

01;03

©1995 г.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

Н.Н.Загрядская

Санкт-Петербургский государственный университет,
195251, Санкт-Петербург, Россия
(Поступило в Редакцию 22 июля 1994 г.)

В настоящее время волновой режим на огражденных акваториях, как правило, определяется в результате численных исследований дифракции поверхностных волн. Одним из распространенных методов математического моделирования является метод конечных элементов (МКЭ). Однако этот метод обладает существенным недостатком: для решения исходного эллиптического уравнения Гельмгольца, записанного для волновой функции F , требуется большой объем памяти ЭВМ. Из-за этого при применении МКЭ имеются ограничения в относительных размерах исследуемых акваторий, а также могут проявляться краевые эффекты в случае проницаемых боковых границ.

Кроме того, не представляется возможным применение МКЭ при переменной по фронту высоте исходного волнения в случае проницаемых оградительных сооружений, а также для решения задач нелинейной дифракции, т.е. с учетом крутизны волн.

В качестве метода, позволяющего учесть все эти практически важные при исследованиях дифракции морского волнения факторы, было решено использовать параболическое приближение, предложенного в работе [1] для электромагнитных волн.

В методе параболического приближения задача сводится к нахождению комплексной амплитуды $f(x, y)$, получаемой при представлении волновой функции $F(x, y)$ в виде произведения быстро и медленно меняющихся на длине волны функций, т.е.

$$F(x, y) = \exp(-ikx) \cdot f(x, y); \quad f(x, y) = |f| \exp(-i\varphi), \quad (1)$$

где $|f|$ и $\varphi(x, y)$ — относительная амплитуда и фаза волны.

Исходным является уравнение Гельмгольца для функции F

$$\partial^2 F / \partial x^2 + \partial^2 F / \partial y^2 + k^2 F = 0. \quad (2)$$

При этом ось X совпадает с направлением распространения волнения, ось Y перпендикулярна ему; $k = 2\pi/L$ — волновое число, L — длина волны.

Произведя соответствующие преобразования в исходном уравнении Гельмгольца, записанном для f , и учитывая, что изменение амплитуды волны f сравнительно мало вдоль оси X на расстоянии, равном длине волны, получаем, что

$$\partial^2 f / \partial x^2 \ll 2k |\partial f / \partial x|. \quad (3)$$

Это позволяет, как предложено в [1], пренебречь членом $\partial^2 f / \partial x^2$. С введением этого приближения вместо эллиптического уравнения Гельмгольца получаем параболическое уравнение

$$2ik \cdot \partial f / \partial x = \partial^2 f / \partial y^2, \quad (4)$$

с помощью которого можно описать линейную дифракцию на акватории постоянной глубины, характеризуемую функцией $f(x, y)$.

Применение параболического уравнения делает возможным успешное решение более широкого круга задач дифракции морского волнения, чем с использованием уравнения Гельмгольца. Однако допустимость параболического приближения была доказана для задач волновой оптики, где отношение ширины входа к длине волны весьма велико. В задачах поверхностного волнения подобные отношения малы, они изменяются обычно от 0.5 до 10. Кроме того, в [1] рассматривалось линейное решение в однородной среде.

Поэтому в нашу задачу входило определение возможности использования параболического уравнения для различных случаев дифракции поверхностных волн, в том числе и для акваторий переменной глубины, нелинейной дифракции и т.п. Критериями достоверности служили результаты экспериментов, а также имеющихся гидромеханических решений.

На первом этапе исследовалась задача первичной дифракции на акватории постоянной глубины в линейном приближении [2].

Значение коэффициента дифракции k_{dif} , выражающего отношение высоты дифрагированной волны в расчетной точке к высоте исходной волны, согласно определению f , принимается в виде $k_{\text{dif}} = f/f_{\text{н}}$.

Граничное условие на препятствии и в его ближайших окрестностях принимаем без учета отражения. В случае непроницаемых ограждающих сооружений имеем, что по длине сооружений $f_{\text{н}}(y) = 0$, в случае проницаемых $f_{\text{н}} = q$, где q характеризует проницаемость мола.

Проведя решение полученного параболического уравнения аналогично решению однородного уравнения теплопроводности с использованием метода разделения переменных, получаем возможность записать переход для f от начального створа (при $x = 0$) к створу, расположенному от него на расстоянии x , в виде

$$f(x, y) = \sqrt{i/(xL)} \int_{-\infty}^{\infty} f(\gamma)_{x=0} \exp\left(-ik(y - \gamma)^2/(2x)\right) d\gamma, \quad (5)$$

где γ — переменная интегрирования на участке входа.

В случае подхода к оградительным сооружениям плоских волн с параллельными гребнями имеет место первичная дифракция $f_n(y) = \text{const}$ и с использованием интегралов Френеля получаются аналитические решения для коэффициентов дифракции за волноломом, одиночным и сходящимися молами (в линеином приближении).

