

01;03

©1995 г.

О НЕКОТОРЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ ЭЛЕКТРОДИСПЕРГИРОВАНИЯ ЖИДКОСТИ

С.О.Ширяева, А.И.Григорьев

Ярославский государственный университет,
150000, Ярославль, Россия
(Поступило в Редакцию 3 августа 1994 г.)

На основе анализа уравнения баланса сил в перетяжке, связывающей отрывающуюся дочернюю каплю с родительской при электрогидродинамическом диспергировании жидкости, анализируется влияние на процесс электродиспергирования таких контролируемых в экспериментах физических факторов, как давление, под которым жидкость подается в разрядную систему, прикладываемая к разрядной системе разность потенциалов и наличие внешнего электростатического поля.

1. В связи с многочисленными физическими, техническими и технологическими задачами [1,2] важной представляется проблема расчета параметров электрогидродинамического диспергирования жидкости с мениска на торце капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему. Представляет интерес и изучение закономерностей распада сильно заряженных капель и незаряженных капель во внешних электростатических полях большой напряженности вследствие реализации неустойчивости их поверхности по отношению к собственному и индуцированному зарядам [2-4]. Сам расчет размеров и зарядов капелек, образующихся в вышеперечисленных ситуациях, основан на принципе наименьшего действия (или на принципе минимальной скорости рассеяния энергии Онзагера) и сводится к минимизации по размеру и заряду эмиттированной капельки изменения энергии системы в единичном акте эмиссии [2-4]. Однако эта процедура дает лишь два уравнения для отыскания трех неизвестных величин (радиуса капельки r , ее заряда q и расстояния x) от поверхности мениска, на котором находится капелька в момент разрыва перетяжки, связывающей ее с мениском.

Расстояние x является важной характеристикой процесса, так как определяет величину заряда, получаемого капелькой, а следовательно, и ее размера [2-4]. Поэтому система двух уравнений, получающихся на основе принципа наименьшего действия, дополняется уравнением баланса сил в перетяжке в момент ее разрыва [2-4]. Как показано в [6,7],

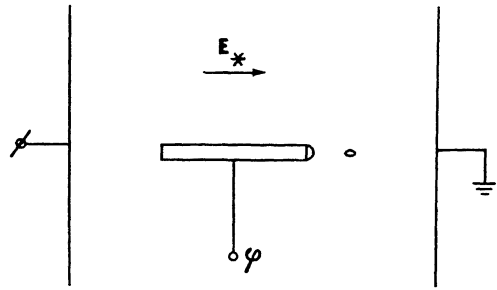


Рис. 1. Схема идеализированной разрядной системы, для которой проводится анализ.

это уравнение играет весьма важную роль в понимании процесса электродиспергирования и может быть положено в основу классификации наблюдаемых режимов. Представляется интересным и полезным для лучшего понимания физических процессов, реализующихся при электродиспергировании жидкостей, сравнить между собой особенности отрыва капли от мениска в трех вышеупомянутых ситуациях: 1) при электродиспергировании жидкости с торца капилляра, 2) при рэлеевском распаде сильно заряженной капли, 3) при электростатическом распаде незаряженной капли во внешнем электростатическом поле.

2. Для анализа обсуждаемого явления сформулируем задачу в наиболее общем виде так, чтобы все три вышеупомянутые предельные ситуации электродиспергирования входили в нее как частные случаи. Для этого рассмотрим процесс стационарного диспергирования идеальной проводящей жидкости с вершины мениска на торце поддерживаемого при высоком потенциале капилляра, по которому жидкость подается в идеализированную разрядную систему (схематически представленную на рис. 1), под действием электрических сил и силы гидродинамического давления \mathfrak{F} .

Имея в виду качественное исследование физических особенностей явления электродиспергирования жидкости, форму капилляра с мениском жидкости на торце будем моделировать сильно вытянутым сфероидом с эксцентриситетом $e = \sqrt{1 - r_k^2 / (0.5 \cdot l + r_k)^2}$, где r_k и l — радиус и длина капилляра, что позволит использовать в дальнейшем анализе известные аналитические выражения для распределения электрического поля в окрестности сфероида (в окрестности мениска, с которого происходит эмиссия капелек, и в окрестности самой эмиттируемой капельки) [8]. Пусть капилляр поддерживается при потенциале φ , а напряженность электростатического поля между пластинами плоских противоэлектродов разрядной системы есть E_* . Величину электрического поля в окрестности вершины мениска, с которого идет эмиссия капелек, будем считать суперпозицией полей заряженного сфероида и незаряженного сфероида, поляризованного в E_* .

