

12

©1995 г.

МЕХАНИЧЕСКИ НАГРУЖЕННАЯ МАГНИТНАЯ СИСТЕМА С ПОСТОЯННОЙ АЗИМУТАЛЬНОЙ И ПЕРЕМЕННОЙ ОСЕВОЙ ПЛОТНОСТЯМИ ТОКА

А. П. Дорошенко

Институт физики им. Л. В. Киренского СО РАН,
660036, Красноярск, Россия
(Поступило в Редакцию 8 июля 1993 г.)

Рассматривается резистивная магнитная система, в рабочем канале которой полоидальное поле создается внутренней многослойной обмоткой, имеющей постоянную азимутальную и переменную вдоль радиуса осевую плотность тока. Распределение прямого осевого тока выбирается таким образом, чтобы тангенциальные механические напряжения были одинаковы и равны предельно допустимым для материала обмотки. В области обратного тока осевое токораспределение выбирается из условия минимума тангенциальных механических напряжений при заданном поле в центре. Дается выражение для величины поля в центре магнита, анализируется эффективность системы в зависимости от геометрических размеров секции, создающей полоидальное поле.

Сильное магнитное поле, генерируемое с помощью многовиткового несекционированного соленоида, жестко ограничено предельно допустимыми для материала обмотки механическими напряжениями [1-3]. При заданном поле проблема снижения механических напряжений до предельно допустимых решается секционированием обмотки соленоида. Если каждая секция в отдельности рассчитана на получение магнитного поля B_m , то соленоид, состоящий из n таких коаксиальных секций, способен генерировать суммарное поле [3,4] $B_0 \geq B_m(1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n)$. Гармонический ряд расходится. Следовательно, увеличивая число секций, в принципе B_0 можно получить как угодно большим при неизменных прочностных характеристиках проводника.

Эффективность использования механической прочности материала растет при уменьшении радиальных толщин секций [5]. Оптимальным по минимуму механических напряжений при заданном магнитном поле и размерах является равнонагруженный соленоид, состоящий из коаксиального набора тонкостенных цилиндрических спиралей, механически разделенных между собой. Плотность тока в каждой спирали задается таким образом, чтобы механические напряжения в них были одинаковы и равны предельно допустимым [1,5-7].

Другим способом снижения механических напряжений является применение магнитных полей с бессиловой конфигурацией [8]. Однако чисто бессиловые магниты создать практически невозможно. Даже тороидальные обмотки не могут быть в строгом смысле бессиловыми без поддерживающего внешнего поля, создаваемого обычным механическим нагруженным соленоидом [9]. В магнитной системе с цилиндрической бессиловой обмоткой механически нагруженной является область обратного осевого тока.

Проблема оптимизации осевого токораспределения в этой области по минимуму механических напряжений рассмотрена в работе [8]. В этой работе рассмотрена импульсная магнитная система, в которой скомбинированы оба способа уменьшения усилий, действующих на обмотку длинного соленоида. В рабочем канале этого соленоида полоидальное поле создается бессиловой обмоткой. В области обратного осевого тока, где магнитное поле не является "бессиловым", механические напряжения минимизированы таким же образом, как в равнонагруженных соленоидах, имеющих оптимальное по минимуму механических напряжений распределение азимутального тока. Расчеты показали, что эти напряжения значительно ниже, чем в обычном равнонагруженном соленоиде таких же размеров. Это позволяет существенно увеличить амплитуду индукции при неизменных прочностных характеристиках материала [8].

