

07

©1995 г.

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОХОДОВЫХ МОД В ЛАЗЕРАХ С АКТИВНЫМ ОБЪЕМОМ КОЛЬЦЕВОГО СЕЧЕНИЯ

В.И. Воронов

Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева,
420111, Казань, Россия

(Поступило в Редакцию 27 июня 1994 г.)

Рассмотрены пространственные характеристики многоходовых мод (M -мод) в плоскосферическом резонаторе и резонаторе с ретрорефлекторным коноидом. Для первого резонатора получены аналитические формулы, определяющие положение пятен излучения M -мод на зеркалах. Для резонатора с ретрорефлекторным коноидом изложены методика и результаты численного анализа аналогичных параметров. Установлены закономерности, которые позволяют более обоснованно подходить к выбору того или иного резонатора для использования в конкретных приложениях.

Введение

Лазеры с активным объемом кольцевого сечения достаточно давно привлекают внимание исследователей относительной компактностью, более высокой эффективностью энергосъема (в твердотельных и жидкостных лазерах [1,2]) и лучшим согласованием резонаторов с генератором активной среды радиального разлета [3]. Обычно поперечные размеры зеркал соответствующих резонаторов много больше $\sqrt{\lambda L}$, где λ — длина волны излучения, L — расстояние между зеркалами, в связи с чем такие резонаторы получили название широкоапертурных [4]. Коаксиальная система возбуждения этих лазеров, как правило, не допускает генерации осевых мод. В то же время экспериментальные и теоретические работы [5–11] показывают, что здесь легко возбуждаются внеосевые многопроходные моды (M -моды), лучевые потоки которых попадают в исходную точку только после многократных обходов резонатора. Основным типом широкоапертурного резонатора до недавнего времени являлся плоскосферический резонатор, детально изучавшийся в отношении свойств M -мод в работах [5–7,9]. В работе [8] сообщается о CO_2 лазере мощностью порядка 400 Вт, работающем на M -модах, но с другим типом широкоапертурного резонатора. В этом резонаторе

одно из зеркал плоское, а другое представляет из себя ретрорефлекторный коноид. Такая схема весьма перспективна, поскольку обладает существенно меньшей чувствительностью к разъюстировкам, что в ряде случаев вообще позволяет отказаться от юстировочного устройства коноидного зеркала.

При анализе подобных резонаторов исходной задачей является расчет трасс лучевых потоков, характеризующих геометрические параметры мод. Для плоскосферического резонатора эта задача рассматривалась в работах [5-7], где было показано, что лучевые потоки M -мод образуют на зеркалах систему пятен, расположенных по периметрам эллипсов или окружностей. Согласно предложенной в [5] классификации, M -моды характеризуют двумя индексами N и K , где N определяет число пятен на выходном зеркале, а K — число оборотов светового пучка относительно оси резонатора до полного совмещения с его начальным положением. При этом $0 < K \leq N/2$.

Несмотря на то, что проблема M -мод привлекает внимание исследователей достаточно давно (первые работы относятся к 1964 г.), ряд вопросов изучен недостаточно. В частности, расчетные методики, разработанные для плоскосферического резонатора, не позволяют независимо от координат исходного лучевого потока определить диаметры окружностей и параметры эллипсов, вдоль которых располагаются пятна излучения. Для резонатора с ретрорефлекторным коноидом вообще нет каких-либо методик. Отсутствуют и сравнительные характеристики M -мод в этих двух типах резонаторов, необходимые при выборе того или иного резонатора для конкретных приложений. Анализ указанных вопросов и составляет основное содержание работы.

Очевидно, что в случае активного объема кольцевого сечения преимущественные условия для генерации будут иметь M -моды с круговым расположением пятен на зеркалах. Активный объем такой формы реализуется на практике гораздо легче, чем эллиптический. Поэтому ниже при анализе двух типов резонаторов будут рассмотрены характеристики только таких M -мод.

