твердого тела в "слабых полях". Следовательно, в ПХА энергия, набираемая электроном на длине свободного пробега в электрическом поле, меньше энергии оптических фононов.

Список литературы

[1] *Хайретдинов Э.Ф., Мулина Т.В., Болдырев В.В.* Механизм термического разложения перхлората аммония. Черноголовка, 1981.

[2] *Гусаченко Л.К., Зарко В.Е., Зырянов В.Я., Бобрышев В.П.* Моделирование процессов горения твердых топлив. Новосибирск: Наука, 1985.

[3] *Сканави Г.И.* Физика диэлектриков (область сильных полей). М.: Физматгиз, 1958.

[4] *Франц В.* Пробой диэлектриков. М.: ИЛ, 1961.

[5] *Франк-Каменецкий Д.А.* Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987.

[6] *Воробьев Г.А., Еханин С.Г., Несмелов Н.С.* // Изв. вузов. Физика. № 2. С. 121.

[7] *Грехов И.В., Сережкин Ю.Н.* Лавинный пробой $p-n$-перехода в полупроводниках. Л.: Энергия, 1980.

[8] *Капассо Ф.* Техника оптической связи: фотоприемники. М.: Мир, 1988.

[9] *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975.

[10] *Чуенков В.А.* // ФТТ. 1967. Т. 9. Вып. 1. С. 48.

01;04 *Журнал технической физики, т. 65, в. 6, 1995*

ПЛАЗМЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ТОНКИХ ПРОВОДЯЩИХ ОБОЛОЧКАХ

А.В.Ключник, Ю.Е.Лозовик, А.В.Солодов

Московский радиотехнический институт РАН,
113519, Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 6 октября 1994 г.)

Введение

В последнее время интенсивно исследуются свойства различных наноразмерных структур, имеющих форму полой сферы или вытянутых трубок, поверхность которых имеет отличную от нуля проводимость (см., например, [1] и цитируемую там литературу). Существуют и другие объекты малых размеров, такие как микросферы, наноразмерные полупроводниковые структуры, которые могут иметь тонкие проводящие области. Рассеяние электромагнитных волн на таких объектах будет определяться плазменными колебаниями, которые могут возбуждаться в их тонких проводящих оболочках. Как будет показано ниже, спектр плазмонов в тонких оболочках существенно отличается от спектра обычных объемных плазмонов и плазмонов, локализованных на неоднородностях поверхности [2], и имеет ветвь колебаний с частотой значительно ниже объемной плазменной моды.

Плазменные колебания проводящей сферической оболочки

Рассмотрим две концентрические сферы с радиусами R_1 и R_2. Будем считать, что диэлектрическая проницаемость среды между сферами $\varepsilon = 1 - \omega_p^2/\omega^2$, а в остальных областях $\varepsilon = 1$, где $\omega_p = 4\pi n e^2/m$ — плазменная частота, n — концентрация электронов. Решения уравнения Лапласа для электростатического потенциала по угловым переменным имеют вид сферических функций $Y_{lm}(\theta, \varphi)$, где $l = 1, 2, \dots$; $|m| < l$. Хорошо известно уравнение для спектра плазменных волн в такой системе, которое получается из решения уравнения Лапласа в трех пространственных областях и сшивки их на границах (см., например, [3])

$$(R_1/R_2)^{2l+1}(\varepsilon - 1)^2 = (\varepsilon + (l+1)/l)(\varepsilon + l/(l+1)). \tag{1}$$

Будем считать, что толщина оболочки много меньше радиусов R_1 и R_2. В этом случае два решения уравнения (1) принимают вид

$$\varepsilon_1 \cong -A(l)R/d, \quad \varepsilon_2 \cong A^{-1}(l)d/R, \quad d = R_2 - R_1, \quad R = (R_1 + R_2)/2.$$

$$A(l) = [(2l+1)l(l+1)]/[(2l+1)^2 - l] \qquad l = 1, 2, \dots \ . \tag{2}$$

Как следует из (2), первому решению соответствует мода плазменных колебаний с частотой

$$\omega^2 \cong \omega_p^2 d/(A(l)R) = 4\pi n_s e^2/(mRA(l)), \tag{3}$$

где $n_s = nd$ — поверхностная плотность электронов в сферической оболочке.

