1995 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 65, N 10

01;04;09

О КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ, ВОЗБУЖДАЕМОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ НА ПОВЕРХНОСТИ КРИТИЧЕСКОЙ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЕННОГО СЛОЯ

Н.С.Бухман

Мичуринская сельскохозяйственная академия,
Мичуринск, Россия
(Поступило в Редакцию 21 июня 1994 г.)

Рассмотрено квазистационарное магнитное поле, возбуждаемое электромагнитной волной на критической поверхности слоя плавнонеоднородной плазмы. Показано, что это магнитное поле направлено приблизительно вдоль критической поверхности плазменного слоя, локализовано вблизи критической поверхности и может существенно изменить характер резонансного поглощения падающей на слой электромагнитной волны на критической поверхности.

Введение

Хорошо известно [1–2], что при отражении электромагнитной волны от плавного слоя незамагниченной слабостолкновительной плазмы вблизи критической поверхности плазменного слоя возникает так называемый плазменный резонанс, вызывающий неограниченное (в случае холодной бесстолкновительной плазмы) возрастание продольного и поперечного электрического поля волны на критической поверхности плазменного слоя. В случае, когда плазма может рассматриваться как слабостолкновительная холодная плазма с эффективной частотой столкновений ν [1], возрастание продольной (или поперечной) компоненты электрического поля волны ограничено на уровне $\sim 1/\nu$ (или $\sim \ln \nu$).

Очевидно, что электроны плазмы осциллируют в возникающем вблизи критической поверхности резонансном электрическом поле с частотой ω, причем это движение имеет как продольную, так и поперечную компоненты. Существенным является то обстоятельство, что (в общем случае) фазы продольного и поперечного движения электронов отличаются друг от друга. В результате вблизи критической поверхности электроны двигаются по эллиптическим траекториям, что приводит к возникновению в плазме вблизи критической поверхности объемного механического (а следовательно, и магнитного) момента ($\sim \ln\nu/\nu$). Ясно, что возникновение объемного магнитного момента в плазме приводит к появлению в ней квазистационарного магнитного поля. Это магнитное поле и является предметом рассмотрения в данной работе. Необходимо отметить, что различные механизмы возникновения магнитного поля при резонансном поглощении электромагнитной волны на критической поверхности плазменного слоя (термотоки, гидродинамические неустойчивости, нестационарность) рассматривались неоднократно (см., например, [3,4] и литературу в этих работах). Основным отличием данной работы от цитированных является аналитический характер рассмотрения и изучение только той части магнитного поля, которая возникает непосредственно в результате резонансного возрастания высокочастотного электрического поля на критической поверхности без промежуточных гидродинамических или термодинамических механизмов.

1. В данной работе мы будем использовать элементарную теорию плазмы [1]. В частности, мы предполагаем, что уравнение движения отдельного электрона в плазме в поле электромагнитной волны ($\mathbf{E}\exp(i\omega t)$) может быть записано как

$$(m\mathbf{r})'' = -e\mathbf{E}\exp(i\omega t) - m\nu(\mathbf{r})', \tag{1}$$

где $(-e)$ — заряд электрона, ν — эффективная частота столкновений ($\nu \ll \omega$).

Используя (1), а также известное гиромагнитное отношение для орбитального движения электрона, нетрудно получить формулу

$$\mathbf{M} = (\lambda_0/32\pi^2)(e/mc^2)\,\mathrm{Re}\,\{i[\mathbf{E}\times\mathbf{E}^*]\} \tag{2}$$

для квазистационарного магнитного момента единицы объема плазмы вблизи критической поверхности ($n = n_{\mathrm{cr}}$), где λ_0 — вакуумная длина волны падающей на плазменный слой электромагнитной волны. Квадратичная зависимость магнитного момента от амплитуды резонансного поля вызвана квадратичной зависимостью площади упомянутого выше эллипса, по которому двигаются электроны, от амплитуды поля.

