01;07
Журнал технической физики, т. 65, в. 7, 1995

О МОДИФИКАЦИИ МЕТОДА ДЖОНСА НА ЧАСТИЧНУЮ ПОЛЯРИЗАЦИЮ СВЕТА

Ш.Д.Какичашвили

Институт кибернетики АН Республики Грузия,
380086, Тбилиси, Грузия
(Поступило в Редакцию 16 мая 1994 г.)

Как известно, при описании поперечного характера колебаний электромагнитных волн принято рассматривать изменение во времени картины проекции электрического вектора на перпендикулярную лучу плоскость. Поляризованную когерентную волну с плоским фронтом представляют в виде столбца из двух элементов, называемого вектором Джонса [1]. Для описания анизотропного или гиротропного оптического устройства, через которое проходит поляризованный свет, используется матричное представление, развитое также Джонсом. Устройство описывается матрицей размерности 2×2 и позволяет вычислить результат взаимодействия света с этим устройством посредством правил умножения вектора Джонса на соответствующую матрицу Джонса. Матрицы Джонса получены в ряде работ [2,3]. При использовании метода Джонса необходимо перемножить все матрицы стоящих на пути света устройств справа налево таким образом, что матрица самого последнего устройства оказывается расположенной слева, и результат перемножить на вектор Джонса входящего луча. В отличие от обычных тригонометрических и алгебраических методов метод Джонса чрезвычайно прост и компактен, что особенно важно при вычислении результаты сложения ряда волн с произвольными полностью поляризованными состояниями и прохождении света через совокупность различных поляризующих устройств [4]. Следует, однако, отметить, что существенным ограничением метода является его применимость только для полностью поляризованного света. Представляется весьма актуальным модифицирование векторно-матричного аппарата Джонса также на произвольную частичную поляризацию. Это позволит обойти формальный аппарат матриц Мюллера во многих случаях (например, в задачах когерентного сложения векторных амплитуд), не способный решать задачу [4].

В работах [5–8] показана тесная связь частичной поляризации с когерентностью и шириной спектральной линии излучения. В этих работах фактически используется так называемая матрица когерентности, связанная с параметрами Стокса исследуемого излучения безотносительно конкретного механизма формирования частичной поляризации.

В предлагаемой работе рассматривается возникновение частично поляризованного излучения как результат воздействия нестационарного поляризационного устройства на первоначально полностью поляризованный свет. На этой основе проводится модификация векторно-матричного аппарата Джонса на случай произвольной частичной поляризации.

Пусть на поляризационное устройство, описываемое матрицей Джонса M, поступает полностью эллиптически поляризованная плоская волна $\mathbf{E}$ частоты ω_0 с ориентацией большой оси эллипса вдоль оси x лабораторной системы координат, распространяющаяся вдоль оси z. Для упрощения дальнейшего рассмотрения пусть M описывает двулучепреломляющее устройство единичной толщины с $\Delta n = n_x - n_y$ и ориентацией оси анизотропии ρ. Прошедшая волна может быть записана в виде

$$\mathbf{E}' = M\mathbf{E} = \hat{E}\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ \pm i\varepsilon \end{pmatrix} = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_B,$$

$$\hat{E} = E_x \exp -i\left(\frac{\omega_0}{c}z - \alpha\right)\exp i\left[\omega_0 t - \frac{\omega_0}{2c}(n_x + n_y)\right], \qquad \varepsilon = \frac{E_y}{E_x},$$

$$m_{11} = m_{22}^* = \cos\frac{\omega_0}{2c}\Delta n - i\sin\frac{\omega_0}{2c}\Delta n\cos 2\rho,$$

$$m_{12} = m_{21} = -i\sin\frac{\omega_0}{2c}\Delta n\sin 2\rho,$$

$$\mathbf{E}_A = \hat{E}\begin{pmatrix} m_{11} \\ \pm i\varepsilon m_{22} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{E}_B = \hat{E}\begin{pmatrix} \pm i\varepsilon m_{22} \\ m_{21} \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Векторно-матричное представление (1) справедливо для стационарных поляризующих устройств, однако если Δn и ρ сами являются достаточно быстрыми функциями времени, то матрица M оказывается также нестационарной и вышедший из устройства луч претерпевает демонохроматизацию и деполяризацию. Мы не будем обсуждать физическую реализуемость подобного нестационарного устройства, однако очевидно, что принципиальных ограничений для его осуществления нет.