В целях проверки достоверности разработанных решений было произведено сопоставление расчетных и опытных значений коэффициентов первичной дифракции пологих волн за непроницаемыми одиночными и сходящимися молами с использованием экспериментальных данных [3,4] и наших. Результаты проведенного во всем диапазоне реальных размеров акваторий сопоставления свидетельствуют о хорошем качественном и количественном согласовании значений коэффициентов дифракции, рассчитанных методом параболического приближения (МПП), с результатами экспериментов, а также с полученными расчетом по зависимости линеиных гидромеханических решений [5-9]. Это позволяет заключить, что сделанное нами параболическое приближение допустимо. Примеры сопоставления приведены на рис. 1, а, б.

Были получены аналитические выражения для волновой амплитуды в случае первичной дифракции на акватории с несколькими входами и волн, распространяющихся по фронтам, близким к кольцевым; с учетом изменения высоты исходного волнения по входному створу, а также с учетом отражения [10].

Из опыта расчета волнового режима на огражденных акваториях очевидно, что случаи первичной, т.е. однократной дифракции волн, редки. Как правило, для понижения высот волн у причального фронта применяются сложные схемы плановой компоновки акватории: смещенные или перекрывающиеся молы, волнолом на входе, внутренние разделительные молы и шпоры.

Для задач такого рода использование параболического уравнения, приводящего к интегральному соотношению (5), которое можно применять без ограничений в зависимости от числа последовательно расположенных створов оградительных сооружений, является весьма плодотворным. Учитывая (5), можем записать значение функции $f_n(x, y)$, характеризующей исходное волнение за n -м створом оградительных сооружений в виде

$$f_n(x, y) = \sqrt{i/(xL)} \int_{a_n}^{\beta_n} f_{n-1}(\gamma) \exp(-ik(y - \gamma)^2/(2x)) d\gamma, \quad (6)$$

где n — порядковый номер створа оградительных сооружений, $n > 1$; $f_n(\gamma)$ — функция, характеризующая волнение в конечном створе акватории, огражденной молами предыдущего $(n - 1)$ -го створа; очевидно, этот конечный створ в то же время является входным для акватории, огражденной молами n -го створа; a_n и β_n — границы входного участка $(n - 1)$ -го створа.

В случае вторичной дифракции при $n = 2$ соотношение (6) для функции $f(x, y)$, характеризующей волнение за молами второго створа,

