

01;05;11

©1995 г.

## ДЕЙСТВИЕ НА ПОВЕРХНОСТЬ ТВЕРДОГО ТЕЛА В ТУННЕЛЬНОМ МИКРОСКОПЕ

*И.А.Дорофеев*

Институт физики микроструктур РАН,  
603600, Нижний Новгород, Россия  
(Поступило в Редакцию 22 июня 1994 г.)

Теоретически исследуются процессы, происходящие на поверхности твердого тела, расположенного под иглой туннельного микроскопа. При подаче на туннельный промежуток напряжения в несколько вольт происходит значительное увеличение электрического поля и тока. Приводятся результаты решения задачи о пространственном распределении электрического поля в образце. В качестве образца рассматривались полупространство, а также пленка на нем конечной толщины и с иными свойствами. На основе полученного решения рассчитаны поле механических напряжений на поверхности образца и возможные деформации под действием пондеромоторных сил и в результате локального нагрева при протекании тока в туннельном промежутке. Проведена оценка температуры на поверхности материала в режимах, характерных для экспериментальных условий при локальной модификации поверхности твердого тела в сканирующем туннельном микроскопе.

### Введение

К настоящему времени убедительно показано, что необходимым условием локальной модификации поверхности материала под иглой сканирующего туннельного микроскопа является повышение напряжения до  $1-10^2$  В на туннельном промежутке  $[1-3]$ . Обилие экспериментальных работ, демонстрирующих возможность изменения свойств поверхности в нанометровом масштабе, делает актуальным рассмотрение физических процессов, происходящих в системе игла-образец микроскопа, при подаче на туннельный промежуток импульса напряжения. В данной работе приводится решение задачи о пространственном распределении электрического поля в образце и на его поверхности, поля механических напряжений и деформаций в нем под действием пондеромоторных сил и джоулева нагрева вещества при протекании тока в туннельном промежутке. В работе использован феноменологический подход, поэтому формально полученные решения справедливы на расстояниях, больших по сравнению с атомными расстояниями от

туннельного контакта. Однако в режиме, типичном для молекулярной эмиссии с поверхности, при протекании автоэлектронного тока между образцом и иглой с реальным радиусом кривизны  $10^2 - 10^3 \text{ \AA}$  характерный размер области, через которую течет ток, составляет  $10^2 - 10^3 \text{ \AA}$  и зависит по оценкам с использованием формулы Фаулера-Нордгейма от работы выхода материала иглы. Поэтому решение феноменологической задачи дает не только оценку по порядку величины, но и точное значение в ближайшей окрестности источника тока, а при большой площади протекания тока и внутри его источника.

### Постановка задачи

Рассмотрим осесимметричный случай, когда над образцом, занимающим полупространство  $z > 0$ , на расстоянии  $d_0$  расположена игла заданной модельной формы. В стационарном режиме распределение тока в образце описывается уравнением  $\text{div } \mathbf{j} = 0$ , где  $\mathbf{j} = -\sigma \text{ grad } \varphi$  — плотность тока,  $\sigma$  — проводимость материала,  $\varphi$  — потенциал. Распределение поля найдем, решая в цилиндрической системе координат краевую задачу второго рода или задачу Неймана [4],

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad r \in [0, \infty], \quad z \in [0, \infty],$$

$$\varphi|_{(r^2+z^2)^{1/2} \rightarrow \infty} < \infty, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z}|_{z=0} = -\frac{f(r)}{\sigma},$$

$$\varphi|_{(r^2+z^2)^{1/2} \rightarrow 0} < \infty, \quad (1)$$

где  $f(r)$  — заданная функция, моделирующая туннельный контакт.

Рассмотрим три вида функции  $f(r)$ , соответствующих различным модельным формам иглы. Очевидно, что “точечной” игле будет соответствовать  $\delta$ -образный источник тока на поверхности

$$f(r) = \frac{i}{2\pi r} \delta(r), \quad (2)$$

где  $i$  — ток между электродами.