Покажем, что при нестационарном M имеет место функциональная связь его элементов попарно m_{11}, m_{22} и m_{12}, m_{21} и одновременно такой связи между парами m_{11}, m_{12} и m_{22}, m_{21} нет. Для этого используем обобщенный для комплексных выражений функциональный определитель (якобиан), по отдельности анализируя действительные и мнимые части соответствующих выражений [9]. В первом случае функциональная связь элементов m_{11}, m_{22} и m_{12}, m_{21} между собой очевидна, так как они состоят из идентичных фрагментов выражений. Откуда следует, что соответствующий определитель тождественно равен нулю. Во втором случае определитель равняется

$$D = \pm\frac{\omega_0}{2c}\frac{d\Delta n(t)}{dt}\frac{d\rho(t)}{dt}\sin\frac{\omega_0}{c}\Delta n(t). \tag{2}$$

Очевидно, что последнее выражение в нестационарном случае тождественно не равняется нулю. Это свидетельствует об отсутствии функциональной связи между анализируемыми элементами матрицы, о независимом их эволюционировании во времени и, следовательно, взаимной некогерентности $\mathbf{E}_A$ и $\mathbf{E}_B$. Таким образом, в случае нестационарного поляризующего устройства использование (1) неправомочно и знак суммирования векторных амплитуд $\mathbf{E}_A$ и $\mathbf{E}_B$ неприменим.

Нестационарное поляризующее устройство вызывает деполяризацию волнового фронта, связанную с временны́м профилем нестационарного процесса и в конечном итоге с видом функции $\Delta n(t)$ и $\rho(t)$.

Выразим степень частичной поляризации формируемой таким путем волны, используя интегральное представление Фурье. При этом для соответствующих векторных компонентов (1) получим

$$\mathbf{E}_A = \frac{1}{2\pi}\hat{E}\begin{pmatrix} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} m_{11}(\tau)\exp i\omega(t-\tau)d\tau d\omega \\ \pm i\varepsilon \iint\limits_{-\infty}^{\infty} m_{11}^{*}(\tau)\exp i\omega(t-\tau)d\tau d\omega \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{E}_B = \frac{1}{2\pi}\hat{E}\begin{pmatrix} \pm i\varepsilon \iint\limits_{-\infty}^{\infty} m_{12}(\tau)\exp i\omega(t-\tau)d\tau d\omega \\ \iint\limits_{-\infty}^{\infty} m_{12}^{*}(\tau)\exp i\omega(t-\tau)d\tau d\omega \end{pmatrix},$$

где ω — текущая частота, τ — вспомогательная переменная.

Легко показать, что интенсивности этих компонентов выражаются в виде [8]

$$I_A = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int\limits_{-T}^{T}[\operatorname{Re}\mathbf{E}_A]^2 dt = \mathbf{E}_A^{+}\mathbf{E}_A = E_x^2\left(1+\varepsilon^2\right)\int\limits_{-\infty}^{\infty} m_{11}(\tau)m_{11}^{*}(\tau)d\tau,$$

$$I_B = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int\limits_{-T}^{T}[\operatorname{Re}\mathbf{E}_B]^2 dt = \mathbf{E}_B^{+}\mathbf{E}_B = E_x^2\left(1+\varepsilon^2\right)\int\limits_{-\infty}^{\infty} m_{12}(\tau)m_{12}^{*}(\tau)d\tau, \quad (4)$$

где T — период усреднения во времени, t — знак эрмитового сопряжения.