Несложно видеть, что при $\mathfrak{F} = 0$, $E_* = 0$ получается задача о расчете закономерностей рэлеевского распада сильно заряженной капли [3], при $\mathfrak{F} = 0$, $\varphi = 0$ — задача о распаде незаряженной капли в однородном внешнем электростатическом поле [4] и, наконец, полагая $E_* = 0$ и раздвигая плоские электроды на такое расстояние, чтобы можно было пренебречь их влиянием на величину поля у вершины мениска, приходим к задаче о расчете размеров и зарядов капелек, эмиттируемых с мениска на торце капилляра в постановке [5].

3. Выпешим выражение для изменения энергии системы, произошедшего в результате эмиссии с вершины мениска одной (или двух для случаев распада изолированной сильно заряженной капли или незаряженной капли в однородном электростатическом поле) капли с радиусом r и зарядом q , форму которой будем считать близкой к сферической с некоторым эксцентриситетом e_0 (это предположение тем более правомочно, чем с большей степенью точности выполняется неравенство $r/r_k \ll 1$)

$$\begin{aligned} \Delta F = & 4\pi\sigma R^2 \left[\left(1 - \frac{\Delta R(r)}{R}\right)^2 - 1 \right] A(e) + n4\pi\sigma r^2 A(e_0) + \\ & + \frac{Q^2}{2R} \left[\frac{\left(1 - \frac{\Delta Q(q)}{Q}\right)^2}{\left(1 - \frac{\Delta R(r)}{R}\right)^2} - 1 \right] B(e) + n\frac{q^2}{2r} B(e_0) + \\ & + n\frac{qQ}{R} \frac{\left(1 - \frac{\Delta Q(q)}{Q}\right)}{\left(1 - \frac{\Delta R(r)}{R}\right)} K(e, \nu) + nqE_*R \left(1 - \frac{\Delta R(r)}{R}\right) \Omega(e, \nu) + \\ & + \frac{1}{6} E_*^2 R^3 \left[\left(1 - \frac{\Delta R(r)}{R}\right)^3 - 1 \right] L(e) + n\frac{1}{6} E_*^2 T_E^2(e, \nu) r^3 L(e_0) + \\ & + n\frac{1}{6} \frac{Q^2}{R^4} \frac{\left(1 - \frac{\Delta Q(q)}{Q}\right)^2}{\left(1 - \frac{\Delta R(r)}{R}\right)^4} T_Q^2(e, \nu) r^3 L(e_0) + n\frac{2}{3} \pi \rho V^2 r^3. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ и σ — плотность и поверхностное натяжение жидкости; V — скорость капельки в момент отрыва от капилляра; Q — эффективный заряд на капле или на капилляре, зависящий в последнем случае от емкости и потенциала, под которым поддерживается капилляр; R — радиус сферы, равновеликой по объему капле или капилляру;

$$A(e) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 - e^2} + \frac{1}{e} \arcsin e \right] (1 - e^2)^{-1/6};$$

$$T_Q(e, \nu) = (\nu^2 - e^2)^{-1} (1 - e^2)^{2/3}; \quad T_E(e, \nu) = 1 - \frac{\operatorname{arth} \frac{e}{\nu} - e\nu(\nu^2 - e^2)^{-1}}{\operatorname{arth} e - e};$$

$$B(e) = \frac{1}{e} (1 - e^2)^{1/3} \operatorname{arth} e; \quad K(e, \nu) = \frac{1}{e} (1 - e^2)^{1/3} \operatorname{arth} \frac{e}{\nu};$$

$$\Omega(e, \nu) = \frac{e(\nu - 1) - \nu \operatorname{arth} (e(\nu - 1)(\nu - e^2)^{-1})}{(1 - e^2)^{1/3} (\operatorname{arth} e - e)}; \quad \frac{\Delta Q(q)}{Q} = n\frac{q}{Q};$$

$$L(e) = -\frac{e^3}{(1 - e^2)(\operatorname{arth} e - e)}; \quad Q = \frac{\varphi r_k}{\frac{1}{e} (1 - e^2)^{1/2} \operatorname{arth} e};$$

$$R = r_k (1 - e^2)^{-1/6} \equiv r_k C(e); \quad \frac{\Delta R(r)}{R} = 1 - \left(1 - n\frac{r^3}{R^3}\right)^{1/3},$$