Плоскосферический резонатор

Геометрия широкоапертурного съюстированного плоскосферического резонатора и примерный ход лучевых потоков в нем для M -моды с $N = 3$ и $K = 1$ показан на рис. 1,а. Центр системы координат O_1 находится на плоском зеркале, центр O_2 расположен в точке пересечения оси резонатора с плоскостью, содержащей пятна излучения на сферическом зеркале. Так как резонатор осесимметричен, то можно считать, что ось Y_2 совмещена с одним из пятен излучения в точке C . В этом случае пятна излучения на плоском зеркале, например A и B , будут расположены симметрично относительно оси Y_1 и находиться на окружности радиуса r_1 , а на сферическом зеркале — на окружности радиуса r_2 . Длина резонатора L отсчитывается от плоского зеркала до вершины сферического. Точка O — центр кривизны сферического зеркала с радиусом R . Угол 2ϵ — угол между двумя (необязательно соседними) пятнами излучения на плоском зеркале, связанными двумя последовательными участками трассы с одним и тем же пятном на сферическом зеркале. В общем случае $\epsilon = \pi/K/N$. Остальные обозначения ясны из рисунка.

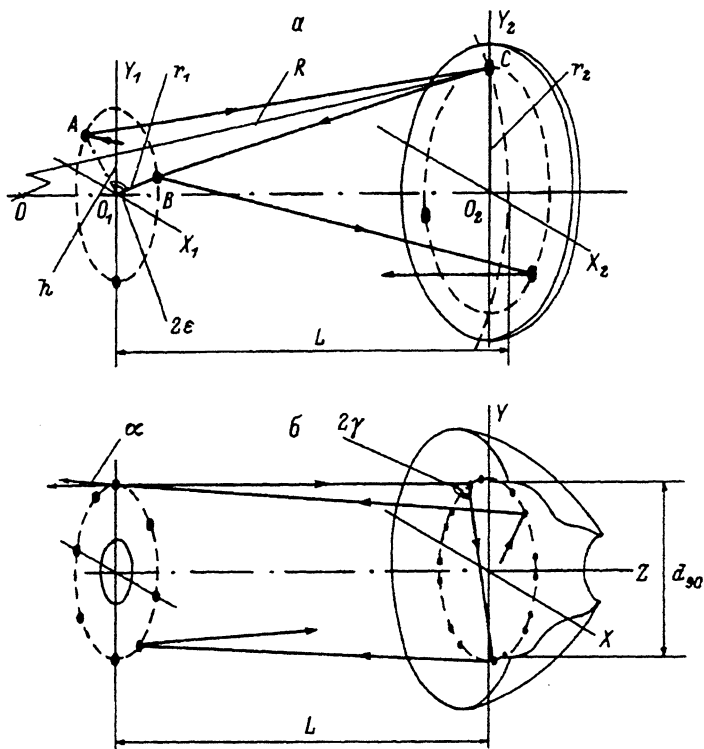


Рис. 1. Геометрия резонаторов и ход лучевых потоков M -мод в плоскосферическом резонаторе (а) и резонаторе с ретрорефлекторным коноидом (б).

Проекции участков трассы на меридиональную плоскость резонатора, содержащую оси Y_1 и Y_2 , позволяют определить величины

$$h = r_1 \cos \frac{\pi K}{N}, \quad r_2 = \frac{r_1}{\cos \frac{\pi K}{N}}. \quad (1)$$

Исходя из очевидного для этой плоскости соотношения между h , r_2 , R , L и учитывая (1), нетрудно найти радиус окружности, содержащей пятна излучения на плоском зеркале,

$$r_1 = \frac{\sqrt{R^2 \cos \frac{\pi K}{N} - (R - L)^2}}{\cos \frac{\pi K}{N}}, \quad (2)$$

откуда следует, что $r_1 \geq 0$, если выражение под корнем в (2) неотрицательно, и при $R > L$ это выражение переходит в условие

$$L \geq R \sin^2 \frac{\pi K}{N}. \quad (3)$$

Соотношения, аналогичные условию (3), но со знаком равенства представлены в работах [5,10] и трактуются там как выражения, однозначно определяющие индексы N и K генерирующей моды. Однако

простой анализ, выполненный выше, показывает, что по крайней мере для M -мод с круговым расположением пятен на зеркалах это не совсем так. Знак равенства в (3) определяет лишь границы существования M -мод с заданными N и K . При заданных L и R это соотношение со знаком равенства допустимо также трактовать и как выражение для границ некоторого диапазона по N/K , в пределах которого могут генерировать M -моды в данном резонаторе. Вместе с тем для M -мод с круговым расположением пятен нужно учитывать, что $N/K \geq 3$, и именно это неравенство, а не (3), может определять одну из границ.