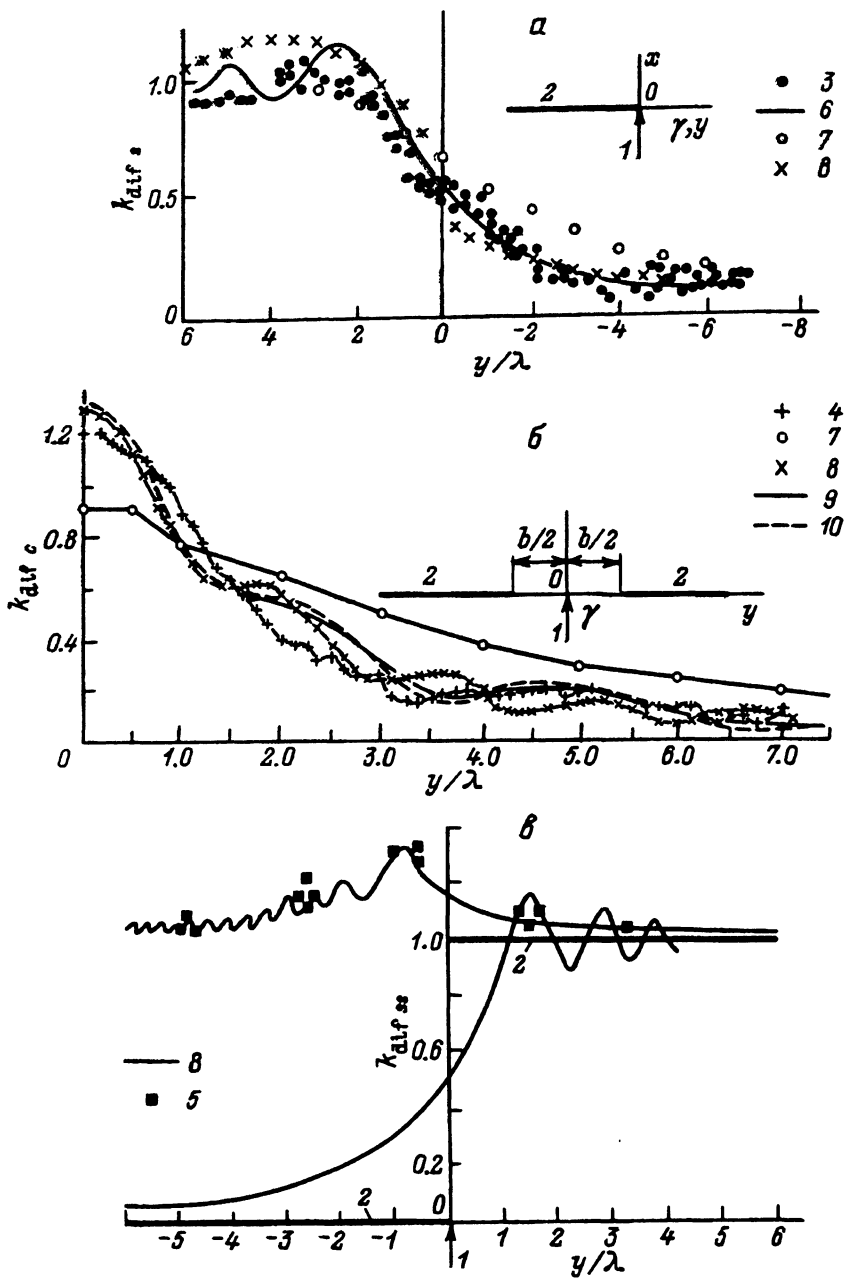


Рис. 1. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений коэффициентов дифракции.
 а — за одиночным молотом, б — за сходящимися молотами, в — за смещенными молотами;
 1 — направление исходного волнения, 2 — оградительные сооружения, 3 — эксперимент Харриса, 4 — Демриха, 5 — автора; б — расчет по Зоммерфельду, 7 — [3], 8, 9 — автора, 10 — по Мицуи.

принимает вид

$$f_2(x, y) = \sqrt{i/(xL)} \int_a^\beta f_1(\gamma) \exp\left(-ik(y - \gamma)^2/(2x)\right) d\gamma. \quad (7)$$

Здесь $f_1(\gamma)$ является результатом дифракции на оградительных сооружениях первого створа и вычисляется по зависимостям первичной дифракции при значении x , равном расстоянию между молами первого и второго створов, при этом $f_1(\gamma) = f_{n2}(\gamma)$. Зависимость (7) не удается проинтегрировать аналитически, и $f_2(x, y)$ определялось с использованием ЭВМ методом численного интегрирования.

Для проверки достоверности результатов определения коэффициентов вторичной дифракции $k_{dif,ss}$ были проведены экспериментальные исследования волнового режима на акваториях, огражденных совмещенными или перекрывающимися молами при различной степени перекрытия. Сопоставление экспериментальных и вычисленных, согласно (7), значений коэффициентов вторичной дифракции показало их хорошее качественное и количественное согласование. Эксперименты подтвердили характер изменения $k_{dif,ss}$, полученный расчетом, в том числе смещение максимума значений $k_{dif,ss}$ в сторону света от границы волновой тени второго мола; имеет место и хорошее количественное совпадение (рис. 1, в).

Далее было рассмотрено применение параболического уравнения для решения задачи дифракции волн на акваториях переменной глубины.

В этом случае проводим решение уравнения Гельмгольца (2) с учетом изменения волнового числа k в зависимости от изменения глубины акватории d , принимая во внимание зависимость длины волны L от глубины акватории при неизменном периоде волнения T .

Полагаем, что при изменении глубины волновое число изменяется следующим образом:

$$k^2(x, y) = k_n^2 \left[1 + \delta(x, y) \right], \quad (8)$$

где k_n , k — соответственно значения волнового числа на начальной (исходной) глубине d_n и на рассматриваемой глубине d ; $\delta(x, y)$ — малая величина, определяемая как изменение квадрата волнового числа k_n при изменении глубины от d_n до d .

Тогда уравнение Гельмгольца получаем в виде

$$\partial^2 F/\partial x^2 + \partial^2 F/\partial y^2 + k_n^2 \left[1 + \delta(x, y) \right] F = 0. \quad (9)$$

Как и выше, представляем $F(x, y) = f(x, y) \exp(-ikx)$. После преобразований уравнение для функции $f(x, y)$, описывающее дифракцию волн на акватории переменной глубины, принимает вид

$$-2ik\partial f/\partial x + \partial^2 f/\partial y^2 + k_n^2 \delta(x, y) f = 0. \quad (10)$$

Для решения (10) необходимо найти функцию $f(x, y)$, удовлетворяющую этому уравнению с учетом граничных условий, и определить зависимость изменения волнового числа от изменения глубины.

Представим f в виде суммы

$$f = f_1 + f_2 + \dots, \quad (11)$$

что возможно при условии малости $\delta(x, y)$. При этом f_1 характеризует относительные высоты дифрагированных волн в створе x , определенные при значении волнового числа k_n , вычисленного для исходной (начальной) глубины d_n , а f_2 — уточнение значения f за счет учета изменения глубины акватории.