Известно [1,2], что резонансное поле вблизи критической поверхности имеет квазиэлектростатический характер как в случае ограничения резонансного возрастания поля за счет электрон-ионных столкновений, так и в случае его ограничения за счет линейной трансформации в ленгмюровские волны (это утверждение справедливо даже при линейной трансформации в замагниченной плазме (верхнегибридный резонанс), в любом случае квазиэлектростатический характер резонансного поля обусловлен маленькой (по сравнению с длиной электромагнитной волны) толщиной резонансного слоя). Поэтому резонансное высокочастотное электрическое поле вблизи критической поверхности может быть описано скалярным потенциалом Φ, т. е.

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\Phi, \qquad \Phi = A\exp(i\varphi), \tag{3}$$

где A и φ — вещественные амплитуда и фаза скалярного потенциала Φ.

Используя (2) и (3), а также приведенные выше соображения о связи механического и магнитного момента в плазме, нетрудно показать, что

$$\mathbf{M} = (\lambda_0/32\pi^2)(e/mc^2)\left[\operatorname{grad}(A^2) \times \operatorname{grad}\varphi\right]. \tag{4}$$

Необходимо сразу отметить, что $\operatorname{div}\mathbf{M} = 0$ для произвольных вещественных функций A и φ (т. е. равенство нулю дивергенции объемного магнитного момента есть непосредственное следствие квазистатического характера резонансного поля). Тогда решение системы уравнений магнитостатики [7] ($\operatorname{rot}\mathbf{H} = 0$, $\operatorname{div}\mathbf{B} = 0$, $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$) с нулевыми граничными условиями на бесконечности может быть записано в виде

$$\mathbf{H} = 0, \qquad \mathbf{B} = 4\pi\mathbf{M}. \tag{5}$$

2. Далее мы будем для определенности рассматривать только случай холодной слабостолкновительной плазмы, когда ограничение резонансного возрастания поля обусловлено электрон-ионными столкновениями (т. е. обратнотормозным поглощением). В этом случае диэлектрическая проницаемость плазмы может быть записана в виде

$$\varepsilon = (1 - n/n_{\mathrm{cr}}) - i(\nu_c/\omega)n/n_{\mathrm{cr}}. \tag{6}$$

Кроме того, мы будем рассматривать только случай плавнонеоднородного плоского плазменного слоя ($n(z) = n_{\mathrm{cr}}[1 + (z - z_0)/L]$, если $(z - z_0) \ll L$, где z_0 — координата критической поверхности, L — длина неоднородности плазмы, причем $L \gg \lambda_0$).

Используя хорошо известные [1–6] свойства плазменного резонанса и формулы (3)–(5), нетрудно получить следующие выражения для магнитного поля вблизи критической поверхности ($\mathbf{B}$ — магнитное поле, $\mathbf{B}_Z$ и $\mathbf{B}_\perp$ — продольная и поперечная компоненты, $\mathbf{B}_S$ и $\mathbf{B}_a$ — симметричная и антисимметричная (по продольной координате z) части поперечной компоненты магнитного поля):

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_\perp + \mathbf{B}_Z, \qquad \mathbf{B}_\perp = \mathbf{B}_a + \mathbf{B}_S, \tag{7}$$

$$\mathbf{B}_Z = \left(e\lambda_0^2/2\pi^2mc^3\right) L\ln(\omega/\nu_c)\ln[\omega/\nu_c(1 + \zeta^2)][\nabla_\perp q \times \nabla_\perp\varphi], \tag{8}$$

$$\mathbf{B}_a = \left(e\lambda_0^2/2\pi^2mc^3\right)[2\zeta/(1 + \zeta^2)](\omega/\nu_c)\ln(\omega/\nu_c)q[\nabla_\perp\varphi \times \hat{\mathbf{z}}], \tag{9}$$

$$\mathbf{B}_S = \left(e\lambda_0^2/2\pi^2mc^3\right)[1/(1 + \zeta^2)](\omega/\nu_c)\ln(\omega/\nu_c)[\nabla_\perp q \times \hat{\mathbf{z}}], \tag{10}$$

где $\zeta = (\omega/\nu_c)(z - z_0)/L$ — нормированная продольная координата z; $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$ и $\hat{\mathbf{z}}$ — соответствующие орты; $\nabla_\perp = \hat{\mathbf{x}}\partial/\partial x + \hat{\mathbf{y}}\partial/\partial y$; $\varphi(x, y)$ — фаза резонансного поля на критической поверхности (3); $q(x, y)$ — мощность резонансного поглощения на единице площади критической поверхности.