где $(\nu - 1)$ — безразмерное расстояние между поверхностью мениска и центром отрывающейся капли, выраженное в долях a ; $a = (l/2 + r_k) = r_k(1 - e^2)^{-1/2}$ — большая полуось сфероида, которым моделируется капилляр или капля; $\Delta R(r)$ и $\Delta Q(q)$ — изменение радиуса и заряда родительской капли, произошедшее в результате эмиссии дочерних капелек: n — количество дочерних капелек, эмиттируемых родительской каплей в результате каждого акта эмиссии ($n = 1$ для случая эмиссии с капилляра, $n = 2$ для распада сильно заряженной капли или незаряженной капли в сильном внешнем электростатическом поле).

Выражение (1) для полного изменения энергии ΔF складывается из следующих составляющих: 1-е и 2-е слагаемые представляют собой изменение энергии сил поверхностного натяжения большой и маленьких капелек; 3-е и 4-е — изменение собственной электростатической энергии большой и маленьких капелек; 5-е и 6-е — энергии взаимодействия зарядов маленьких капелек с зарядом большой капли и с внешним полем; 7-е — изменение энергии внешнего поля, вызванное изменением размеров родительской капли; 8-е и 9-е — изменение энергии суммарного электрического поля, вызванное появлением маленьких капелек; 10-е — кинетическая энергия маленьких капелек.

Как следует из физического смысла задачи, основными переменными, характеризующими процесс диспергирования, являются радиус эмиттируемой капли r , через который выражается стационарный поток массы, и заряд капли q , через который выражается стационарный электрический ток. Минимизируя выражение (1) по r и q и вводя безразмерные величины

$$X = \frac{r}{r_k}; \quad Y = \frac{q}{Q + E_* r_k^2}, \quad W^2 = \frac{Q^2}{16\pi\sigma r_k^3}, \quad w^2 = \frac{E_* r_k^2}{16\pi\sigma},$$

$$\mu^2 = \frac{\rho V^2 r_k}{\sigma}, \quad \Delta \tilde{F} = \frac{\Delta F}{4\pi\sigma r_k^2},$$

из условий

$$\frac{\partial(\Delta \tilde{F})}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial(\Delta \tilde{F})}{\partial Y} = 0$$

получим уравнения для нахождения безразмерных радиуса X и заряда Y эмиттируемой капли

$$\begin{aligned} & -(1 - \Xi(X))A(e)C^{-2}(e)\frac{d\Xi}{dX} + nXA(e_0) + W^2\frac{(1 - \gamma(Y))^2}{(1 - \Xi(X))^2}C(e)B(e)\frac{d\Xi}{dX} - \\ & - n(W + w)^2Y^2X^{-2}B(e_0) + n2W(W + w)Y\frac{(1 - \gamma(Y))}{(1 - \Xi(X))^2}C(e)K(e, \nu)\frac{d\Xi}{dX} - \\ & - n2w(W + w)YC^{-1}(e)\Omega(e, \nu)\frac{d\Xi}{dX} - w^2(1 - \Xi(X))^2L(e)C^{-3}(e)\frac{d\Xi}{dX} + \\ & + nw^2X^2T_E^2(e, \nu)L(e_0) + nW^2X^2\frac{(1 - \gamma(Y))^2}{(1 - \Xi(X))^4}C^4(e)T_Q^2(e, \nu)L(e_0) + \\ & + n\frac{4}{3}W^2X^3\frac{(1 - \gamma(Y))^2}{(1 - \Xi(X))^5}C^4(e)T_Q^2(e, \nu)L(e_0)\frac{d\Xi}{dX} = 0; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
& -W^2 \frac{(1 - \gamma(Y))}{(1 - \Xi(X))} C(e) B(e) \frac{d\gamma}{dY} + n(W + w)^2 Y X^{-1} B(e_0) + \\
& + nW \cdot (W + w) \frac{C(e) K(e, \nu)}{(1 - \Xi(X))} \left[(1 - \gamma(Y)) - Y \frac{d\gamma}{dY} \right] + \\
& + nw \cdot (W + w) (1 - \Xi(X)) \Omega(e, \nu) C^{-1}(e) - \\
& - n \frac{1}{3} W^2 X^3 \frac{(1 - \gamma(Y))}{(1 - \Xi(X))^4} C^4(e) T_Q^2(e, \nu) L(e_0) \frac{d\gamma}{dY} = 0, \quad (3)
\end{aligned}$$