Не конкретизируя формы иглы, рассмотрим также некоторый обобщенный “П”-образный источник тока с поперечным размером  $a$

$$f(r) = \begin{cases} j_0, & r \leq a, \\ 0, & r > a. \end{cases} \quad (3)$$

Повышение напряжения  $V$  между электродами может привести к автоэлектронной эмиссии. В этом случае плотность тока описывается формулой Фаулера-Нордгейма, и если работу выхода  $\mu$  и значение уровня Ферми  $\mu'$  выражать в эВ, а напряженность поля  $\mathcal{E}$  в В/см, то получим, согласно [5], величину плотности тока в А/см<sup>2</sup>

$$j = 6.2 \cdot 10^{-6} \frac{\mu^{1/2}}{(\mu + \mu') \mu^{1/2}} \mathcal{E}^2 \exp \left( -\frac{6.85 \cdot 10^7 \mu^{3/2}}{\mathcal{E}} \right).$$

Представим иглу параболоидом вращения с фокальным параметром  $p$ . В этом случае радиус кривизны параболы вблизи ее острия приблизительно равен  $p$ , а расстояние от поверхности параболоида до плоской поверхности второго электрода  $d = \beta r^2 + d_0$ ,  $\beta = 1/2p$ . Считая, что поле между электродами  $\mathcal{E} \simeq V/d$  и пренебрегая координатной зависимостью его в предэкспоненте, получим третий модельный источник тока на поверхности полупространства

$$f(r) = j_0 \exp(-Ar^2 - B), \quad (4)$$

где

$$j_0 \simeq 6.2 \cdot 10^{-6} (\mu + \mu')^{-1} (\mu'/\mu)^{1/2} (V/d_0)^2,$$

$$A = 6.85 \cdot 10^7 \mu^{3/2} \alpha / V,$$

$$B = 6.85 \cdot 10^7 \mu^{3/2} d_0 / V.$$

Аналогичная зависимость получается в случае  $V \ll \mu$ .

### Решение

Ограниченное на бесконечности и в нуле решение (1) можно найти методом разделения переменных [4]

$$\varphi(r, z) = \int_0^{\infty} F(\gamma) \exp(-\gamma z) J_0(\gamma r) d\gamma, \quad (5)$$

где  $\gamma$  — константа разделения,  $J$  — функция Бесселя

$$F(\gamma) = \int_0^{\infty} \frac{f(r)}{\sigma} J_0(\gamma r) r dr. \quad (6)$$

Учитывая (2)–(4) и подставляя результат интегрирования (6) в (5), получим искомое решение

$$\varphi(r, z) = \frac{i}{2\pi\sigma(r^2 + z^2)^{1/2}}, \quad (7)$$

$$\varphi(r, z) = \frac{j_0 a}{\sigma} \int_0^{\infty} \exp(-\gamma z) \frac{J_0(\gamma r) J_1(\gamma a)}{\gamma} d\gamma, \quad (8)$$

$$\varphi(r, z) = \frac{j_0}{2A\sigma} \exp(-B) \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{4A} - \gamma z\right) J_0(\gamma r) d\gamma. \quad (9)$$

Представляет несомненный интерес решение подобной задачи, когда полупространство из материала одного сорта покрыто пленкой другого вещества толщиной  $h$ . В этом случае

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_1, & 0 \leq z < h, \\ \sigma_2, & h \leq z \end{cases}$$

и решение в пленке ищем в виде

$$\varphi(r, z) = \int_0^{\infty} [A_1(\gamma) \exp(-\gamma z) + B_1(\gamma) \exp(\gamma z)] J_0(\gamma r) d\gamma, \quad (10)$$

а в области  $z > h$  ограниченное на бесконечности решение имеет вид

$$\varphi_2(r, z) = \int_0^{\infty} [A_2(\gamma) \exp(-\gamma z)] J_0(\gamma r) d\gamma. \quad (11)$$

Учитывая граничные условия, при  $z = h$

$$\varphi_1|_{z=h} = \varphi_2|_{z=h}, \quad \sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} |_{z=h} = \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} |_{z=h}$$

получим выражения для коэффициентов  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$ .