Решение (10) проводим по аналогии с решением неоднородного уравнения теплопроводности. В результате получаем выражение для второго слагаемого в (11)

$$f_2(x, y) = k/(2\pi) \int_0^x d\xi \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-ik_n(y-\gamma)^2/(2(x-\xi))\right)/(x-\xi)\delta(\gamma, \xi)f_1(\gamma, \xi)d\gamma, \quad (12)$$

где ξ — переменная интегрирования на участке от исходного створа до расчетного с координатой x .

Далее установим зависимость между относительным изменением волнового числа и относительным изменением глубины на уровне теории волн малой амплитуды, т.е. в линейном приближении, исходя из того, что

$$T^2 = 2\pi/gL \operatorname{cth} kd. \quad (13)$$

Выражаем в (13) значение L через k , затем используем (8). Применяем разложение Тейлора и, пренебрегая малыми второго порядка, получаем, что

$$\delta = 2\chi(x, y)/(1 + \operatorname{sh} 2k_n d_n/(2k_n d_n)). \quad (14)$$

Значение χ определяется характером изменения рельефа дна на участке от исходного створа с глубиной d_n до расчетного с глубиной d

$$d = d(x, y) = d_n \left[1 - \chi(x, y) \right] \quad \text{и} \quad \chi = 1 - d/d_n. \quad (15)$$

Пределы интегрирования внутреннего интеграла (12) определяют граничными условиями на оградительных сооружениях. При отсутствии оградительных сооружений, когда дифракции нет, $f_1 = 1$ и зависимость (12) принимает вид

$$f_2(x, y) = k_n/(2\pi) \int_0^x d\xi \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-ik_n(y-\gamma)^2/(2(x-\xi))\right)\delta(\gamma, \xi)/(x-\xi)d\gamma. \quad (16)$$

Однако, несмотря на наличие интегрального выражения для f_2 , для получения высот дифрагированных волн в большинстве случаев целесообразнее прибегать к численному решению (10).

Следует отметить, что более точные результаты получаем при использовании для определения изменения длины волны зависимость (13), а не (14).

В случае дифракции на акватории, огражденной сходящимися молами с шириной входа B , нормируем уравнение (10), введя новые переменные $\bar{x} = x/(k_n B^2)$; $\bar{y} = y/B$. Тогда вместо (10) получаем

$$-2i\partial f/\partial\bar{x} + \partial^2 f/\partial\bar{y}^2 + k_n^2 B^2 \delta(x, y) f = 0. \quad (17)$$

Граничные условия формулируем в виде $f_n = 0$ при $|y| > B/2$ или $|\bar{y}| > 1/2$, $f_n = 1$ при $|y| \leq B/2$ или $|\bar{y}| \leq 1/2$. Зависимость $\delta(x, y)$ определяется характером изменения глубин на акватории, задаваемых по сетке.

При сопоставлении результатов численного решения (17) с экспериментальными данными, полученными автором в процессе волновых исследований на пространственных моделях, отмечается их хорошее согласование.

Следует отметить, что с использованием уравнения (10) можно определить картины распространения пологих волн на акваториях любых размеров, глубин, сколь угодно сложных очертаний и при многократной дифракции, в том числе за молами различной проницаемости, а также при задании переменной по фронту высоты исходной волны в случае нескольких входов на акваторию. Внутренний контур акватории при этом принимается неотражающим (поглощающим).

С использованием уравнения (10) была решена также задача дифракции при прохождении волнения вдоль оси подходного канала, которая также имеет большое практическое значение, особенно при определении волнового режима на акваториях, расположенных на мелководных побережьях.

Введя новые переменные $\bar{x} = x/(k_n M^2)$ и $\bar{y} = y/M$ (рис. 2,а), где M — ширина подходного канала по дну, имеем вместо (10)

$$-2i\partial f/\partial\bar{x} + \partial^2 f/\partial\bar{y}^2 + k^2 M^2 \delta(x, y) f = 0. \quad (18)$$

Обозначим $\bar{\delta} = 4\pi^2 \delta(x, y)$ и $\bar{M} = M/L$ и получаем следующее уравнение для определения функции f , характеризующей амплитуду и фазу волновой поверхности на трассе подходного канала в случае волнения, направленного вдоль канала:

$$-2i\partial f/\partial\bar{x} + \partial^2 f/\partial\bar{y}^2 + \bar{M}\bar{\delta}(x, y) f = 0. \quad (19)$$

Граничное условие в начальном створе сформулируем в виде $f_n = 1$. Обозначим изменение волнового числа над дном канала как δ_1 , на откосах канала — δ_2 и на забровочных участках — δ_3 . Очевидно, что по всей ширине M подходного канала изменения глубины и, следовательно, волнового числа, не происходит. Тогда $\chi_1 = 0$ и $\delta_1 = 0$ при $|y| \leq M/2$ или $|\bar{y}| \leq 1/2$.