Таким образом, для получения более высоких полей с помощью многовитковых соленоидов равнонагруженный и бессиловой способы уменьшения механических нагрузок должны дополнять друг друга в единой магнитной системе. Однако энергетическая эффективность такой конструкции, сочетающей бессиловую и равнонагруженный принципы получения сильных магнитных полей, чрезвычайно мала и прежде всего из-за низкого форм-фактора бессиловой обмотки [10,11]. Кроме того, область обратного осевого тока, потребляя мощность, не дает вклада в полоидальное поле, что также снижает общую энергетическую эффективность. Поэтому для использования такого рода конструкций для генерации стационарных и квазистационарных магнитных полей необходимо найти способ повышения форм-фактора. В данной работе рассмотрен один из путей решения этой задачи. Очевидным путем снижения энергозатрат как в бессиловой части обмотки, так и в области обратного тока является уменьшение осевого тока. Если при этом азимутальное токораспределение не изменится, то величина полоидального поля в рабочем канале остается прежней. Однако из-за изменения соотношения азимутальной и осевой компонент плотности тока обмотка, создающая полоидальное поле, перестанет быть "чисто бессиловой". Анализ одной из таких обмоток приведен ниже.

Рассмотрим соленоид, состоящий из достаточно тонких, механически разделенных между собой коаксиальных слоев. Каждый слой состоит из цилиндрической спирали и проводящего цилиндра. Спираль электрически изолирована по внешнему диаметру и вставлена без зазора в цилиндр. Такая конструкция позволяет создавать в обмотке азимутальное и осевое токораспределение отдельно [8,12], что в свою очередь позволяет задавать шаг намотки спиралей произвольно и тем самым регулировать действующие между витками касательные раскручивающие напряжения, которые при достаточно большом шаге могут быть причиной преждевременного разрушения соленоида [2].

Пусть в рассматриваемой обмотке течет ток с постоянной j_φ и переменной вдоль радиуса осевой $j_1(x)$ составляющими $\mathbf{j}(x)$ вектора плотности тока. Распределение осевого магнитного поля $B_z(x)$ в теле обмотки будем аппроксимировать выражением

$$B_z(x) = \mu_0 \lambda r_1 j_\varphi k (\alpha_1 - x), \quad (1)$$

где

$$k = \frac{1}{\alpha_1 - 1} \int_1^{\alpha_1} \frac{\beta(x)}{\sqrt{\beta^2(x) + x^2}} dx, \quad (2)$$

r_1 — внутренний радиус обмотки, $x r_1$ — расстояние от оси соленоида, $r_1 \alpha_1$ — внешний радиус обмотки, λ — коэффициент заполнения, $2r_1 \beta(x)$ — переменная длина обмотки.

Обмотка рассматриваемого соленоида близка к модели свободного витка. Поэтому обусловленные азимутальным током тангенциальные механические напряжения $\sigma_\varphi(x)$ определяются в виде

$$\sigma_\varphi(x) = x r_1 j_\varphi [B_2 + B_z(x)], \quad (3)$$

где

$$B_2 = \mu_0 \lambda r_1 j_\varphi k, \quad (4)$$

и является внешним магнитным полем, которое создается с целью сделать равными механические напряжения $\sigma_\varphi(1)$ и $\sigma_\varphi(\alpha_1)$ соответственно на внутреннем и внешнем радиусах обмотки, т.е.

$$\sigma_\varphi(1) = \sigma_\varphi(\alpha_1) = \sigma_0 = \mu_0 \lambda r_1^2 j_\varphi^2 k \alpha_1. \quad (5)$$

При этом $\sigma_\varphi(x) > \sigma_0$ внутри обмотки ($1 < x < \alpha_1$). Из (1) и (4) суммарное магнитное поле $B_1 = B_z(1) + B_2$ в центре магнита определится в виде

$$B_1 = \mu_0 \lambda r_1 j_\varphi \alpha_1 k. \quad (6)$$

Решая совместно (5) и (6), получаем

$$B_1 = \sqrt{\mu_0 \lambda \sigma_0 k \alpha_1}. \quad (7)$$

Теперь положим в (5) и (7) механическое напряжение σ_0 предельно допустимым для материала обмотки. Тогда для получения магнитного поля B_1 , тангенциальные механические напряжения внутри обмотки не должны превышать σ_0 . Для безопасной работы магнита достаточно, чтобы эти напряжения были постоянны и равны σ_0 . Для выполнения этого условия осевая составляющая $j_1(x)$ вектора плотности тока должна удовлетворять уравнению

$$\sigma_\varphi(x) - \sigma_0 = \mu_0 \lambda r_1^2 j_1(x) \int_1^x t j_1(t) dt. \quad (8)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$j_1(x) = \frac{\sigma_\varphi(x) - \sigma_0}{\left[2\mu_0 \lambda r_1^2 \int_1^x t (\sigma_\varphi(t) - \sigma_0) dt \right]^{1/2}}. \quad (9)$$