Эта мощность связана с резонансным электрическим полем вблизи критической поверхности следующими соотношениями:

$$q = 0.125c(k_0L)E_m^2(\nu_c/\omega)^2, \qquad |\mathbf{E}|^2 = E_m^2/(1 + \zeta^2). \tag{11}$$

Мощность резонансного поглощения $q(x, y)$ конечна и не обращается в нуль в случае $\nu_c \to 0$ в отличие от амплитуды резонансного поля, которая неограниченно возрастает при $\nu_c \to 0$.

3. В качестве простого примера рассмотрим магнитное поле, возбуждаемое вблизи критической поверхности плоской линейно поляризованной электромагнитной волной. В этом случае мощность резонансного поглощения одинакова в любой точке критической поверхности ($\nabla_\perp q = 0$), поэтому $\mathbf{B}_Z = \mathbf{B}_S = 0$. Кроме того, поверхностный градиент фазы резонансного поля совпадает с компонентой волнового вектора падающей волны, направленной вдоль пересечения критической поверхности и плоскости падения. В результате мы имеем

$$\mathbf{B} = -\hat{\mathbf{m}}\left(e\lambda_0/2\pi mc^3\right)\left[2\zeta/(1+\zeta^2)\right](\omega/\nu_c)\ln(\omega/\nu_c)S\Phi_D^2(\tau)\alpha\cos^2\beta, \qquad (12)$$

где S — поверхностная мощность падающей волны; $\Phi_D(\tau)$ — функция Денисова [1] $\Phi_D^2(\tau) = 2Q(\tau)$, где $Q(\tau)$ — коэффициент резонансного поглощения для плоской волны; этот коэффициент неоднократно табулировался (см., например, [5]); $\tau = (k_0L)^{1/3}\sin\alpha$; $\hat{\mathbf{m}} = [\mathbf{k}_0 \times \hat{\mathbf{z}}]/k_0$ — единичный вектор направления магнитного поля, $\mathbf{k}_0$ — вакуумный волновой вектор падающей волны, α — угол падения плоской волны; β — угол между плоскостью падения волны и ее плоскостью поляризации.

Видно, что магнитное поле направлено вдоль критической поверхности и перпендикулярно плоскости падения волны. Величина магнитного поля зависит от угла падения волны и достигает максимума при $\tau = \tau_{\mathrm{opt}} = 0.80$ ($\Phi_D^2(\tau_{\mathrm{opt}})\tau_{\mathrm{opt}} = 0.3686 \to \max$).

Известно, что функция $\Phi_D^2(\tau)\tau$ мала при $\tau \ll 1$ и $\tau \gg 1$, поэтому реально магнитное поле возникает только при $\tau \sim 1$, когда $Q(\tau) \approx 0.50$ и $\Phi_D^2(\tau) \approx 1$.

4. В качестве более реалистичного примера рассмотрим магнитное поле, возбуждаемое на критической поверхности неплоской волной (волновым пучком). Аккуратные, но весьма громоздкие формулы можно выписать для случая наклонного падения эллиптических эрмитогауссовых пучков, если подставить в формулы (3), (7)–(10) результаты работы [6] для резонансного поля, возбуждаемого эрмито-гауссовыми пучками на критической поверхности. Но в данной работе мы используем менее аккуратное, но более простое приближение, основанное на хорошо известном свойстве селективности резонансного поглощения по углу падения плоской волны [1,2]. Следствием этой селективности, как показано в [6], является то обстоятельство, что характерной длиной комплексной поперечной неоднородности резонансного поля на критической поверхности является длина $a_0 = (k_0L)^{1/3}(\lambda_0/2\pi)$. Существенные отклонения от этой оценки возможны только в том случае, когда угловой спектр падающего на плазменный слой пучка имеет резкий провал в интервале углов падения, являющихся оптимальными для резонансного поглощения. Такая ситуация вряд ли может реализоваться непреднамеренно; кроме того, в этом случае возбуждаемое магнитное поле будет аномально мало́. Поэтому данный случай в настоящей работе мы относим к разряду экзотических и не рассматриваем, предполагая, что в любом случае в соответствии с [6]