Формулы (1) и (2) показывают, что пятна излучения таких мод располагаются на обоих зеркалах вдоль окружностей вполне конкретного радиуса. На практике диапазон допустимых r_1 и r_2 задается шириной и средним диаметром кольцевой активной зоны. Подстановка в (2) типичных значений L и R , а также размеров активной зоны для реальных лазеров приводит к выводу, что M -моды должны генерировать вблизи граничных значений, даваемых формулой (3). Оценка чувствительности r_1 к изменениям L и R по производным от квадрата r_1 дает на границах выражения

$$\frac{dr_1^2}{dR} = -2R \sin^2 \frac{\pi K}{N}, \quad \frac{dr_1^2}{dL} = 2R. \quad (4)$$

Поскольку величина R обычно составляет несколько метров, то из (4) следует, что радиальное положение пятен генерирующих M -мод весьма чувствительно к изменениям длины резонатора и соответственно показателя преломления активной среды. По-видимому, именно этим обстоятельством объясняется своеобразная "подстройка" радиального положения пятен под профиль усиления активной среды, экспериментально наблюдавшаяся в [7].

Резонатор с ретрорефлекторным коноидом

В резонаторе с ретрорефлекторным коноидом лучевые потоки идут не только в направлении оптической оси, но и при переотражениях в коноиде перпендикулярно ей. Поэтому расчет трасс здесь возможен только на базе численного подхода.

Геометрия резонатора показана на рис. 1, б, где 1 — плоское зеркало; 2 — ретрорефлекторный коноид, характеризуемый двумя параметрами: диаметром девяностоградусного раствора d_{90} и радиусом кривизны образующей коноида R . Параметр d_{90} определяется диаметром кольцевого цилиндрического пучка, который при осевом падении на коноид будет отражаться точно назад. Несложный способ измерения d_{90} рассмотрен в [10]. Угол γ — угол падения лучей на коноидное зеркало. Длина резонатора L отсчитывается от плоского зеркала до плоскости диаметра d_{90} . Угол между выходными лучами в одном пятне на плоском зеркале 2α .

Анализ лучевых потоков в чисто коническом зеркале, выполненный в [11], и экспериментальные данные [8] показывают, что форма трасс в таком резонаторе должна иметь вид, представленный на рис. 1, б жирными линиями. Характерные свойства этих трасс удобно анализировать по их проекциям на плоскость P , ортогональную к оси Z и

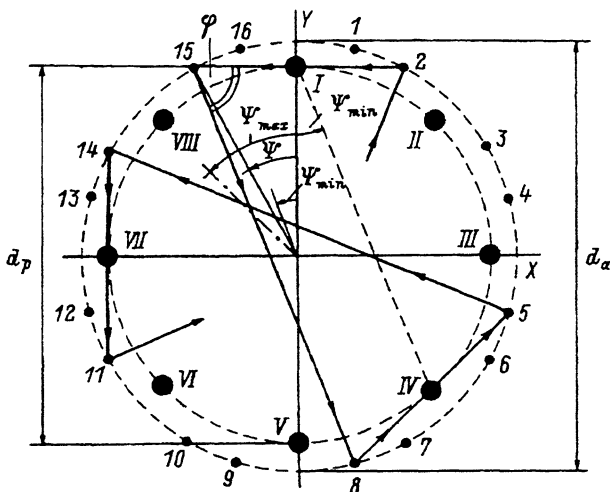


Рис. 2. Проекция трасс M -мод и пятен излучения на зеркалах резонатора с ретрорефлекторным коноидом на плоскости P .

содержащую точки отражения на коноиде (рис. 2). На этом рисунке показана проекция трассы M -моды с индексом $N = 8$.

В силу осевой симметрии резонатора местоположение точек отражения на зеркалах также должно обладать вращательной симметрией. Поскольку лучевые потоки, идущие к коноидному зеркалу, двукратно переотражаются им, то в общем случае полное число точек отражения здесь равно $2N$. На рис. 2 точки отражения потоков от коноидного зеркала пронумерованы арабскими цифрами, а от плоского — римскими.