Существенной особенностью полученного выражения является зависимость плазменной частоты от радиуса сферы. Как известно, для сферических частиц плазменная частота ω_l (в электростатическом приближении) не зависит от радиуса частицы $\omega_l = \omega_p[l/(l+1)]^{1/2}$.

Рассмотрим моды плазменных колебаний с большими номерами гармоники $l \gg 1$, $ld/R = dq = \text{const}$. Величина q имеет смысл волнового вектора волны. Из уравнения (1) следует, что для таких мод частота плазменных колебаний $\omega \sim (qd)^{1/2}$. Смысл этого предельного перехода обсуждается в Заключении.

Плазменные колебания на цилиндрической оболочке

Рассмотрим систему двух соосных цилиндров с радиусами ρ_1 и ρ_2. Диэлектрическая проницаемость среды между двумя цилиндрами $\varepsilon = 1 - \omega_p^2/\omega^2$, а во внешней и внутренней областях $\varepsilon = 1$.

Дисперсионное уравнение получается в результате сшивки решений на границах. Оно имеет вид

$$I_m(x)I'_m(x)K_m(y)K'_m(y)(\varepsilon - 1)^2 = \Big[K_m(x)I'_m(x) - \varepsilon K'_m(x)I_m(x)\Big] \times$$

$$\times \Big[K'_m(y)I_m(y) - \varepsilon K_m(y)I'_m(y)\Big], \quad m = 0, 1, \dots \ . \tag{4}$$

Здесь $x = qR$; $y = qR_2$; $I_m(\rho)$ и $K_m(\rho)$ — модифицированные функции Бесселя; q — волновой вектор плазмона вдоль оси цилиндра. При $qR_{1,2} \to 0$ два решения уравнения (4) для тонкой проводящей оболочки ($R_1 - R_2 \ll R_{1,2}$) имеют вид

$$\omega_1 \cong \omega_p, \quad \omega_2^2 \cong (2\pi n_s e^2/m)m/R, \quad d = R_2 - R_1, \quad R = R_2 + R_1. \qquad (5)$$

Частота ω_2 может быть представлена в виде $\omega_2^2 = (2\pi n_s e^2/m)p$, где $p = m/R$ — волновой вектор волны, обегающей цилиндр по окружности радиуса R; m — число узлов на этой окружности. Так же как и для сферической оболочки, в данном случае существует низколежащая мода с частотой, обратно пропорциональной радиусу оболочки.

При $qR \to \infty$ уравнение (4) принимает вид

$$(\varepsilon - 1)^2 \cong e^{2qd}(\varepsilon + 1)^2. \qquad (6)$$

Одно из решений уравнения (6) имеет частоту, стремящуюся к нулю при $dq \to 0$: $\omega_2^2 \cong (2\pi n_s e^2/m)q$.

Существование низколежащих плазменных мод в тонких проводящих оболочках связано с существованием низколежащей моды двумерного плазмона (см. ниже).

Плазменные колебания в проводящей оболочке вытянутого сфероида

Для того чтобы промоделировать плазменные колебания в проводящей оболочке частицы, имеющей вид вытянутой цилиндрической трубки, замкнутой с обеих концов, рассмотрим оболочку вытянутого эллипсоида вращения. В координатах вытянутого эллипсоида вращения σ, τ, φ решения уравнения Лапласа во внешней и внутренней областях имеют вид полиномов Лежандра $P_l^m(\sigma)$ и $Q_l^m(\sigma)$ [4], а дисперсионное уравнение на собственные частоты плазменных колебаний, полученное путем сшивки решений на границах трех областей, имеет вид

$$P_l^m(x)P_l^{m'}(x)Q_l^m(y)Q_l^{m'}(y)(\varepsilon - 1)^2 = \left[Q_l^m(x)P_l^{m'}(x) - \varepsilon Q_l^{m'}(x)P_l^m(x)\right] \times$$
$$\times \left[Q_l^{m'}(y)P_l^m(y) - \varepsilon Q_l^m(y)P_l^{m'}(y)\right], \quad x = \sigma_1, \qquad y = \sigma_2. \qquad (7)$$