$$|\nabla_\perp q/q| + |\nabla_\perp\varphi| \sim 1/a_0 = (2\pi/\lambda_0)(k_0L)^{-1/3}. \qquad (13)$$

Формула (13) приводит к следующей простой оценке для типичной амплитуды магнитного поля вблизи критической поверхности (т. е.

при $(z - z_0) \lesssim (\nu_c/\omega)L$: $B \sim B_r$, где

$$B_r = (e\lambda_0/\pi mc^3)(k_0 L)^{-1/3}(\omega/\nu_c)\ln(\omega/\nu_c)q. \tag{14}$$

В случае полностью ионизованной плазмы имеем, согласно [7],

$$\nu_c = (4/3)\sqrt{2/\pi} Zne^4 \ln \Lambda m^{-1/2}(kT)^{-3/2}, \tag{15}$$

где $\Lambda = (3/2)(kT)^{3/2}(\pi n)^{-1/2}/Ze^3$ ($\ln\Lambda \approx 6.8$ в лазерной плазме) — кулоновский логарифм, T — электронная температура.

Плотность плазмы вблизи критической поверхности $n = n_{\mathrm{cr}}$, поэтому

$$\ln(\omega/\nu_c) = \ln\Lambda + (1/2)\ln(\pi^3/2\ln^2\Lambda) \approx \ln\Lambda, \tag{16}$$

$$B_r = (3/2\sqrt{2\pi})\lambda_0^2(k_0 L)^{-1/3}q(kT)^{3/2}/(m^{3/2}c^4 eZ) \tag{17}$$

или $B_r = 11.3Z^{-1}(k_0 L)^{-1/3}\lambda_0^2 qT^{3/2}$ (здесь и далее в числовых формулах λ_0 измеряется в мкм, q в ТВт/см^2 = 10^{12} Вт/см^2, T в эВ и B_r в Гс).

Из (17) следует, что типичная величина магнитного поля в лазерной плазме равна $B_r \approx 18000$ Гс ≈ 2 Тл (в качестве "типичных" параметров лазерной плазмы мы используем следующие величины [8]: $Z = 2$, $\lambda_0 = 0.1$ мкм, $q = 10$ ТВт/см^2, $T = 1$ кэВ, $(k_0 L)^{-1/3} \cong 1$). В данной работе мы рассматриваем случай плавнонеоднородного плазменного слоя, т.е. предполагаем, что $k_0 L \gg 1$; обычно это предположение выполняется, тем не менее величины параметров $(k_0 L)^{1/3}$ и $(k_0 L)^{-1/3}$ не отличаются существенно от 1, особенно если учесть модификацию профиля плазменной плотности вблизи критической поверхности [8]. Поэтому в качестве типичных значений мы используем $(k_0 L)^{1/3} = 1$ и $(k_0 L)^{-1/3} = 1$. Полученная оценка находится в хорошем согласии с типичными экспериментальными результатами [8].

Главной особенностью изучаемого магнитного поля является его локализация в тонком слое вблизи критической поверхности. Характерная толщина этого слоя равна

$$\Delta z = (\nu_c/\omega)L = (\sqrt{2/\pi}/3\pi)Ze^2 m^{1/2} c\ln\Lambda(k_0 L)(kT)^{-3/2} = \\ = L\left(3.74Z\lambda_0^{-1}T^{-3/2}\right). \tag{18}$$

В типичной (см. выше) ситуации $\Delta z/L \approx 0.0024$ и даже в случае $L = 1$ мм имеем $\Delta z \approx 2.4$ мкм. Таким образом, рассматриваемое магнитное поле сконцентрировано в пределах очень тонкого слоя. Кроме того, в случае неплоской волны (волнового пучка) продольная ($\mathbf{B}_Z$) компонента магнитного поля не равна нулю, хотя и мала по сравнению с поперечными ($\mathbf{B}_S$ и $\mathbf{B}_a$) компонентами.