Выражение (9) имеет при $x = 1$ устранимую особенность и поэтому может быть переписано следующим образом:

$$j_1(x) = \frac{(\alpha_1 - x)j_\varphi\sqrt{k}}{\left[\alpha_1 - x + \frac{2}{3}(\alpha_1 - 2)(x - 1) - \frac{1}{2}(x - 1)^2\right]^{1/2}}. \quad (10)$$

Функция $j_1(x)$ имеет максимум при $x = 1$, и соответственно модуль $j(x) = \sqrt{j_\varphi^2 + j_1^2(x)}$ вектора плотности тока будет иметь максимальное значение

$$j(1) = j_\varphi\sqrt{k(\alpha_1 - 1) + 1} \quad (11)$$

также при $x = 1$.

В дальнейшем $j(1)$ будем полагать предельно допустимой плотностью тока по тепловым ограничениям.

Суммарный осевой ток i_1 определится выражением

$$i_1 = 2\pi r_1^2 \lambda \int_1^{\alpha_1} x j_1(x) dx. \quad (12)$$

Замыкать осевой ток i_1 будем по внешним коаксиальным тонкостенным цилиндрам, охватывающим обмотку (рис. 1) и выполненным из того же самого проводника, что и обмотка соленоида. Внутренний радиус системы цилиндров полагаем равным $r_1\alpha_1\alpha_2$ (рис. 1). Этот радиус будет являться одновременно внешним для обмотки, создающей магнитное поле B_2 (ее внутренний радиус равен $r_1\alpha_1$).

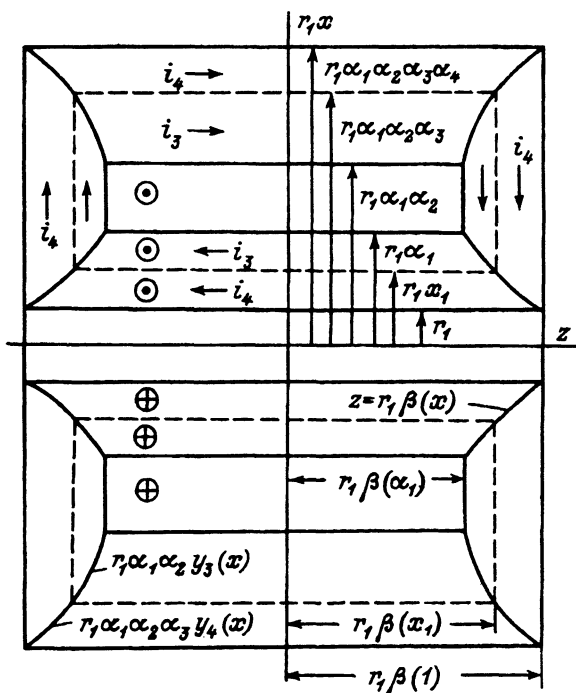


Рис. 1. Осевое сечение магнитной системы.

Система цилиндров обратного тока будет иметь наименьший внешний радиус в том случае, если обусловленные азимутальным магнитным полем тангенциальные механические напряжения в цилиндрах будут одинаковы и равны предельно допустимому значению σ_0 [8]. Для выполнения этого условия плотность тока $j_3(y)$ в цилиндре радиуса $r_1\alpha_1\alpha_2y$ ($y \geq 1$) должна удовлетворять уравнению:

$$\sigma_0 = j_3(y) \left[\frac{\mu_0 i_1}{2\pi} - \mu_0 \lambda r_1^2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \int_1^y t j_3(t) dt \right]. \quad (13)$$