Так как $\mathbf{E}_A$ и $\mathbf{E}_B$ ортогональны, то I_A и I_B соответствуют экстремальным значениям интенсивностей результирующего поля. Подставляя конкретные значения $m_{11}(t)$ и $m_{12}(t)$ из (1), получим для степени частичной поляризации в нашем случае

$$V = \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\cos^2\left[\frac{\omega_0}{2c}\Delta n(t)\right]dt + \int\limits_{-\infty}^{\infty}\sin^2\left[\frac{\omega_0}{2c}\Delta n(t)\right]\cos 4\rho(t)dt}{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\cos^2\left[\frac{\omega_0}{2c}\Delta n(t)\right]dt + \int\limits_{-\infty}^{\infty}\sin^2\left[\frac{\omega_0}{2c}\Delta n(t)\right]dt}. \quad (5)$$

Частично эллиптически поляризованное излучение, как это следует из определения степени поляризации, содержит два полностью некогерентных между собой компонента ортогональных поляризаций с равными эксцентриситетами, ортогональными ориентациями больших осей и взаимно обратными направлениями вращения. Полезно сохранить формальную схему векторно-матричного аппарата Джонса и при манипулировании с комплексными векторными амплитудами взаимно некогерентных составляющих. Однако, как было показано выше, применение знака обычного суммирования в этом случае незаконно. Введем формальный знак некогерентного суммирования амплитуд $\bigoplus$ и определим правила оперирования с ним. При этом модифицированный вектор Джонса частично эллиптически поляризованного излучения представляется в виде

$$\mathbf{E} = E_{A,x} \exp i(\omega t + \varphi) \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i\varepsilon \end{pmatrix} \oplus E_{B,x} \exp i\left(\omega t + \psi \mp \frac{\pi}{2}\right) \begin{pmatrix} \pm i\varepsilon \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad (6)$$

где $\varepsilon = E_{A,y}/E_{A,x} = E_{B,x}/E_{B,y}$ $(0 \leqslant \varepsilon \leqslant 1)$ и имеют место следующие правила:

1° $$\mathbf{E} = \mathbf{E}_A \oplus \mathbf{E}_B = \mathbf{E}_B \oplus \mathbf{E}_A,$$

2° $$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}_i; \quad \mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{A,i} \oplus \mathbf{E}_{B,i}, \quad \mathbf{E}_A = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}_{A,i}; \quad \mathbf{E}_B = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}_{B,i},$$

3° $$\mathbf{E}_\theta = S(\theta)\mathbf{E} = S(\theta)\mathbf{E}_A \oplus S(\theta)\mathbf{E}_B,$$

4° $$\mathbf{E}' = S(-\theta)MS(\theta)\mathbf{E} = S(-\theta)MS(\theta)\mathbf{E}_A \oplus S(-\theta)MS(\theta)\mathbf{E}_B,$$

5° $$\mathrm{Re}[\mathbf{E}(x,y,z,t)] = \mathbf{p}\cos\omega t + \mathbf{q}\sin\omega t,$$

$$\mathbf{p} = \mathrm{Re}\mathbf{E}_A \oplus \mathrm{Re}\mathbf{E}_B = \mathbf{p}_A \oplus \mathbf{p}_B,$$

$$\mathbf{q} = \mathrm{Im}\mathbf{E}_A \oplus \mathrm{Im}\mathbf{E}_B = \mathbf{q}_A \oplus \mathbf{q}_B,$$

$$f(\mathbf{p}) = f(\mathbf{p}_A) + f(\mathbf{p}_B),$$

$$f(\mathbf{q}) = f(\mathbf{q}_A) + f(\mathbf{q}_B),$$

6° $$I = \mathbf{E}^+\mathbf{E} = (\mathbf{E}_A \oplus \mathbf{E}_B)^+(\mathbf{E}_A \oplus \mathbf{E}_B) = \mathbf{E}_A^+\mathbf{E}_A + \mathbf{E}_B^+\mathbf{E}_B.$$