На забровочных участках, определяя изменение глубины по зависимостям (15), а изменение волнового числа δ_3 по зависимости (14), получаем

$$\bar{\delta}_3 = 2(1 - d/d_n) / \left(1 + \text{sh}(2k_n d_n) / (2k_n d_n) \right) \quad (20)$$

при $|y| \geq M/2 + (d_n - d)m$ или $|\bar{y}| \geq 1/2 + m(d_n - d)/M$, где m — котангенс угла наклона откоса (заложение откоса).

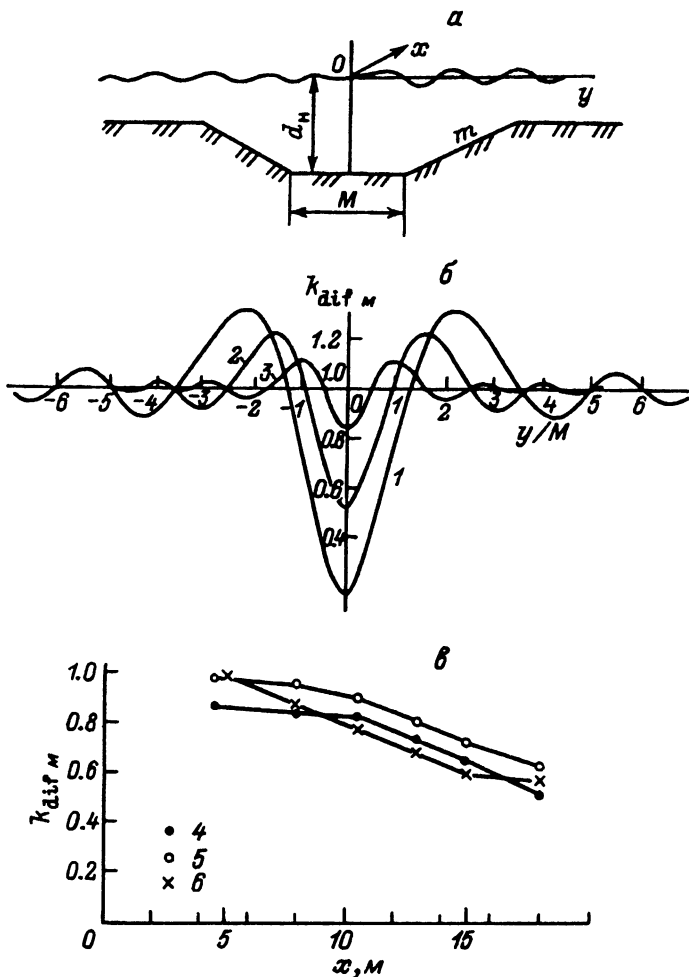


Рис. 2. Дифракция волн на подходном канале.

a — расчетная схема; b — изменение $k_{dif M}$ в створах канала при $x = 10$ (1), 20 (2), $x = 35$ м (3); $d = 0.6$ м, $M = 1.2$ м, $m = 2$, $T = 1.3$ с; c — сопоставление экспериментальных и расчетных значений $k_{dif M}$ при $d = 0.22$ м, $t = 0.84$ с, $M = 1.65$ м, $m = 4$: 4 — эксперимент [4]; 5 — расчет [6]; 6 — расчет автора.

Изменение волнового числа δ_2 на откосах канала принимаем по линейному закону, от значения $\delta_2 = \delta_1$ на дне канала до $\delta_2 = \delta_3$ в вершине откоса, при выходе на естественные глубины.

Проверка достоверности уравнения (19) производилась путем сопоставления результатов его численного решения с данными наших экспериментов, [11] и расчетов, проведенных в соответствии с [12], пример приведен на рис. 2, в. Результаты экспериментальных исследований подтверждают картину дифракции волн на канале, описываемую (19): снижение высот волн вдоль трассы канала, возрастающее при прохождении более длинных волн, уменьшение влияния канала на волновой режим над ним с увеличением ширины канала или пологости

его откосов, т.е. по мере раскрытия прорези; увеличение высот волн на забровочных участках (рис. 2,б).

В случае нелинейной дифракции решение уравнения Гельмгольца (2) для $F(x, y)$ проведем с учетом зависимости волнового числа k от амплитуды волны A , которую запишем в виде

$$k = k_0 + \delta k, \quad (21)$$

где k_0 — значение волнового числа в линейном приближении, δk — малое изменение волнового числа за счет учета нелинейности.