В частности, для источника типа (3)

$$A_1 = B_1 + \frac{j_0 a}{\sigma_1} J_1(\gamma a),$$

$$B_1 = \frac{j_0 a}{\gamma \sigma_1} J_1(\gamma a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{\chi}\right)^n \exp(-2\gamma h n),$$

$$A_2 = \frac{j_0 a}{\gamma \sigma_1} J_1(\gamma a) \left(\frac{\chi - 1}{\chi}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{\chi}\right)^n \exp(-2\gamma h n),$$

где  $\chi = (\sigma_2 + \sigma_1)/(\sigma_2 - \sigma_1)$ .

Подставляя  $A_1$ ,  $B_1$  и  $A_2$  в (10) и (11) получим соответственно решение в пленке и в области  $z > h$

$$\begin{aligned} \varphi_1(r, z) = & \frac{j_0 a}{\sigma_1} \int_0^{\infty} \exp(-\gamma z) \frac{J_0(\gamma r) J_1(\gamma a)}{\gamma} d\gamma + \frac{j_0 a}{\sigma_1} \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{\chi}\right)^n \times \\ & \times \int_0^{\infty} \left\{ \exp[-\gamma(z + 2hn)] + \exp[\gamma(z - 2hn)] \right\} \frac{J_0(\gamma r) J_1(\gamma a)}{\gamma} d\gamma, \end{aligned}$$

$$\varphi_2(r, z) = \frac{j_0 a}{\sigma_1} \left(\frac{\chi - 1}{\chi}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{\chi}\right)^n \int_0^{\infty} \exp[-\gamma(z + 2hn)] \frac{J_0(\gamma r) J_1(\gamma a)}{\gamma} d\gamma.$$

Очевидно, что при  $\sigma_1 = \sigma_2$  имеем (8). Аналогично получается решение для источника (4)

$$\begin{aligned} \varphi_1(r, z) = & \frac{j_0}{2A\sigma_1} \exp(-B) \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{4A} - \gamma z\right) J_0(\gamma r) d\gamma + \frac{j_0}{2A\sigma_1} \exp(-B) \times \\ & \times \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{\chi}\right)^n \int_0^{\infty} \left\{ \exp[-\gamma(z + 2hn)] + \exp[\gamma(z + 2hn)] \right\} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{4A}\right) J_0(\gamma r) d\gamma, \end{aligned}$$

$$\varphi_2(r, z) = \frac{j_0}{2A\sigma_1} \exp(-B) \left( \frac{\chi - 1}{\chi} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \left( -\frac{1}{\chi} \right)^n \int_0^{\infty} \exp \left[ -\frac{\gamma^2}{4A} - \gamma(z + 2hn) \right] \times \\ \times J_0(\gamma r) d\gamma.$$

Заметим, что задача может быть решена для любого числа слоев в многослойной структуре.

Распределение поля в образце получается путем дифференцирования выражений для  $\varphi(r, z)$ . Для источника типа (3)

$$\mathcal{E}_z = \frac{j_0 a}{\sigma} \int_0^{\infty} \exp(-\gamma z) J_0(\gamma r) J_1(\gamma a) d\gamma,$$

$$\mathcal{E}_r = \frac{j_0 a}{\sigma} \int_0^{\infty} \exp(-\gamma z) J_1(\gamma a) d\gamma.$$

На поверхности  $z = 0$  получаем интегралы типа Вебера-Шафхейтлина [6]

$$\mathcal{E}_r|_{z=0} = \frac{j_0 a}{\sigma} \begin{cases} \frac{r}{2a^2} F \left( \frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2; \frac{r^2}{a^2} \right), & r < a, \\ \frac{a}{2r^2} F \left( \frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2; \frac{a^2}{r^2} \right), & r > a, \end{cases}$$