где

$$\Xi(X) = 1 - (1 - nC^3(e)X^3)^{1/3}; \quad \gamma(Y) = n(1 + wW^{-1})Y;$$

$$\frac{d\Xi}{dX} = nX^2(1 - nC^3(e)X^3)^{-2/3}C^3(e); \quad \frac{d\gamma}{dY} = n(1 + wW^{-1}).$$

В систему уравнений (2), (3) кроме внешних параметров процесса μ^2 , w и W , характеризующих влияние гидродинамических и электрических сил, соответственно входят и неопределенные пока величины ν и e_0 .

4. Величину расстояния ν для проводимого качественного анализа оценим (в рамках модели Рэлея) из условия баланса сил, действующих на эмиттируемую каплю в момент ее отрыва от вершины мениска — лапласовской силы, удерживающей каплю, и суммы электростатической силы и силы гидродинамического давления, отрывающих ее,

$$f_0 = 2\pi r_n \sigma - \left(Eq + \frac{mV_0}{\tau} \right) = 0, \quad (4)$$

где r_n — радиус перетяжки, связывающей каплю с мениском в момент отрыва; E — напряженность суммарного электрического поля в окрестности капли (поле считается совпадающим с полем в окрестности сильно вытянутого сфероида с эксцентриситетом e и зарядом Q , помещенного в однородное электростатическое поле E_* ; V_0 — скорость движения жидкости по капилляру; τ — характерное время формирования и отрыва одной капли — период эмиссии; m — масса эмиттируемой капельки.

Для конкретизации физической модели примем период эмиссии τ равным времени, за которое из капилляра со скоростью V_0 истекает количество жидкости, уносимое отрывающейся каплей, и введем еще два безразмерных параметра: $\alpha = r_n/r(1 - e_0^2)^{1/6}$ — отношение радиуса перетяжки к малой полуоси отрывающейся капли и $k = V_0^2/V^2$ — отношение квадрата скорости движения жидкости по капилляру к квадрату скорости капли в момент отрыва ($k \leq 1$). Из-за проблематичности корректной теоретической оценки величин этих параметров их значения $\alpha = 0.9$, $k = 0.01$ определим из требования наилучшего соответствия расчетных данных результатам экспериментальных работ [3].

Переходя в условиях баланса сил (4) к безразмерным переменным, получим уравнение для расчета расстояния ν

$$f = \frac{1}{8}\alpha(1 - e_0^2)^{1/6}X - \frac{k\mu^2}{16X} - Y(W + w) \times \\ \times \left[WC^2(e) \frac{(1 - \gamma(Y))}{(1 - \Xi(X))^2} T_Q(e, \nu) + wT_E(e, \nu) \right] = 0, \quad (5)$$

где

$$f \equiv \frac{f_0}{16\pi\sigma r}.$$

Для замыкания системы уравнений (2), (3), (5) необходимо определить и эксцентриситет отрывающейся капельки e_0 . С этой целью примем, что время гидродинамической релаксации поверхности жидкого мениска τ_p много меньше характерного времени существования ($\sim r_k$) смещения эмиттированной капли $\tau_{см} \sim r_k/V$. При выполнении условия $\tau_p \ll \tau_{см}$, если размер эмиттированной капельки много меньше радиуса капилляра ($r \ll r_k$), эксцентриситет e_0 можно рассчитывать по формулам, определяющим равновесное значение эксцентриситета заряженной капли во внешнем однородном электростатическом поле [2],

$$e_0^2 = 9w_*^2(1 - W_*^2), \quad (6)$$

где

$$w_*^2 \equiv \frac{E^2 r}{16\pi\sigma} = X \left(WC^2(e) T_Q(e, \nu) + wT_E(e, \nu) \right)^2, \\ W_*^2 \equiv \frac{q^2}{16\pi\sigma r^3} = \frac{Y^2}{X^3} (W + w)^2,$$

w_* — параметр Тейлора и W_* — параметр Рэля для эмиттированной капли, характеризующие ее устойчивость по отношению к внешнему электростатическому полю E и собственному заряду q соответственно.