Используя параболическое приближение, с учетом (1) получаем вместо (2)

$$-i\partial f/\partial x + 1/(2k_0)\partial^2 f/\partial y^2 + \delta k f = 0. \quad (22)$$

Учитывая, что в нелинейных приближениях частота волны $\omega = \omega(k, A^2)$, и исходя из постоянства частоты для данной волны ($d\omega = 0$), можем записать, что

$$d\omega = \left[\partial\omega/\partial k\right]\delta k + \left[\partial\omega/\partial(A^2)\right]A^2, \quad (23)$$

откуда

$$\delta k = -A^2 \left[\partial\omega/\partial(A^2)\right] / \left[\partial\omega/\partial k\right].$$

Из теории волн малой амплитуды $\partial\omega/\partial k = U_0$, где U_0 — групповая скорость волн в линейном приближении. Тогда вместо (22) получаем нелинейное параболическое уравнение дифракции в виде, идентичном [13],

$$-i\partial f/\partial x + 1/(2k_0)\partial^2 f/\partial y^2 - 1/U_0 \left[\partial\omega/\partial(A^2)\right]_0 |f|^2 f = 0, \quad (24)$$

где $k_0 = 2\pi/L$.

Выражение для групповой скорости U_0 в линейном приближении принимаем в виде

$$U_0 = 1/2\sqrt{g/k_0 \operatorname{th}(k_0 d)} \left[1 + 2k_0 d / \operatorname{sh}(2k_0 d)\right], \quad (25)$$

где g — ускорение силы тяжести.

В уравнении (24) $f(x, y) = A \exp(-i\varphi)$, где A — амплитуда волны. Здесь в отличие от линейного приближения результат будет зависеть от амплитуды исходного волнения A .

Значения коэффициентов дифракции в точках акватории за огражденными сооружениями принимаются в виде $k_{\text{dif}} = |\bar{f}|$, $\bar{f} = f/A$, $h = 2A$, где h — высота волны.

Уравнение (25) является нелинейным относительно искомой функции f , поэтому воспользуемся выражением для частоты ω , приведенным на уровне третьего приближения, например, в [7]

$$\omega = \sqrt{gk_0 \operatorname{th} k_0 d} \left\{1 + A_0^2 k_0^2 (8 \operatorname{ch}^4 k_0 d + 9 - 8 \operatorname{ch}^2 k_0 d) / (16 \operatorname{sh}^4 k_0 d)\right\}. \quad (26)$$

Примем

$$\left(\partial\omega/\partial(A^2)\right)_0 = \partial\omega/\partial(A_0^2), \quad (27)$$

$$D = \left(8 \operatorname{ch}^4 k_0 d - 8 \operatorname{ch}^2 k_0 d + 9\right) / \left(4 \operatorname{sh} k_0^4 d (1 + 2k_0 d / \operatorname{sh} 2k_0 d)\right),$$

$$\bar{x} = x/k_0 B, \quad \bar{y} = y/B, \quad \bar{f} = f/A_0, \quad A_0 = A. \quad (28)$$

Учитывая, что крутизна исходной волны $\varepsilon = 2A_0/L$, относительная ширина входа $\bar{B} = B/L$ и $k_0 = 2\pi/L$, обозначим также

$$k_0^4 A_0^2 D B^2 = 4\pi^4 \varepsilon^2 D \bar{B}^2 = K \bar{B}^2. \quad (29)$$

Тогда нелинейное параболическое уравнение дифракции волн с прямыми параллельными гребнями на акватории, огражденной сходящимися молами с шириной входа B , имеет вид

$$-2i\partial\bar{f}/\partial\bar{x} + \partial^2\bar{f}/\partial\bar{y}^2 - K\bar{B}^2|\bar{f}|^2\bar{f} = 0. \quad (30)$$

Степень нелинейности (30) при фиксированной ширине входа на акваторию определяется крутизной волны ε и относительной глубиной $k_0 d$, сочетанием которых является коэффициент K , его можно рассматривать как коэффициент нелинейности этого уравнения. Следовательно, нелинейность зависит не только от крутизны волн, как это предполагалось до настоящего времени, но и от относительной глубины акватории.

Были получены также нелинейные параболические уравнения для дифракции за одиночным молотом и волноломом. Очевидно, что при $K = 0$, т.е. в первом или втором приближениях, нелинейное уравнение (30) вырождается в линейное параболическое уравнение, рассмотренное выше. Изменение коэффициента нелинейности K в уравнении (30) исследовалось для всей области существования бегущих волн вплоть до границы их разрушения. Для 53 сочетаний значений h/L и L/d были вычислены значения коэффициентов нелинейности K и построены линии их равных значений. Установлено, что по мере увеличения относительной длины волны L/d и крутизны h/L , т.е. по мере приближения к границе разрушения, значения коэффициентов нелинейности K возрастают от близких к нулевым (для пологих волн) до значений $K = 15$, при этом линия равных значений $K = 15$ практически совпадает с границей разрушения бегущих волн (рис. 3,а).