Нетрудно видеть, что проекция трассы любой M -моды однозначно задается координатами трех последовательных точек отражения от коноидного зеркала. Например, трасса на рис. 2 полностью характеризуется точками 2–15–8, поскольку последующие участки трассы повторяют форму этого “исходного” участка. Заметим, что участок трассы между точками 2 и 15 проходит и через точку I, лежащую на плоском зеркале, так что проекция этого участка на плоскость P является прямой линией.

Если условно в качестве начальных точек “исходных” участков трасс принять точки на коноидном зеркале в соответствии с их нумерацией, то можно показать, что индекс K в данном типе резонатора будет равен номеру начальной точки трассы. При этом максимальное значение K , как и в плоскосферическом резонаторе, равно целому кратному $N/2$. Для удобства дальнейшего изложения две точки плоского зеркала, последовательно проходимые лучевым потоком, будем называть сопряженными. На рис. 2, например, к сопряженным относятся точки I–IV, IV–VII, VII–II и т. д. В принятой классификации номера трех последовательных точек отражения от коноидного зеркала для “исходного” участка трассы определяются соотношениями

$$i_1 = K, \quad i_2 = 2N - K + 1, \quad i_3 = 2j + K - 2, \quad (5)$$

где j — номер точки на плоском зеркале, сопряженной с точкой I для этого участка.

При заданном N в общем случае имеется $N - 1$ различных трасс, проходящих все точки до замыкания. Однако не все из них удовлетворяют условиям отражения от коноидного зеркала.

Первое из этих условий связано с тем, что нормаль к его поверхности в точке отражения проходит через ось резонатора, а проекции падающего и отраженного лучей должны лежать по разные стороны от проекции нормали.

Второе условие определяется величиной угла 2γ , а точнее, его проекцией на плоскость P — углом φ . Для более детального анализа этого условия обозначим диаметры окружностей, на которых лежат точки отражения от коноидного зеркала, как d_a , а соответствующие диаметры для точек на плоском зеркале — d_p . Из рис. 2 видно, что $d_p < d_a$, т.е. участок I-15 трассы падает на плоскость P наклонно. В то же время участки трасс, идущие в коноидном зеркале, лежат в плоскости P . Отсюда следует, что угол $2\gamma < \pi/2$, а следовательно, и его проекция — угол $\varphi < \pi/2$. Так как первой точкой на плоском зеркале является точка I, то сопряженные с ней точки для “исходного” участка трассы должны находиться в основном в четвертом квадранте, поскольку для других точек угол $\varphi > \pi/2$. При больших N и K сопряженные точки могут попадать и в достаточно узкую зону третьего квадранта, примыкающую к четвертому.

Третье условие допускает только такие трассы, для которых угол Ψ — угол между проекцией нормали к коноидному зеркалу в точке i_2 и осью Y больше некоторого угла Ψ_{\min} . В силу осевой симметрии участки трасс в коноидном зеркале должны быть параллельны линиям, соединяющим сопряженные точки на плоском зеркале. Одна из таких линий, соединяющая точки I и IV, показана на рис. 2 штриховой линией. Угол Ψ_{\min} и есть угол, образованный этими линиями и осью Y . Заметим, что диаметры d_a и d_p связаны соотношением

$$d_p = d_a \cos \Psi, \quad (6)$$

а угол $\Psi_{\max} = \pi K/N$.

Детальный анализ проекций трасс не только на плоскость P , но и на меридиональную плоскость позволяет получить одно из двух уравнений, связывающих углы γ и Ψ для допустимых трасс с параметрами коноидного зеркала и длиной резонатора. Это уравнение имеет вид

$$2 \cos^2 \gamma = 1 + \frac{d_a(1 - \cos \Psi)}{2B} \sin \Psi, \quad (7)$$

где $B = \sqrt{(d_a/2)^2 \sin^2 \Psi + (L + \delta)^2}$,

$$\delta = \frac{\sqrt{2R} - \sqrt{2R^2 - 3R(d_a - d_{90}) - (d_a - d_{90})^2}}{2}.$$

Второе уравнение вытекает из известного в оптике соотношения для углов γ при отражении от неплоских поверхностей [12]

$$\cos \gamma = -(X_t X_n + Y_t Y_n + Z_t Z_n), \quad (8)$$

где X_t, Y_t, Z_t — направляющие косинусы участков трасс на плоскости P для потоков, идущих к точке отражения на коноидном зеркале; X_n, Y_n, Z_n — направляющие косинусы нормали в точке отражения.