5. Из системы (2), (3), (5), (6) можно рассчитать зависимость результирующей силы $f = f(\nu)$, действующей на капельку в момент разрыва перетяжки, от величины расстояния $(\nu - 1)$, на котором находится центр капли от мениска, при различных значениях внешних параметров μ^2 , w^2 и W^2 . На рис. 2-4 приведены соответствующие зависимости для всех трех предельных ситуаций, рассчитанные при различных значениях отличных от нуля безразмерных физических параметров. На рис. 2 представлены результаты расчетов для случая электродиспергирования жидкости с торца капилляра (эта ситуация реализуется в расчетах при $w = 0$, $n = 1$, $\Xi = 0$, $\gamma = 0$, $d\Xi/dX = 0$, $d\gamma/dY = 0$), на рис. 3 — для рэлеевского распада сильно заряженной капли (эта ситуация реализуется при $w = 0$, $\mu = 0$, $n = 2$, $C(e) = 1$), на рис. 4 — для электростатического распада незаряженной капли в однородном внешнем электростатическом поле (эта ситуация реализуется при $W = 0$, $\mu = 0$, $n = 2$, $C(e) = 1$). Выше оси абсцисс находится геометрическое место точек значений функции $f(\nu)$, в которых отрыв дочерней капельки от родительской невозможен. Сравнение приведенных на этих рисунках кривых показывает, что роль давления, под которым жидкость подается по капилляру, характеризующегося опосредованно через V величиной параметра μ^2 , весьма велика.

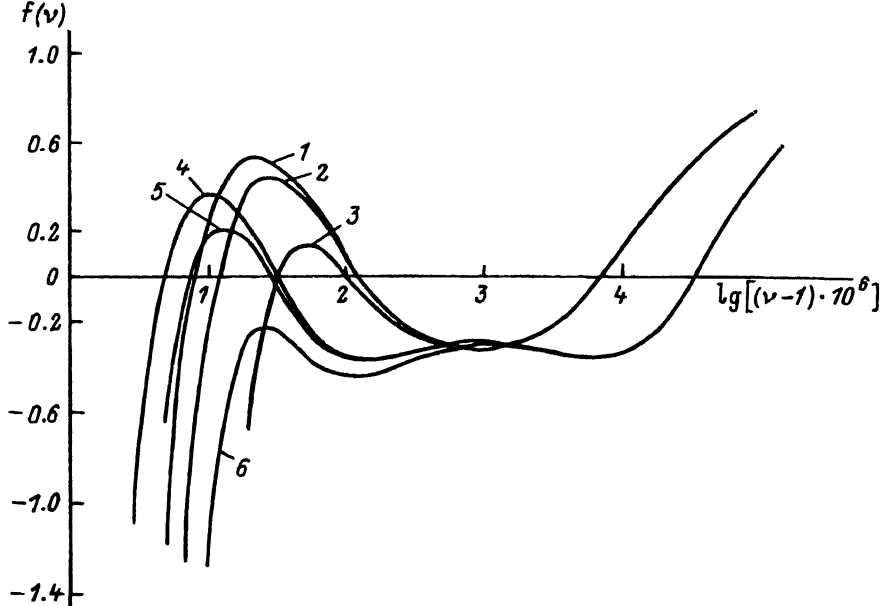


Рис. 2. Зависимость равнодействующей всех сил, действующих на каплю, отрывающуюся от жидкого мениска при электродиспергировании жидкости с торца капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему, от безразмерного расстояния между торцом капилляра и центром отрывающейся капли ν при $\alpha = 0.9$ и фиксированных значениях безразмерных параметров: μ , характеризующего давление в капилляре, и W , характеризующего разность потенциалов, прикладываемую к разрядной системе.

1-3 — $W^2 = 100$, 4-6 — 300; 1, 4 — $\mu^2 = 5 \cdot 10^{-4}$; 2, 5 — 10^{-3} ; 3, 6 — $5 \cdot 10^{-2}$.

