

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОВОДА ИЗ ЖЕСТКОГО СВЕРХПРОВОДНИКА ПРИ ЕГО НАМАГНИЧИВАНИИ В ПОПЕРЕЧНОМ ПОЛЕ

Е.А. Девяткин, И.В. Симонов

Институт проблем механики РАН, Москва, Россия
(Поступило в Редакцию 12 октября 1994 г.)

В сильных магнитных полях действие сил Лоренца на элементы конструкции может вызвать их значительные пластические деформации и/или растрескивание [1]. Помимо того, что деформирование провода влияет на его сверхпроводящие свойства, а растрескивание материалов приводит к ослаблению конструкции, эти процессы при гелиевых температурах сопровождаются значительным с точки зрения устойчивости сверхпроводящей фазы тепловыделением [2,3]. Таким образом, представляет интерес изучение механического поведения сверхпроводящих устройств.

Напряженное состояние отдельных элементов структуры композитных сверхпроводящих магнитных систем изучалось, например, в [4]. Ниже приводится решение задачи о длинном проводе круглого сечения из жесткого сверхпроводника (ЖСП) при его намагничивании в условиях плоской деформации, квазистатического напряженного состояния и малости зоны насыщения.

Цель работы состоит в расчете напряженного состояния провода, определении зон максимальных напряжений и прогнозировании возможности начала хрупкого разрушения или пластического деформирования.

Пусть провод радиуса R из ЖСП без транспортного тока находится под действием сил Лоренца при его намагничивании в однородном поперечном магнитном поле с индукцией $B_a(t)$. В начальный момент времени $t = 0$ магнитное поле однородно во всем пространстве и равно B_0 . При изменении $B_a(t)$ в соответствии с концепцией критического состояния Бина-Лондона, в проводе индуцируется ток с плотностью, равной критической j_c [5]. В областях с границей $R_1(\theta)$, находящейся в критическом состоянии, при положительных и отрицательных значениях y (рис. 1) он течет в противоположных направлениях. Начала декартовой (x, y, z) и цилиндрической (r, θ, z) систем координат находятся на оси провода (ось $0z$); θ — угол между B_0 (ось $0x$) и радиусом-вектором r . Рассмотрим случай, когда размер зоны насыщения мал $|\Delta B| \ll \mu_0 j_c R \simeq B_p$, где $\Delta B = B_a(t) - B_0$, μ_0 — магнитная постоянная, B_p — поле полного проникновения. Напряженное состояние будем считать квазистатическим (т.е. характерное время изменения магнитного поля значительно превосходит время прохода упругой волной расстояния $\simeq R$), относительные магнитные проницаемости окружающей среды и провода близкими к единице, а сверхпроводящий ток распределенным по его поверхности. Запишем решение электродинамической задачи (квазистационарное приближение) в цилиндрических координатах для поля вне провода, удовлетворяющее

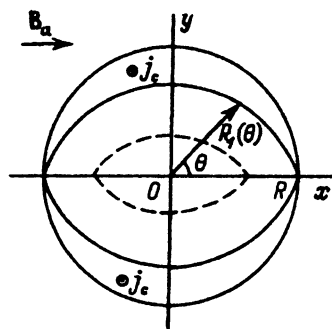


Рис. 1.

при $t > 0$ условиям $B_r|_{r=R} = B_0 \cos \theta$, $B_\theta|_{r=R} = -(B_0 + \Delta B) \sin \theta$ на границе (поверхностный ток экранирует изменения магнитного поля) и $B|_{r \rightarrow \infty} = B_0$ на бесконечности [5]

$$B_r = (B_0(t) - \Delta B(t)\xi^{-2}) \cos \theta,$$

$$B_\theta = -(B_0(t) + \Delta B(t)\xi^{-2}) \sin \theta, \quad \xi = r/R. \quad (1)$$