Следует отметить, что положение линий $K = \text{const}$ повторяет очертание границ между областями применений решений первого, второго и высших приближений, приведенные в [14,15].

В результате анализа полученных в ходе численного эксперимента данных установлено, что при нелинейной дифракции в зоне, лежащей против входного участка, имеет место уменьшение значений коэффициентов дифракции по сравнению с соответствующими значениями, полученными по зависимостям линейной теории. В зоне тени при этом отмечается обратное явление — увеличение коэффициентов дифракции при учете нелинейности. С увеличением относительной ширины

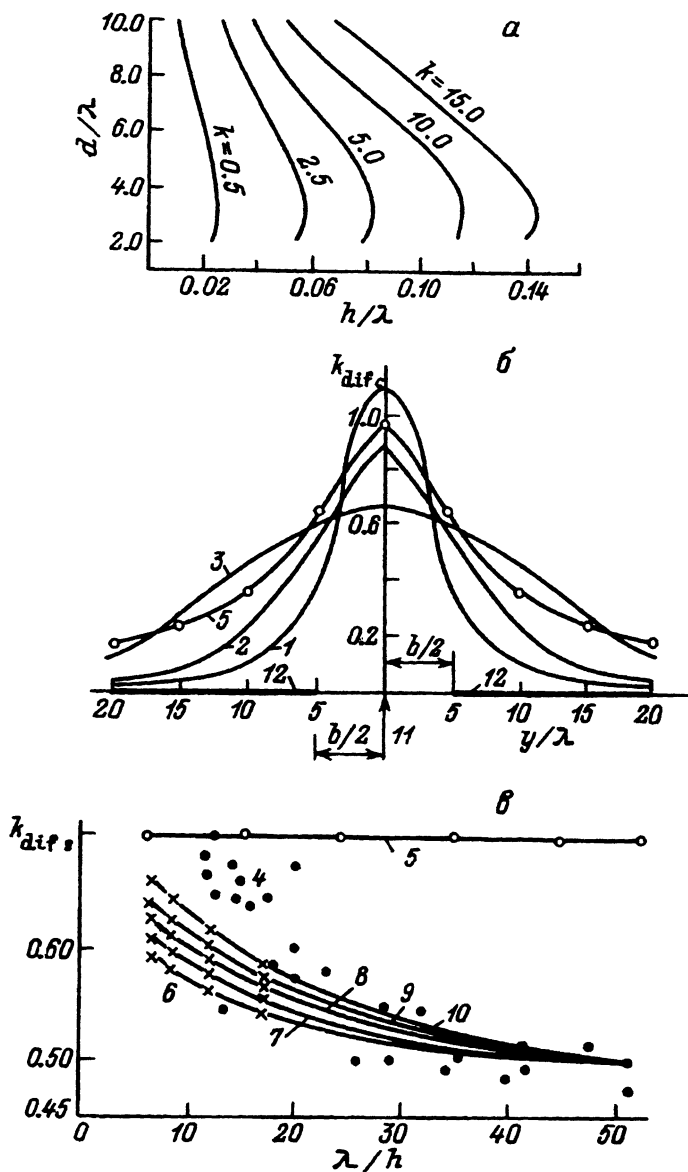


Рис. 3. К задаче нелинейной дифракции.

а — линии равных значений коэффициентов нелинейности K ;
 б — $k_{difc} = f(K)$ при $B/L = 10.0$, $x/L = 20.0$ и $K = 0$ (1), 5.0 (2), 15.0 (3);
 в — изменение экспериментальных и расчетных значений k_{difc} на границе волновой тени одиночного мола в зависимости от пологости исходного волнения: 4 — эксперименты [8] при $2 \leq x/L \leq 15$; 5 — расчет согласно [9], 6-10 — автора соответственно при $x/L = 1, 2, 3, 6, 8$; 11 — луч исходного волнения; 12 — оградительные сооружения.

входа и удаления расчетного створа от исходного нелинейные эффекты усиливаются. По мере усиления нелинейности значения коэффициентов дифракции возрастают и при крайней степени нелинейности при $K = 15$ у границы разрушения бегущих волн приближаются к значениям k_{difc} , вычисленным согласно [16] (рис. 3,б). Аналогичные результаты были получены при численных исследованиях дифракции за одиночным молотом.

Большой интерес представляет изменение коэффициентов нелинейной дифракции на границе волновой тени одиночного мола. Как показали наши расчеты, в рассмотренном диапазоне $x/L = 0.1-8$ значения k_{difs} на границе волновой тени могут изменяться от значений $k_{difs} = 0.5$ в случае линейного решения при $K = 0$ до значений $k_{difs} = 0.66$ вблизи от границы разрушения. Такие результаты подтверждаются экспериментальными данными [16] (рис. 3,в).