С одной стороны, именно благодаря наличию отличного от нуля давления \mathfrak{F} первый прилегающий к оси ординат на рис. 3 и 4 потенциальный барьер (горб на кривых $f = f(\nu)$) сдвигается вправо, что приводит к появлению доступной для диспергирования области значений $f(\nu)$ при малых значениях $(\nu - 1)$ (т.е. в непосредственной близости от поверхности жидкого мениска), которое и обуславливает возможность функционирования таких устройств, как жидкометаллические источники ионов (ЖМИИ) [1,5]. Следует отметить, однако, что появление в ЖМИИ потока жидкости к эмиссионному выступу на вершине мениска обусловлено действием на вершину мениска весьма значительного отрицательного электростатического давления, приводящего в движение рабочую жидкость. Представляется, что именно отличному от нуля значению величины μ^2 явление электрогидродинамического диспергирования жидкости с мениска на торце капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему, обязано наблюдаемым в экспериментах разнообразием режимов [9] (см. также [6,7]).

С другой стороны, увеличение давления в капилляре приводит к снижению высоты первого горба (потенциального барьера), а при некоторой величине параметра μ^2 (при фиксированном W^2) и к его исчезновению. Кривая зависимости между параметрами W^2 и μ^2 , при которых исчезает этот потенциальный барьер, приведена на рис. 5.

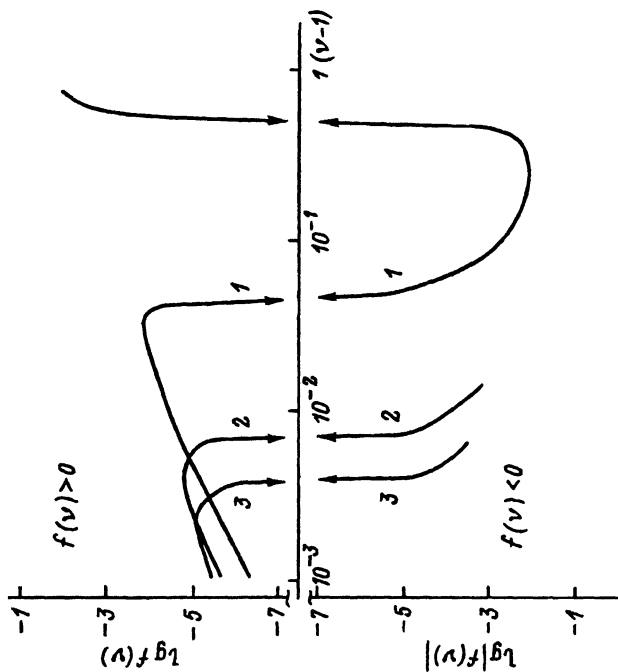


Рис. 3. Зависимость равнодействующей всех сил, действующих на дочернюю капелку, отрывающуюся от родительской капли при ее электростатическом распаде вследствие реализации неустойчивости по отношению к собственному заряду, от безразмерного отношения между поверхностью родительской капли и центром отрывающейся капелки ($\nu - 1$) при $\alpha = 0.9$, $e^2 = 0.7$ и фиксированных значениях безразмерного параметра W^2 , характеризующего заряд капли.
1 — $W^2 = 1$, 2 — 5, 3 — 10.

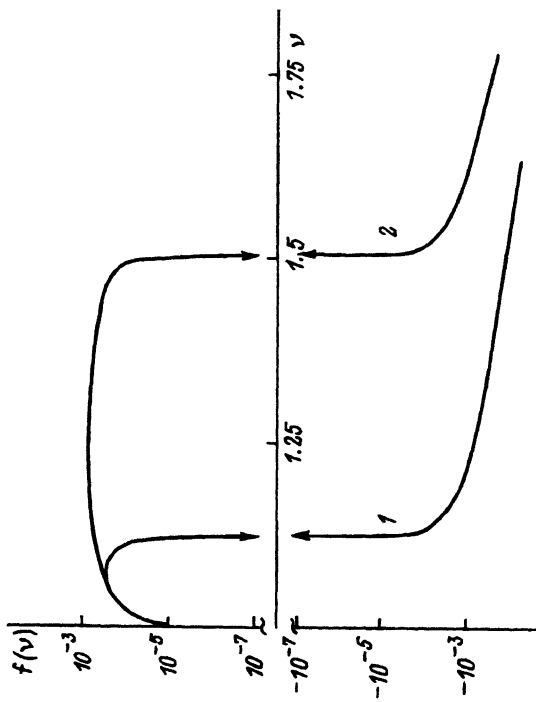


Рис. 4. Зависимость равнодействующей всех сил, действующих на дочернюю капелку, отрывающуюся от родительской капли при ее электростатическом распаде вследствие реализации неустойчивости по отношению к индуцированному заряду, от безразмерного расстояния между поверхностью родительской капли и центром отрывающейся капелки ν при $\alpha = 0.9$, $e^2 = 0.7$ и фиксированных значениях безразмерного параметра w^2 , характеризующего напряженность внешнего однородного электростатического поля в окрестности капли.
1 — $w^2 = 0.0524$, 2 — 0.04.