Решение уравнения (13) имеет вид

$$j_3(y) = \frac{\sigma_0}{\left[\left(\frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \right)^2 - \mu_0 \lambda r_1^2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \sigma_0 (y^2 - 1) \right]^{1/2}}. \quad (14)$$

Функция $j_3(y)$ растет и при $y = \alpha_3$, где

$$\alpha_3 = \left\{ \left(\frac{i_1}{2\pi r_1^2 \lambda} \right) \frac{1}{j_\varphi^2 k \alpha_1^3 \alpha_2^2} - \frac{k}{\alpha_1 \alpha_2^2 [k(\alpha_1 - 1) + 1]} + 1 \right\}^{1/2} \quad (15)$$

будет равна, согласно (11), предельно допустимому значению $j(1)$, т.е.

$$j_3(\alpha_3) = j_\varphi \sqrt{k(\alpha_1 - 1) + 1}. \quad (16)$$

Суммарный осевой ток i_3 , протекающий по цилиндрам с радиусами, равными $r_1\alpha_1\alpha_2y$ ($1 \leq y \leq \alpha_3$), определится в виде

$$i_3 = 2\pi r_1^2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \lambda \int_1^{\alpha_3} y j_3(y) dy. \quad (17)$$

Оставшийся осевой ток $i_4 = i_1 - i_3$ определится выражением

$$i_4 = \frac{2\pi r_1^2 j_\varphi k \alpha_1 \lambda}{\sqrt{k(\alpha_1 - 1) + 1}}. \quad (18)$$

Ток i_4 будем пропускать с постоянной и равной $j(1)$ плотностью по цилиндрам с радиусами $r_1\alpha_1\alpha_2\alpha_3y$ ($1 \leq y \leq \alpha_4$), где

$$\alpha_4 = \left[\frac{2k\alpha_1}{[k(\alpha_1 - 1) + 1] \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2} + 1 \right]^{1/2}. \quad (19)$$

Передачу осевого тока от внутренней секции к цилиндрам будем производить с помощью проводящих дисков (аналогичных биттеровским [13]). Диски располагаются с торцов под прямым углом к оси соленоида. Внутренние радиусы дисков убывают, внешние растут по мере удаления дисков от центра соленоида. Длина $2r_1\beta(x)$ обмотки с прямым осевым током — убывающая функция. Длины же цилиндров растут пропорционально их радиусам (рис. 1). Функцию изменения длин

цилиндров будем задавать параметрически $r = r_1 \alpha_1 \alpha_2 y_3(x)$, $z = r_1 \beta(x)$, $1 < x_1 \leq x \leq \alpha_1$ и $r = r_1 \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 y_4(x)$, $z = r_1 \beta(x)$, $1 \leq x < x_1 < \alpha_4$. Здесь z — расстояние от центральной плоскости соленоида, r — текущий радиус (рис. 1). Для определения неизвестных функций $y_3(x)$, $y_4(x)$ и точки x_1 ($1 < x_1 < \alpha_1$) будем использовать следующие граничные условия: $y_3(\alpha_1) = 1$, $y_3(x_1) = \alpha_3$, $y_4(x_1) = 1$, $y_4(1) = \alpha_4$. Из условия равенства элементарных токов, передаваемых от внешних слоев обмотки с прямым осевым током на внутренние цилиндры, следует дифференциальное уравнение

$$x j_1(x) dx = -\alpha_1^2 \alpha_2^2 y_3(x) j_3(y_3(x)) dx. \quad (20)$$

Используя условие $y_3(\alpha_1) = 1$, искомое решение уравнения (20) получаем в виде

$$y_3(x) = \left[1 + \frac{\left(\int_1^{\alpha_1} x j_1(x) dx \right)^2 - \left(\int_1^x t j_1(t) dt \right)^2}{\alpha_1^3 \alpha_2^2 j_\phi^2 k} \right]^{1/2}, \quad (21)$$

где $x_1 \leq x \leq \alpha_1$.