Для участков трасс, идущих в коноидном зеркале $Z_t = 0$, так как эти участки ортогональны оси Z . Из рис. 2 следует также, что $Y_t = \cos \Psi_{\min}$, $X_t = \sin \Psi_{\min}$.

Параметры X_n и Y_n обычно определяются из уравнения оптической поверхности, записанной в том или ином представлении [13]. В данной работе использовалось разложение точного уравнения для коноида в ряд Тейлора вблизи зон отражения потоков от зеркала в координатной системе, центр которой находится на оси резонатора в точке ее пересечения с плоскостью диаметра d_{90} . В силу осевой симметрии всей системы этот ряд зависит только от квадрата радиуса текущей точки $U = x^2 + y^2$ и имеет вид

$$f(U) = A_0 + A_1 U^{1/2} + A_2 U + A_3 U^{3/4} + A_4 U^2 + \dots \quad (9)$$

Для близких к принятым в работе [8] параметрам коноидного зеркала $R = 6000$ мм и $d_{90} = 80$ мм значения коэффициентов A_i быстро уменьшаются с увеличением их номера. Поэтому в расчетах использовались только первые четыре слагаемых ряда (9).

С учетом изложенного выше общий алгоритм расчета включал следующие этапы.

1) Выбор трасс по их проекциям на плоскость P , допустимым в соответствии с условиями отражения от коноидного зеркала, и определение диапазона углов Ψ для каждой из них.

2) Проверка однократного прохождения всех точек трассы до возврата в исходную, поскольку предварительный анализ показал, что для некоторых N и K возможны трассы, удовлетворяющие условиям отражения, но проходящие через одну и ту же точку несколько раз.

3) Совместное решение уравнений (7) и (8) для выбранных трасс с определением диаметров d_a и d_p и других расчетных параметров.

4) Учет селективирующего действия границ активной среды, если один из диаметров d_a или d_p выходит за их пределы.

Процедура решения (7) и (8) базировалась на модифицированном методе Ньютона-Рафсона, и само решение обычно достигалось за 5-6 итераций. На рис. 3 представлены результаты расчета диаметров d_a и d_p для лазера с параметрами зеркала $d_{90} = 87$ мм, $R = 6000$ мм и длиной резонатора $L = 1600$ мм. Для однозначного решения уравнений (7) и (8) угол Ψ должен быть независимым параметром. Поэтому на рис. 3 диаметры d_a (сплошные линии) и d_p (штриховые линии) даны как функции этого угла. Каждая из M -мод, соответствующая этим диаметрам, обозначена набором индексов N, K и j , определяющих по формулам (5) номера точек отражения "исходных" участков трасс. Штрихпунктиром обозначены границы активного объема.

Результаты численного исследования показывают, что в лазере, имеющем резонатор с ретрофлекторным коноидом, одновременно могут генерировать M -моды с различными N и K , хотя существуют некоторые наборы индексов, с которыми генерация M -мод невозможна. В частности, отсутствуют M -моды с индексами $K = 1$. Нет также мод с индексами $N = 10, 14$ при любых допустимых K . Детальный анализ

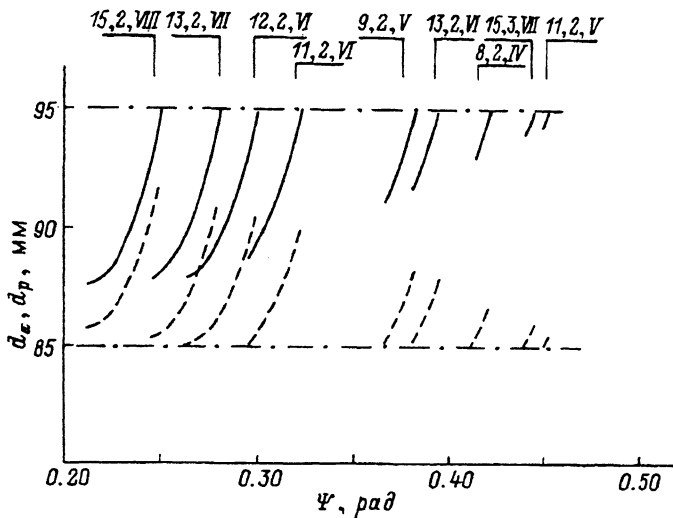


Рис. 3. Зависимости диаметров d_a и d_p от угла Ψ .