Уравнение границы области насыщения $R_1(\theta)$ определяется из решения (1) и условия скачка касательной компоненты вектора \mathbf{B}

$$R_1(\theta) = R - 2\Delta B(t)|\sin \theta|/(\mu_0 j_c).$$

Нагрузку на поверхность провода вычислим, используя максвелловский тензор натяжений. Для поверхности с внешней нормалью \mathbf{n} i -компонента нагрузки определяется разностью этих тензоров $(S_{ik}^{(e)} - S_{ik}^{(i)})n_k$ (по индексу k производится суммирование) по обе стороны от нее [6]. Запишем их в виде

$$S_{ik}^{(e)} = \mu_0^{-1} \left(B_i B_k - \frac{B^2}{2} \delta_{ik} \right), \quad S_{ik}^{(i)} = \mu_0^{-1} \left(b_i b_k - \frac{b^2}{2} \delta_{ik} \right), \quad (2)$$

где δ_{ik} — символ Кронекера.

Векторы индукции магнитного поля \mathbf{b} и \mathbf{B} на границе раздела внутри и вне провода определяются выражениями

$$B_r = b_r = B_0 \cos \theta, \quad b_\theta = -B_0 \sin \theta, \quad B_\theta = -(B_0 + 2\Delta B) \sin \theta. \quad (3)$$

С учетом (2) и (3) для нормальной σ_n и касательной σ_τ компонент нагрузки получаем следующие выражения:

$$\sigma_n = -\frac{2}{\mu_0} \Delta B (\Delta B + B_0) \sin^2 \theta, \quad \sigma_\tau = -\frac{B_0}{\mu_0} \Delta B \sin 2\theta. \quad (4)$$

Система сил, действующих на боковую поверхность провода, самоуравновешена.

Из общего решения Мичелла [7] для функции напряжений Эри первой основной задачи теории упругости находим напряжения, обусловленные нагрузкой (4),

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= -2 \sin^2 \theta, & \sigma_{\theta\theta} &= (2\beta\xi^2 - 1) \cos 2\theta - 1, \\ \sigma_{zz} &= 2\nu(\beta\xi^2 \cos 2\theta - 1), & \sigma_{r\theta} &= (\beta\xi^2 - 1) \sin 2\theta.\end{aligned}\quad (5)$$

Здесь напряжения нормированы на величину $\Delta B(\Delta B + B_0)/\mu_0$, $\beta = \Delta B/(\Delta B + B_0)$, ν — коэффициент Пуассона. Отсутствие магнитного поля в начальный момент времени ($B_0 = 0$ при $t = 0$) приводит к отсутствию касательной нагрузки, $\beta = 1$ и правые части уравнений (5) от времени не зависят. Такое же распределение напряжений возникает в цилиндрическом образце СП I рода, помещенном в статическое магнитное поле B_0 при нормировке на величину B_0^2/μ_0 [8].

Таким образом, напряженное состояние цилиндрического образца СП I рода в постоянном однородном поперечном магнитном поле (или образца из нормального металла в условиях сильного скин-эффекта), когда касательная составляющая нагрузки на его боковой поверхности отсутствует, и образца из ЖСП в переменном поле в условиях малости зоны насыщения, когда она имеется, описывается одними и теми же уравнениями с той лишь разницей, что в последнем случае при ξ^2 появляется функция времени $\beta(t)$.

Ненормированные главные нормальные и касательные напряжения равны

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= -\frac{2}{\mu_0} \Delta B^2(t) \xi^2 \sin^2 \theta, & \sigma_2 &= -\frac{2}{\mu_0} \Delta B(t) \left[(1 - \xi^2 \cos^2 \theta) \Delta B(t) + B_0 \right], \\ \sigma_3 &= -\frac{2\nu}{\mu_0} \Delta B(t) \left[(1 - \xi^2 \cos 2\theta) \Delta B(t) + B_0 \right], \\ |\tau_1| &= \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} = \mu_0^{-1} \left| \Delta B(t) \left[(1 - \xi^2) \Delta B(t) + B_0 \right] \right|, \\ |\tau_2| &= \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} = \mu_0^{-1} |\nu \Delta B(t)| \left| \left[1 - \xi^2 (\nu^{-1} \sin^2 \theta + \cos 2\theta) \right] \Delta B(t) + B_0 \right|, \\ |\tau_3| &= \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2} = \mu_0^{-1} |\Delta B(t)| \left| \left[1 - \nu - \xi^2 (\cos^2 \theta - \nu \cos 2\theta) \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \Delta B(t) + (1 - \nu) B_0 \right|.\end{aligned}\quad (6)$$