Аналогично из условия $y_4(1) = \alpha_4$ получаем

$$y_4(x) = \left[\alpha_4^2 - \frac{2 \int_1^x t j_1(t) dt}{\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 j_\phi \sqrt{k(\alpha_1 - 1) + 1}} \right]^{1/2}, \quad (22)$$

где $1 \leq x < x_1$.

Из (22), учитывая, что $y_4(x_1) = 1$, получаем для численного определения x_1 следующее уравнение:

$$(x_1 - 1) \left[\alpha_1 - 1 + \frac{2}{3} (\alpha_1 - 2)(x_1 - 1) - \frac{1}{2} (x_1 - 1)^2 \right]^{1/2} = \frac{\alpha_1 \sqrt{k}}{\sqrt{k(\alpha_1 - 1) + 1}}. \quad (23)$$

Теперь оценим силы, разрывающие магнитную систему в осевом направлении. Эти силы будут результатом взаимодействия азимутального поля с током в дисках. Действующая в аксиальном направлении на элементарное кольцо с внутренним радиусом r , внешним $r + dr$ и толщиной $r_1 |\beta'(x)| dx$ сила dF запишется в виде

$$dF = 2\pi r_1^2 \left[\frac{\mu_0 \lambda r_1^2}{r} \int_1^x t j_1(t) dt \right] j_1 x dx dr. \quad (24)$$

После интегрирования выражения (24) сила F_0 , растягивающая магнитную систему в осевом направлении, определится следующим образом:

$$F_0 = \frac{\pi r_1^2 \lambda \sigma_0 Q}{k \alpha_1}, \quad (25)$$

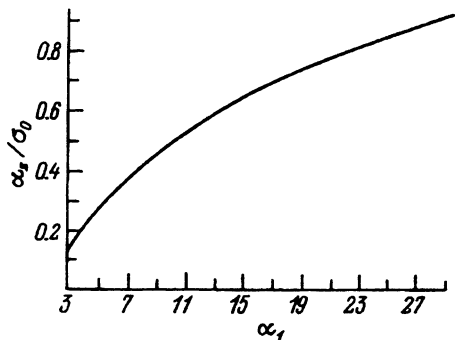


Рис. 2. Зависимость растягивающих осевых механических напряжений от α_1 .

где

$$Q = \frac{J_1 + J_2 - J_3}{j_\varphi^2}, \quad J_1 = \int_{x_1}^{\alpha_1} \ln(\alpha_1 \alpha_2 y_3(x)) d\left(\int_1^x t j_1(t) dt\right)^2,$$

$$J_2 = \int_1^{x_1} \ln(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 y_4(x)) d\left(\int_1^x t j_1(t) dt\right)^2, \quad J_3 = \int_1^{\alpha_1} \ln(x) d\left(\int_1^x t j_1(t) dt\right)^2.$$

Осевое механическое напряжение σ_z , обусловленное силой F_0 , определится следующим образом:

$$\sigma_z = \frac{\pi \lambda r_1^2 \sigma_0 Q}{s k \alpha_1}, \quad (26)$$

где $s = \pi \lambda r_1^2 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \alpha_4^2 + \alpha_1^2 - \alpha_1^2 \alpha_2^2 - 1)$ и является суммой поперечных сечений обмотки с прямым осевым током и проводящих цилиндров (рис. 1).

Зависимость σ_z от нормированного внешнего радиуса α_1 обмотки с прямым осевым током представлена на рис. 2.

Мощность W_0 , потребляемая магнитной системой, определится в виде

$$W_0 = 4\pi r_1^3 \lambda \rho j_\varphi^2 \left(\frac{1}{2} \alpha_1^2 \beta(\alpha_1) (\alpha_1^2 - 1) + I_1 + I_2 + I_3 \right), \quad (27)$$