В этих правилах по принятому соглашению $\mathbf{E}_A$ одного базиса, а $\mathbf{E}_B$ — другого, ортогонального и некогерентного ему; $S(\theta)$ и $S(-\theta)$ — так называемая прямая и обратная матрицы поворота [4]; M — матрица Джонса поляризующего устройства; f — билинейная форма компонент $\mathbf{p}$ и $\mathbf{q}$. Пользуясь знаком некогерентного суммирования, мы констатируем, что векторно суммироваться могут только амплитудные компоненты одного базиса. При этом каждая из компонент может независимо преобразовываться различными оптическими и поляризующими устройствами в соответствии с обычными правилами перемножения векторов Джонса на матрицы Джонса данных устройств. При этом очевидно, что знак обычного суммирования амплитуд закончен только для компонент одного базиса.

Резюмируя, отметим, что в модифицированном таким путем векторно-матричном методе Джонса сохраняется основное достоинство метода — простота и универсальность. На этой основе ранее был проведен ряд теоретических и экспериментальных работ применительно к поляризационно-голографическому методу, подтвердивших правомочность и полезность описанной модификации [10–12].

Осуществление исследования, описанного в этой работе, стало возможным отчасти благодаря гранту Международного научного фонда.

Список литературы

[1] *Jones R.C.* // J. Opt. Soc. Amer. 1941. Vol. 31. N 7. P. 488–493.
[2] *Jones R.C.* // J. Opt. Soc. Amer. 1947. Vol. 37. N 2. P. 110–112.
[3] *Аззам Р., Башара Н.* Эллипсометрия и поляризованный свет. М., 1981. 583 с.
[4] *Шерклифф У.* Поляризованный свет. М., 1965. 246 с.
[5] *Laue M.* // Ann. Phys. 1907. Vol. 23. N 1. P. 795–799.
[6] *Zernike F.* // Physica. 1938. Vol. 5. P. 785–802.
[7] *Gabor D.* // Proc. Symp. on Astr. Optics. Amsterdam, 1956. P. 17.
[8] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М., 1970. 855 с.
[9] *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М., 1973. 831 с.
[10] *Какичашвили Ш.Д.* Поляризационная голография. Л., 1989. 142 с.
[11] *Какичашвили Ш.Д.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 2. С. 26–34.
[12] *Какичашвили Ш.Д., Пурцеладзе А.Л.* // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 22. С. 27–30.

08;12 *Журнал технической физики, т. 65, в. 7, 1995*

СПОСОБ ВЫДЕЛЕНИЯ ПЕРИОДОВ РЕЧЕВОГО СИГНАЛА

В.В.Дубровский, А.И.Егоров

Иркутский вычислительный центр СО РАН,
664033, Иркутск, Россия
(Поступило в Редакцию 13 июля 1994 г.)

В математической модели восприятия речи [1] исходная информация представлена энергетическими спектрами (ЭС) речевого сигнала (РС). При моделировании необходима также информация о средних значениях периодов РС на интервалах его анализа. В работе предлагается один из способов, обеспечивающих помехозащищенность и точность выделения периодов речи по ЭС.

В основу способа положен известный факт о кратности частот гармонических составляющих (линий) ЭС вокализованных элементов речи частоте основного тона. Следовательно, определив номер n какой-либо гармоники ЭС, можно рассчитать период сигнала $T = n/f_n$, где f_n — частота гармоники ЭС с номером n.

В общем случае в текущих ЭС речи находят отражение процессы, приводящие к резкому уменьшению интенсивности некоторых линий. В качестве критерия существования анализируемой линии в ЭС нами принято условие $L_I > L_n$, где L_I — уровень интенсивности линии; L_n — уровень обобщенного шума процедуры спектрального анализа. При выборе L_n учтены как погрешности спектрального анализа, так и уровень акустического шума. Для уровней РС порядка 65–85 дБ и акустического шума 50–55 дБ при принятом в модели способе получения ЭС (быстрое преобразование Фурье) уровень L_n составил около 60 дБ.

С целью повышения воспроизводимости выделения периодов РС в качестве линии (назовем ее опорной), номер которой необходимо определить, выбрана гармоника сигнала из частотного диапазона 90–360 Гц