Разработанное нами решение нелинейной задачи дифракции впервые позволяет описать картину дифракции для всего диапазона относительных глубин и крутиз бегущих волн. Из него как частные случаи получаются известные результаты линейных решений и эмпирико-энергетического метода [16]. В то же время решение нелинейной задачи дифракции позволяет получить картину дифракции для всех промежуточных значений крутизны волн.

Все предложенные решения задач дифракции могут быть реализованы с использованием ЭВМ или ПЭВМ. Для случаев, когда вычислительная техника не может быть применена, нами составлены графики-номограммы по определению коэффициентов первичной и вторичной дифракции, а также изменения коэффициентов дифракции за одиночным молотом с учетом нелинейности [17].

Таким образом, в настоящей работе предлагается решение методом параболического приближения целого ряда практически важных для морской гидротехники задач: первичной и вторичной дифракции на акваториях постоянной и переменной глубины, огражденных молами различной проницаемости, с учетом фазы и крутизны исходного волнения. Проведены массовые расчеты и получены удовлетворительные результаты сопоставления с многочисленными, зачастую специально поставленными экспериментами.

Следует отметить, что метод параболического приближения с начала восьмидесятых годов довольно широко используется за рубежом (Radder, McDaniel, Liu, Mei, Tsay, Tuck, Kirby, Jue, Dalrymple, Chen, Cogones). Эти авторы, применяя параболическое приближение аналогично [1], в качестве исходного используют уравнение Гельмгольца в записи Беркгофа [18]. Отличны от нашего и их пути решения (метод ВКБ), различна и форма записи результатов. Так, выражение для зависящего от глубины коэффициента θ в [19] имеет вид

$$\theta = \text{sh } 2k_0d \left(\text{ch } 4k_0d + 8 - 2 \text{th}^2 k_0d \right) / \left(4 \text{sh}^4 k_0d (\text{sh } 2k_0d + 2k_0d) \right),$$

отличающийся от выражения для соответствующего коэффициента D в формуле (28). Однако числовые значения θ и D практически совпадают.

Численное решение параболических дифференциальных уравнений за рубежом обычно проводится по конечно-разностной схеме Кранка-Никольсона. В наших вычислениях используется метод фазовых экранов, или расщепления по физическим параметрам, при решении уравнения свободной дифракции применяется быстрое преобразование Фурье (БПФ), что позволяет существенно экономить машинное время за счет использования рекуррентных соотношений.

Список литературы

- [1] *Леонтович М.А., Фок В.А.* // ЖТЭФ. 1946. Т. 16. Вып. 7.
- [2] *Загрядская Н.Н.* // Изв. ВНИИГ им. Б.Е.Веденеева. 1984. Т. 170.
- [3] *Harms V.W.* // J. Hydraul. Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. 1979. Vol. 105. N 12. P. 1501-1519.
- [4] *Daetrich K.F.* // Mitt. des Franzius Inst. der Techn. Univer. Hannover. 1978. N. 47.
- [5] *Sommerfeld A.* // Mathematische Annalen. 1896. Bd 47.
- [6] *Крылов Ю.М.* // Тр. ГОИН. 1949. Вып. 16.
- [7] *Алешков Ю.З.* Теория волн на поверхности тяжелой жидкости. Л., 1981.
- [8] *Penny W.C., Price A.T.* // Trans. Amer. Geophys. Union. 1948. Vol. 29. N 4.
- [9] *Mitsui H.U., Murakami H.* Kaigan kogagu koenkai koenshu. Ubersetzung aus Japanisch. 1967. N 14.
- [10] *Загрядская Н.Н.* Определение волнового режима на огражденных акваториях и подходах к ним методом параболического уравнения. Красноярск, 1988.
- [11] *Бурская О.Ю., Натальчишин Г.Д., Полисар А.Б.* Исследования трансформации волн на подходных каналах морских портов. Сб. трудов Черноморнии-проекта № 6. 1978.
- [12] *Методические рекомендации по использованию подводных выемок для защиты акватории от волнения. Черноморнии-проект. 1986. № РД 31.33.*
- [13] *Карпман В.И.* Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973.
- [14] *Ле Меоте Б.* Введение в гидродинамику и теорию волн на воде. Л.: Гидрометеиздат, 1974.
- [15] *Мурти Т.С.* Сейсмические морские волны цунами. Л.: Гидрометеиздат, 1981.
- [16] *Завьялов В.К.* Автореф. дис. Л., 1976.
- [17] *Загрядская Н.Н.* Гидротехническое строительство. 1986. № 3.
- [18] *Berkhoff J.C.W.* // Hydraulics Laboratory. Delft, 1976. P. 163.
- [19] *Ju D.K.P., Mei C.C.* // J. Fluid Mech. 1980. Vol. 99.