где ρ — удельное сопротивление,

$$I_1 = \int_1^{\alpha_1} \left[1 + \frac{j_1^2(x)}{j_\varphi^2} \right] x \beta(x) dx,$$

$$I_2 = \int_{x_1}^{\alpha_1} \left[\frac{\alpha_1 j_1^2(x) \beta(x) x}{j_\varphi^2 (x-1) (\alpha_1 - x)} + \frac{x^2 j_1^2(x)}{j_\varphi^2 |\beta'(x)|} \ln \frac{\alpha_1 \alpha_2 y_3(x)}{x} \right] dx,$$

$$I_3 = \int_1^{x_1} \left[\sqrt{k(\alpha_1 - 1) + 1} \beta(x) x \frac{j_1(x)}{j_\varphi} + \frac{x^2 j_1^2(x)}{j_\varphi^2 |\beta'(x)|} \ln \frac{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 y_4(x)}{x} \right] dx.$$

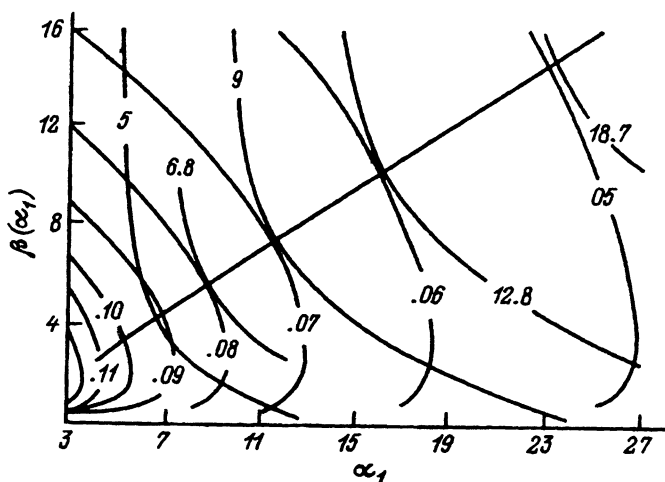


Рис. 3. Линии постоянных значений коэффициента Фабри G и произведения $k\alpha_1$.

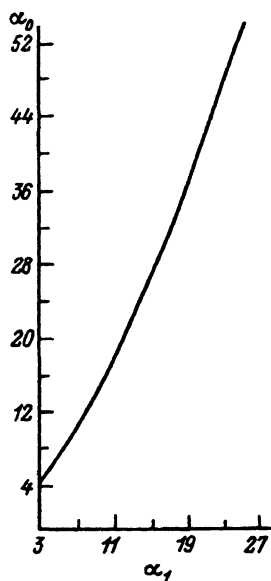


Рис. 4. Нормированный внешний радиус α_0 всей системы как функция от α_1 .

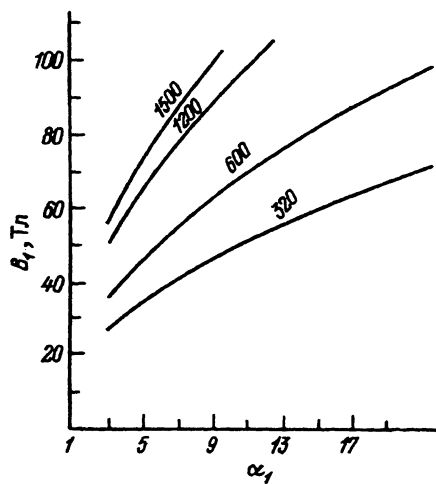


Рис. 5. Зависимость магнитного поля от α_1 для некоторых значений σ_0 (цифры у кривых МПа).

Зависимость магнитного поля B_1 от мощности W_0 определится формулой Фабри

$$B_1 = \mu_0 G_1 \left(\frac{W_0 \lambda}{\rho r_1} \right)^{1/2}, \quad (28)$$

где

$$G_1 = \frac{k \alpha_1}{\sqrt{4\pi}} \left[\frac{1}{2} \alpha_1^2 \beta(\alpha_1) (\alpha_1^2 - 1) + I_1 + I_2 + I_3 \right]^{-1/2}$$

называется коэффициентом Фабри (форм-фактор) и служит для оценки энергетической эффективности бессердечниковых резисторных магнитных систем. Для сравнения эффективности рассматриваемой магнитной системы с известными конструкциями магнитов будем использовать формулу Фабри в более привычном для этой цели виде [13]

$$H = G \left(\frac{W_0 \lambda}{\rho r_1} \right)^{1/2}, \quad (29)$$

где H (Э), r_1 (см), ρ (Ом·см), W_0 (Вт) и $G = \mu_0 G_1 \cdot 10^6$.