Здесь σ_1 и σ_2 — координаты поверхности внутреннего и внешнего эллипсоида. При больших значениях $\sigma_{1,2}$ эллипсоид вырождается в окружность и уравнение (7) приводится к виду (1). При толщине оболочки, стремящейся к нулю ($\sigma_1 \to \sigma_2 = \sigma$, $\sigma_2 - \sigma_1 = \Delta$), уравнение (7) имеет два решения: $\varepsilon \to 0$ и $\varepsilon \to -\infty$. Решение, отвечающее $\varepsilon \to -\infty$, имеет вид

$$\varepsilon \cong A(l,m)\left[\Delta Q_l^m(\sigma)(P_l^{m''}(\sigma)(1-\sigma^2) - 2\sigma P_l^{m'}(\sigma)\right]^{-1},$$

$$A(l,m) = 2^{2m}(-1)^m \Gamma\left(\frac{l+m+2}{2}\right)\Gamma\left(\frac{l+m+1}{2}\right) \Big/ \left[\Gamma\left(\frac{l-m+2}{2}\right) \times \right.$$
$$\left. \times \Gamma\left(\frac{l-m+2}{2}\right)\right], \qquad (8)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция.

Для колебаний с $m = 0$ и сильно вытянутого эллипсоида ($L/d = \sigma^2/(\sigma^2 - 1) \gg 1$, L — длина эллипсоида, d — его диаметр в сечении $z = 0$) из (8) получаем

$$\omega_l^2 \cong (4\pi n_s(0)e^2/m)\ln[L/d]l(l+1)8d/L^2. \tag{9}$$

Здесь $n_s(0)$ — поверхностная плотность в сечении $z = 0$ эллипсоида. Для высоколежащих типов плазменных колебаний с $l \gg 1$ и $l/L = p = \mathrm{const}$ уравнение (9) приводит к известному спектру плазмонов в одномерной нити [4]. Для плазменных мод с $m \cong l \gg 1$ уравнение (8) приводит к спектру плазмонов на плоской поверхности.

В заключение отметим, что во всех рассмотренных выше примерах при увеличении характерного радиуса кривизны поверхности R_i спектр высоколежащих коллективных мод, таких что $l/R_i \sim q = \mathrm{const}$, где l — номер моды, совпадает со спектром $2D$ электронного газа $\omega_{2D} = (2\pi n_s e^2/m)q$. Это связано с тем, что для таких мод поверхность на расстояниях нескольких длин волн является квазиплоской, а отличия от ω_{2D} связаны с граничными условиями на оболочке. Например, поверхность цилиндра можно получить в результате сворачивания полосы шириной $L = 2\pi R$. Если радиус цилиндра достаточно велик, то можно считать, что собственные функции и спектр плазмонов при сворачивании полосы меняются слабо, однако из-за замыкания и однозначности собственных функций следует, что волновой вектор должен удовлетворять условию $pL = 2\pi m$, $m = 0, 1, 2, \dots$, что совпадает с уравнением (5).

Список литературы

[1] *Lozovik Yu.E., Popov A.M.* // Phys. Lett. A. 1994. Vol. 189. P. 127 (Be pubished).
[2] *Кособукин В.А.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1985. Т. 49. № 6. С. 1111–1120.
[3] *Lozovik Yu.E., Klyuchnik A.V.* // The Dielectric Function of Condensed Systems / Ed. L.V.Keldysh, D.A.Kirznitz, A.A.Maradudin. Amsterdam: North Holland, 1989. P. 302.
[4] *Klyuchnik A.V., Lozovik Yu.E., Oparin A.B.* // Phys. Lett. A. 1993. Vol. 179. P. 372–378.