В верхней части указаны индексы N, K и номера сопряженных точек j для соответствующих M -мод.

показывает, что в обоих случаях не выполняется третье условие отражения от коноидного зеркала, так как для M -мод с этими наборами индексов $\Psi_{\max} < \Psi_{\min}$.

Из рис. 3 видно, что значения диаметров d_a и d_p для всех M -мод не фиксированы в пределах некоторого диапазона углов Ψ и эти диаметры при малых N располагаются большей частью вблизи границ кольцевого активного объема, причем d_a вблизи верхней границы, а d_p вблизи нижней. Поскольку с увеличением N , как это следует из рис. 2, уменьшаются значения углов Ψ , то это вызывает уменьшение разности d_a и d_p для M -мод с большими N в соответствии с (6).

Численный анализ свидетельствует также, что радиус кривизны коноидного зеркала и длина резонатора практически не влияют на диаметры d_a и d_p . Наибольшее воздействие в этом отношении оказывает величина диаметра d_{90} . Механизм этого воздействия различен для случаев больших и малых d_{90} . Если d_{90} находится в пределах активного объема, то для M -мод при малых Ψ минимальное значение d_a определяется величиной d_{90} (на нелинейных участках характеристик на рис. 3), а при больших Ψ — по соотношению (6) величиной d_p , равной в этом случае нижней границе активного объема.

При уменьшении d_{90} зависимости $d_a(\Psi)$ и $d_p(\Psi)$ для всех M -мод смещаются вправо и вниз, так что в пределах активного объема остаются только их линейные участки. При этом вплоть до $d_{90} = 0$ имеются M -моды с диаметрами d_a и d_p , находящимися в пределах активного объема.

Увеличение d_{90} приводит к смещению $d_a(\Psi)$ и $d_p(\Psi)$ влево и вверх. Вследствие этого для M -мод с большими Ψ зависимость $d_a(\Psi)$ может выйти за верхнюю границу и эти M -моды не будут генерировать. Если диаметр d_{90} больше верхней границы активного объема, то невозможна генерация ни одной из M -мод.

Поскольку с увеличением индекса K возрастает разность диаметров d_a и d_p , то генерация M -мод с большими K возможна только при больших N , когда углы Ψ малы. Из рис. 3 следует также, что с увеличением N уменьшается разность диаметров d_a для M -мод с различными N . Это обстоятельство должно приводить к сильной конкуренции мод, что наблюдалось экспериментально в [8] при увеличении мощности накачки, когда лазер переходил в режим многомодовой генерации.

Необходимо также отметить, что угол α в исследовавшемся резонаторе мало зависит от L , R и d_{90} . Как следует из рис. 1,б и рис. 2 его величина должна уменьшаться при увеличении N и уменьшении K . В резонаторе с указанными выше параметрами и для $N \leq 60$ угол α меняется в диапазоне от 0.1 до 0.7 угл. град.

В силу того что трассы лучевых потоков в коноидном зеркале не пересекают ось Z (хотя и проходят вблизи нее), эта область остается свободной. Ее диаметр в резонаторе с указанными выше параметрами меняется в диапазоне от 0.1 до 15 мм и растет с увеличением K .

Сравнение результатов для плоскосферического резонатора и резонатора с ретрорефлекторным коноидом показывает, что в первом из них при заданных L и R диапазон возможных значений N/K достаточно узок и поэтому спектр одновременно генерирующих M -мод здесь более разрежен. В то же время M -моды с разными N , но близкими отношениями N/K должны иметь близкие диаметры окружностей с пятнами излучения на зеркалах и изменение параметров резонатора действует на них одинаковым образом, что в итоге должно ограничивать возможности селекции этих мод с помощью различных масок. Отметим, что о селекции такого рода для плоскосферического резонатора упоминается в работе [14].

В резонаторе с ретрорефлекторным коноидом селективирующее действие могут оказывать величина средних диаметров и ширина кольцевых зон отражения на коноидном и плоском зеркалах, поскольку эти параметры различны для M -мод с разными N .

Заключение

Выполненные исследования пространственных характеристик M -мод с круговым расположением пятен на зеркалах позволяют применительно к резонаторам двух типов сделать следующие выводы.