Из выражений (6) видно, что только при понижении поля в проводе возникают растягивающие напряжения. Максимальным растягивающим главным нормальным напряжением является компонента σ_2 . В центре провода и при $\theta = \pm\pi/2$ она достигает величины $B_0^2/(2\mu_0)$ при уменьшении поля до значения, равного половине первоначального ($\Delta B = -B_0/2$). Главное напряжение σ_2 на поверхности провода при

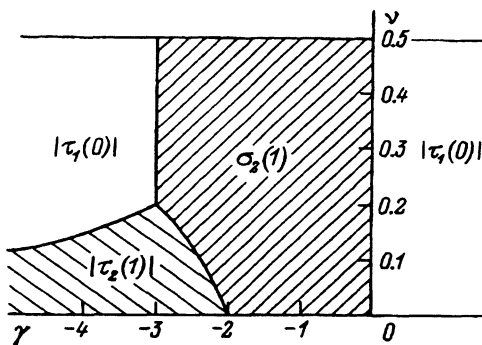


Рис. 2.

$\theta = 0, \pi$ всегда больше ($\Delta B \neq 0$) напряжения в его центре и равно $\sigma_2(1) = -2B_0\Delta B(t)/\mu_0$.

Сравнение величин главных напряжений (6) показывает, что в зависимости от значений параметров ν и $\gamma = \Delta B/B_0$ максимальными могут быть напряжения на поверхности провода ($\xi = 1$) $\sigma_2(1)$ при $\theta = 0, \pi$ ($\Delta B < 0$), $|\tau_2(1)|$ и $|\tau_3(1)|$ при $\theta = \pm\pi/2$, $|\tau_1(1)|$ и в его центре ($\xi = 0$) при $|\tau_1(0)|$. На рис. 2 в пространстве параметров (ν, γ) показаны области, в которых эти напряжения максимальны. В возрастающем поле ($\gamma > 0$) главные нормальные напряжения сжимающие, а максимальной сдвиговой компонентой является $|\tau_1(0)| = |\gamma(\gamma + 1)|$; в уменьшающемся поле ($\gamma < 0$) максимум растягивающих напряжений достигается на поверхности провода при $\theta = 0, \pi$ $\sigma_2(1) = -2\gamma$ (нормировка на величину B_0^2/μ_0). При дальнейшем понижении поля в зависимости от величины параметра ν максимальны указанные на рис. 2 касательные напряжения. При $|\Delta B| \ll B_0$ напряженное состояние можно считать однородным и $\sigma_2 \approx \sigma_3/\nu \approx -2B_0\Delta B(t)/\mu_0$, $|\tau_1| \approx |\tau_2|/\nu \approx |\tau_3|/(1 - \nu) \approx B_0\Delta B(t)/\mu_0$, т.е. в зависимости от знака ΔB имеем однородное растяжение или сжатие вдоль оси, перпендикулярной направлению поля (ось Oy). В упругой области полученное решение при известной зависимости критической плотности тока от деформации позволяет оценить изменения j_c в намагниченном проводе.

Покажем, что начала процессов пластического деформирования и разрушения могут предшествовать возникновению термомагнитной неустойчивости в проводе. СП стабилен относительно малых возмущений температуры T , если ΔB и размер области, в которой может протекать ток с плотностью j_c , меньше предельных величин $B_j = \alpha(\mu_0 j_c C / |\partial j_c / \partial T|)^{1/2}$ и $L_j = \alpha(C / (\mu_0 j_c |\partial j_c / \partial T|))^{1/2}$, где коэффициент $\alpha \approx 1$ и зависит от геометрии образца, C — теплоемкость единицы объема. Для типичных низкотемпературных ЖСП $B_j \approx 1-3 \cdot 10^{-1}$ Тл и $L_j \approx 10^{-5} - 10^{-4}$ м [5]. Таким образом, рассмотренное приближение справедливо при $a \ll R$, $a < L_j$ и $|\Delta B| < B_j$. Толщина слоя, находящегося в критическом состоянии, $a = 2|\Delta B|/(\mu_0 j_c)$ при $|\Delta B| = 0.3$ Тл и $j_c = 10^{10}$ А/м² составляет около $5 \cdot 10^{-5}$ м. При таком перепаде индукции магнитного поля и $B_0 = 30$ Тл имеем однородное напря-