Обсудим теперь степень замагниченности плазмы вблизи критической поверхности. Из (17) нетрудно получить следующую оценку для циклотронной частоты плазменных электронов в сравнении с эффективной частотой столкновений:

$$\omega_c/\nu_c = (9/16\pi)\lambda_0^4(k_0 L)^{-1/3}q(kT)^3/\left(m^3c^7e^2Z^2\ln\Lambda\right) = \\ = 2.84\cdot 10^{-8}Z^{-2}\lambda_0^4(k_0 L)^{-1/3}qT^3. \tag{19}$$

В “типичной” (см. выше) ситуации $(\omega_c/\nu_c) \approx 0.0071$. Эта оценка показывает, что плазма вблизи критической поверхности может считаться незамагниченной $((\omega_c/\nu_c) \ll 1)$. Этот результат оправдывает использование “немагнитной” теории плазменного резонанса в данной работе.

Тем не менее следует отметить, что даже относительно небольшое возрастание мощности пучка, температуры плазмы и особенно длины волны по сравнению с указанными выше “типичными” значениями приводит к выводу о замагниченности плазмы вблизи критической поверхности $((\omega_c/\nu_c) \sim 1)$. Например, если заменить “типичную” (см. выше) длину волны $\lambda_0 \approx 0.1$ мкм на $\lambda_0 \approx 1$ мкм (неодимовый лазер) без изменения прочих “типичных” параметров, то получим оценку $(\omega_c/\nu_c) \sim 71$. Ясно, что в этом случае возникающее вблизи критической поверхности магнитное поле способно существенно повлиять на характер резонансного поглощения электромагнитной волны; в частности, резонанс будет возникать уже не на ленгмюровской частоте, а на верхнегибридной (с учетом направленности магнитного поля вдоль критической поверхности).

Разумеется, предложенное рассмотрение не является корректным в случае $(\omega_c/\nu_c) \gtrsim 1$, но ясно, что вывод о замагниченности плазмы в этом случае сохраняется.

Результаты

Мы можем заключить, что при резонансном поглощении электромагнитной волны на критической поверхности плавнонеоднородного слоя слабостолкновительной плазмы в тонком слое вблизи критической поверхности плазменного слоя возникает сильное магнитное поле, направленное приблизительно вдоль критической поверхности и почти не проникающее за пределы этого тонкого слоя (благодаря своей специфической структуре, грубо говоря, это поле напоминает очень сильно сплющенное в направлении градиента плотности плазмы магнитное поле в токамаке). Это магнитное поле может существенно изменить характер резонансного поглощения падающей на слой электромагнитной волны. Это магнитное поле вызвано непосредственно движением плазменных электронов в резонансном поле без каких-либо промежуточных механизмов и поэтому возникает одновременно с возникновением резонансного электрического поля на критической поверхности слоя.

Автор благодарен А.Д. Пилие, Е.З. Гусакову и А.Н. Савельеву за интерес к работе и полезное обсуждение.

Список литературы

[1] *Гинзбург В.Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
[2] *Голант В.Е., Пилия А.Д.* // УФН. 1972. Т. 14. С. 413.
[3] *Thomson J.J., Max C.E., Estabrook K.* // Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35. P. 663.
[4] *Bezzerides B., DuBois D.F., Forslund D.W.* // Phys. Rev. A. 1977. Vol. 16. P. 1678.
[5] *Бухман Н.С.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. С. 912.
[6] *Бухман Н.С.* // Физика плазмы. 1991. Т. 17. С. 185.
[7] *Кролл Н.А., Трайвелпис А.В.* Основы физики плазмы. М.: Мир, 1975.
[8] *Басов Н.Г., Лебо И.Г., Розанов В.Б.* Физика лазерного термоядерного синтеза. М.: Знание, 1988.