Линии постоянных значений коэффициента G и произведения $k\alpha_1$ представлены на рис. 3. Зависимость нормированного внешнего радиуса $\alpha_0 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4$ магнитной системы от α_1 представлена на рис. 4. Зависимость магнитного поля B_1 от α_1 для некоторых значений σ_0 представлена на рис. 5. Из рис. 3 и 5 следует, что магнитные поля порядка 100 Тл могут быть получены в магнитной системе, коэффициент Фабри которой всего лишь в 3–4 раза ниже, чем у оптимального по энергетической эффективности соленоида Кельвина [13]. У бесиловых соленоидов этот параметр в десятки раз меньше [10,11].

В заключение необходимо отметить, что при расчетах функция $\beta(x)$ задавалась в виде

$$\beta(x) = \beta(\alpha_1) + \frac{(\alpha_1 - x)^2}{2(\alpha_1 - 1)} \quad (1 < x < \alpha_1).$$

Нормированный внешний радиус α_2 обмотки, создающей внешнее магнитное поле B_2 , определяется выражением

$$\alpha_2 = \frac{\left(1 + \sqrt{\frac{\beta^2(\alpha_1)}{\alpha_1^2} + 1}\right)^2 e^{\frac{2k}{\beta(\alpha_1)}} - \frac{\beta^2(\alpha_1)}{\alpha_1^2}}{2 \left(1 + \sqrt{\frac{\beta^2(\alpha_1)}{\alpha_1^2} + 1}\right) e^{\frac{k}{\beta(\alpha_1)}}}.$$

Таким образом, в данной работе рассмотрена магнитная система, сочетающая присущие бесиловым и равнонагруженным соленоидам принципы генерирования сильных магнитных полей. Показано, что по форм-фактору эта система существенно превосходит бесиловые обмотки.

Список литературы

- [1] *Игнатченко В.А., Карпенко М.М.* //ЖТФ. 1968. Т. 38. Вып. 1. С. 200-204.
 - [2] *Катругин Ю.К., Дорошенко А.П.* // ПТЭ. 1985. № 5. С. 162-165.
 - [3] *Лагутин А.С., Ожогин В.И.* Сильные импульсные магнитные поля в физическом эксперименте. М.: Энергоатомиздат, 1988. 190 с.
 - [4] *Date M.* // IEEE Trans. on Magn. 1976. Vol. 12. N 3. P. 1024-1029.
 - [5] *Schneider-Muntau H.-J.* // IEEE Trans. on Magn. 1981. Vol. 17. N 3. P. 1775-1778.
 - [6] *Вейсиг Г.С., Дорошенко А.П., Рыбин П.П.* // ЖТФ. 1974. Т. 44. Вып. 3. С. 662-666.
 - [7] *Дорошенко А.П., Катругин Ю.К., Кочаров Н.Г., Хрусталеv В.П.* // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 1. С. 209-211.
 - [8] *Шнеерсон Г.А.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 1. С. 36-43.
 - [9] *Furth H.P., Jardin S.C., Montgomery D.B.* // IEEE Trans. on Magn. 1988. Vol. 24. N 2. P. 1467-1468.
 - [10] *Вейсиг Г.С., Горенко Л.М., Дорошенко А.П. и др.* // Изв. Академии наук СССР. Сер. физ. 1972. Т. 36. № 6. С. 1252-1255.
 - [11] *Коряко В.И., Литвиненко Ю.А.* // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 11. С. 2298-2303.
 - [12] *Shneerson G.A.* // IEEE Trans. on Magn. 1992. Vol. 28. N 1. P. 505-508.
 - [13] *Монтгомери Д.* Получение сильных магнитных полей с помощью соленоидов. М.: Мир, 1971. 359 с.
-