женное состояние ($|\Delta B| \ll B_0$) и $|\sigma_2| \approx |\sigma_3|/\nu \approx 1.4 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2$. Для сравнения пределы упругости и прочности на разрыв при гелиевых температурах такого хрупкого низкотемпературного СП, как станидия ниобия (Nb_3Sn), составляют $\sigma_{0.2} = 3 \cdot 10^8 \text{ н/м}^2$ и $\sigma_b = 5-6 \cdot 10^8 \text{ н/м}^2$, что выше возникающих в проводе напряжений. Однако эти напряжения превосходят предел прочности на разрыв термообработанных иттриевых волокон диаметром $1.5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, равный 10^6 н/м^2 [10]. При том же значении $|\Delta B|$ он достигается в поле с индукцией всего около 2 Тл. Некоторые высокотемпературные СП по своим сверхпроводящим свойствам превосходят такие низкотемпературные, как Nb_3Sn , Nb-Ti и др.; при гелиевых температурах уже достигнуты плотности тока $2.2 \cdot 10^9 \text{ А/м}^2$ при индукции 30 Тл и $5 \cdot 10^{11} \text{ А/м}^2$ при 8 Тл [9,11]. С повышением температуры B_j и L_j увеличиваются. Возьмем для высокотемпературных СП $C \simeq 10^5-10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}$ ($T \approx 100 \text{ К}$) [12], получим $B_j = \mu_0 j_c L_j \simeq \alpha(\mu_0 C T)^{1/2} \approx 4-11 \text{ Тл}$. Уменьшение поля $B_0 = 30 \text{ Тл}$ на величину $|\Delta B| = 10 \text{ Тл}$ дает $\sigma_2 = 5 \cdot 10^8 \text{ н/м}^2$, что составляет предел прочности на разрыв многих материалов.

Таким образом, уже в начале процесса намагничивания достаточно толстого провода ЖСП тепловыделение в нем за счет пластического деформирования и/или дефектообразования может предшествовать скачку магнитного потока.

Напряжения в "невоздействующих" волокнах и жилах ЖСП, находящихся в проводе из композитного СП, из-за действия на них матрицы будут ниже рассчитанных, а наличие в проводе "взаимодействия", температурных напряжений и дефектов может повысить локальные напряжения.

Приведенные выше оценки указывают на возможные трудности использования проводов из высокотемпературных ЖСП в сильных полях, связанные не только с термомагнитной неустойчивостью, но и с механическими диссипативными процессами, происходящими в них.

Список литературы

- [1] Уилсон М. Сверхпроводящие магниты. М.: Мир, 1985. 407 с.
- [2] Pasztor S., Schmidt C. // J. Appl. Phys. 1978. Vol. 49. N 2. P. 886-899.
- [3] Iwasa V. // Cryogenics. 1985. Vol. 25. N 6. P. 304-306.
- [4] Bobrov E.S., Williams J.E.S., Iwasa V. // Ibid. P. 307-316.
- [5] Гуревич А.В., Минц Р.Г., Разманов А.Л. Физика композитных сверхпроводников. М.: Наука, 1987. 240 с.
- [6] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 623 с.
- [7] Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
- [8] Девяткин Е.А., Симонов И.В. // ПММ. 1990. Т. 54. № 4. С. 652-657.
- [9] Михайлов В.П., Бурханов Г.С. // ФНТ. 1991. Т. 17. № 11-12. С. 1483-1488.
- [10] Goto T., Horiba I. // Jap. J. Appl. Phys. Lett. 1987. Vol. 26. N 12. P. 1970-1972.
- [11] Roas B., Schults L. // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64. N 4. P. 479-482.
- [12] Бочковая Г.Ю., Волошин В.А. // Обзоры по высокотемпературной сверхпроводимости. М., 1990. Вып. 3. С. 36-94.