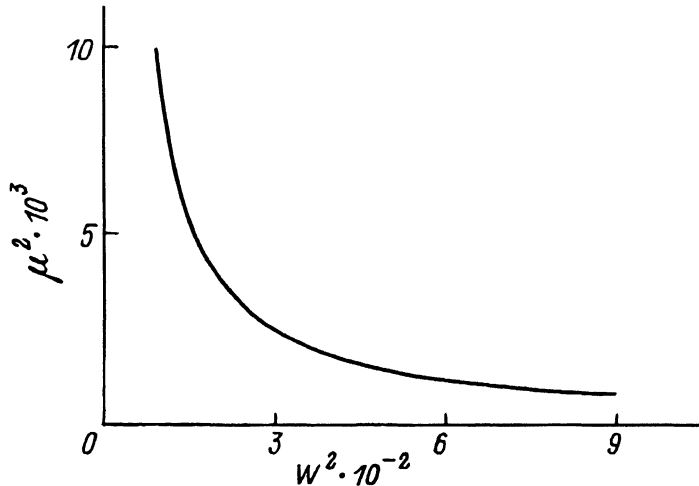


Рис. 5. Зависимость между безразмерными параметрами μ^2 , характеризующим давление в капилляре, и W^2 , характеризующим разность потенциалов, прикладываемую к разрядной системе, при которых исчезает первый потенциальный барьер на рис. 2.

Влияние параметров W^2 и w^2 на вид кривых $f = f(\nu)$ менее критично и сводится в основном к уменьшению ширины и снижению высоты первого потенциального барьера при увеличении W^2 и w^2 (рис. 2-4).

Из сравнения рис. 3 и 4 видно, что для распада незаряженной капли в однородном электростатическом поле второй потенциальный барьер на кривой $f = f(\nu)$ не появляется и при весьма больших значениях безразмерного расстояния ν . Отметим, что с точки зрения здравого смысла отрыв дочерней капельки с радиусом $r \ll R$ от большой на расстоянии $> R$ представляется весьма маловероятным, так как требует образования весьма длинной перетяжки, разрыв которой у поверхности мениска более вероятен, чем на большем расстоянии от нее [10]. Для случая же рэлеевского распада сильно заряженной капли второй потенциальный барьер появляется при относительно разумных значениях ν и ограничивает максимальный размер дочерних капель.

Из рис. 3 видно, что при закритических зарядах капли высота и ширина первого потенциального барьера уменьшаются, что соответствует возможности эмиссии более мелких капелек [3]. Кривые 1 на рис. 3 и 4 соответствуют распаду родительских капель при критических для реализации неустойчивости значениях внешних физических параметров. Из сравнения границ зон значений ν разрешенных для эмиссии дочерних капель видно, что при рэлеевском распаде капли радиуса R с критическим зарядом эмиттируются капельки более мелкие, чем при распаде незаряженной капли того же радиуса в критическом для начала распада электростатическом поле (более подробно об этом см. [3,4,11]).

Список литературы

- [1] Дудников В.Г., Шабалин А.Л. Препринт ИЯФ СО ФН СССР. № 87-63. Новосибирск, 1987. 66 с.
 - [2] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 3. С. 3-22.
 - [3] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 3. С. 19-28.
 - [4] Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O. // J. Phys. D. 1991. Vol. 23. N 11. P. 1361-1370.
 - [5] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 12. С. 9-20.
 - [6] Ширяева С.О., Григорьев А.И., Святченко А.А. Препринт института микроэлектроники РАН. № 25. Ярославль, 1993. 118 с.
 - [7] Ширяева С.О., Григорьев А.И. // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 5. С. 16-28.
 - [8] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
 - [9] Clureau M., Prunet-Foch B. // J. Electrostatics. 1990. Vol. 25. P. 165-184.
 - [10] Жбанкова С.А., Колпаков А.В. // ПМТФ. 1992. № 1. С. 57-62.
 - [11] Ширяева С.О., Григорьев А.И. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 18. С. 87-92.
-