1. Получены аналитические формулы, определяющие положение пятен излучения M -мод на зеркалах плоскосферического резонатора.

2. Для резонатора с ретрорефлекторным коноидом разработаны алгоритм и эффективная программа расчета, на основе которой проанализированы характеристики M -мод в резонаторе с конкретными параметрами.

3. Установлено, что в плоскосферическом резонаторе возможна генерация M -мод с отношением индексов N/K , лежащем в достаточно узком диапазоне, определяемом неравенством (3). В резонаторе с ретрорефлекторным коноидом такого жесткого ограничения нет и здесь одновременно могут генерировать M -моды с различными (хотя и не любыми) наборами индексов N и K . По-видимому, именно эта особенность позволила в эксперименте [8] получить более плотное заполнение излучением активного объема и, как следствие, достаточно высокую выходную мощность.

4. В плоскосферическом резонаторе диаметры окружностей, вдоль которых располагаются пятна излучения M -мод, фиксированы. Величина этих диаметров весьма чувствительна к изменениям длины резонатора и радиуса кривизны сферического зеркала. В резонаторе с ретрорефлекторным коноидом диаметры окружностей с пятнами излучения не фиксированы и ограничиваются либо размерами активного объема, либо параметром d_{90} коноидного зеркала. При этом диаметры d_a и d_p практически нечувствительны к изменениям длины резонатора и радиуса кривизны образующей коноидного зеркала.

5. В резонаторе с ретрорефлекторным коноидом наибольшее, в том числе и селектирующее, воздействие на параметры M -мод оказывает диаметр d_{90} . Если d_{90} больше внешнего диаметра активного объема, то генерация M -мод невозможна. В то же время если d_{90} меньше внутреннего диаметра активного объема, то M -моды могут генерировать вплоть до $d_{90} = 0$.

6. В обоих типах резонаторов осевая область свободна от лучевых потоков M -мод, хотя диаметр этой области в резонаторе с ретрорефлекторным коноидом в общем случае гораздо меньше и зависит от индексов M -мод и параметров резонатора. В связи с этим резонатор с ретрорефлекторным коноидом может быть использован в твердотельных лазерах с трубчатыми активными элементами, имеющими осевое расположение лампы накачки с выводом одного из ее электродов через свободную от лучевых потоков область вблизи коноидного зеркала.

Автор выражает благодарность М.П. Вайсфельду и Ю.Е. Польскому за полезное обсуждение результатов работы.

Список литературы

- [1] Бученков В.А., Винокуров Г.Н., Мак А.А. и др. // Квантовая электрон. 1985. Т. 12. № 8. С. 1702–1704.
- [2] Коробов А.М., Николаев С.В. // ПТЭ. 1983. № 6. С. 148–149.
- [3] Степанов А.А., Шеглов В.А. // Квантовая электрон. 1982. Т. 9. № 9. С. 1773–1780.
- [4] Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. М.: Наука, 1990. 264 с.
- [5] Ramsay I.A., Degnan J.J. // Appl. Opt. 1970. Vol. 9. N 2. P. 383–398.
- [6] Киселев В.А. // РиЭ. 1971. № 1. С. 134–140.
- [7] Васильев А.В., Короленко П.В., Шульга А.Г. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 22. С. 91–94.
- [8] Воронов В.И., Большаков С.С., Лятагин А.В. и др. // ПТЭ. 1993. № 3. С. 162–167.
- [9] Васильев А.Б., Корниенко Л.С., Короленко П.В., Тихомиров В.Н. Препринт НИИЯФ. № МГУ-90-27/173. М., 1990. 37 с.
- [10] Воронов В.И., Иванов А.Р., Минаева Н.В. Деп. в ВИНТИ. № 3906-B91. 1991.
- [11] Воронов В.И., Польский Ю.Е. // Опт.-мех. пром-сть. 1990. № 4. С. 36–41.
- [12] Горячев С.Б., Короленко П.В. и др. // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. Вып. 7. С. 429–433.
- [13] Слюсарев Г.Г. Методы расчета оптических систем. Л.: Машиностроение, 1969. 670 с.
- [14] Васильев А.Б., Короленко П.В., Макаров В.Г., Тихомиров В.Н. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия. 1988. Т. 29. № 3. С. 50–54.