где  $F$  — гипергеометрический ряд, условно сходящийся на единичном круге,

$$\mathcal{E}_z|_{z=0} = \frac{j_0 a}{\sigma} \begin{cases} a^{-1}, & r < a, \\ (2a)^{-1}, & r = a, \\ 0, & r > a. \end{cases}$$

Для источника типа (4)

$$\mathcal{E}_z|_{z=0} = j_0 \exp(-Ar - B) / \sigma,$$

$$\mathcal{E}_r|_{z=0} = \frac{j_0 (\pi A)^{1/2}}{2\sigma} r \exp \left( -\frac{Ar^2}{2} - B \right) \left[ I_0 \left( \frac{Ar^2}{2} \right) - I_1 \left( \frac{Ar^2}{2} \right) \right], \quad (12)$$

где  $I$  — модифицированная функция Бесселя.

При типичной плотности тока в режиме модификации поверхности  $3 \cdot 10^{17}$  ед. СГС и значениях удельной проводимости  $\sigma = 10^{14} - 10^{16}$  ед. СГС величина электрического поля на поверхности металла может достигать значений  $\mathcal{E} = 10^4 - 10^7$  В/см. Конечно, на локальных выступах поле еще больше.

Деформация плоской поверхности возможна, по крайней мере, по двум причинам: в результате локального нагрева поверхности и полевого пондеромоторного действия. Сначала рассмотрим полевую деформацию. Как известно [7], деформация вдоль  $i$ -го направления под действием произвольного распределения сил  $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ , приложенных к поверхности образца, дается интегралом

$$u_i(r, z) = \iint G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z) P_k(\mathbf{r}') dS', \quad (13)$$

где  $G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z)$  — тензор Грина для уравнений равновесия полубесконечной среды;  $\mathbf{r} = \{r, \psi\}$ ,  $\mathbf{r}' = \{r', \psi'\}$  — координаты точки наблюдения и точки приложения силы;  $\psi$  — полярный угол.

Интегрирование производится по всей поверхности действия сил. Компоненты силы  $P_k(r')$  определим, используя максвеллов тензор напряжений [8],

$$T_{ik} = \frac{1}{4\pi} \left( \mathcal{E}_i \mathcal{E}_k - \frac{\mathcal{E}^2}{2} \delta_{ik} \right).$$

Учитывая, что вектор нормали к поверхности  $z = 0$  параллелен оси  $Oz$  и  $\mathcal{E}_\psi = 0$  в силу осевой симметрии задачи, для компонент  $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ , используя выражения (12), получим

$$\begin{aligned} P_\psi &= 0, \\ P_r &= T_{zr} = \frac{j_0^2}{4\pi\sigma^2} (\pi A)^{1/2} \exp\left(-\frac{3Ar^2}{2} - 2B\right) \left[ I_0\left(\frac{Ar^2}{2}\right) - I_1\left(\frac{Ar^2}{2}\right) \right], \\ P_z &= T_{zz} = \frac{j_0^2}{8\pi\sigma^2} \exp(-2Ar^2 - 2B) \left\{ 1 - \exp(Ar^2) \frac{4\pi r^2}{2} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[ I_0\left(\frac{Ar^2}{2}\right) - I_1\left(\frac{Ar^2}{2}\right) \right]^2 \right\} \simeq \frac{j_0^2}{8\pi\sigma^2} \exp(-2Ar - 2B). \end{aligned} \quad (14)$$

Тензор Грина и деформация под действием сосредоточенной силы  $\mathbf{F} = \{F_x, F_y, F_z\}$  в декартовой системе координат определена в [7]. В цилиндрической системе координат с учетом осевой симметрии имеем

$$u_z = G_{zk} F_k = \frac{1 - \nu^2}{\pi E \rho} F_z + \frac{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}{2\pi E \rho} F_r,$$

где  $\nu$  и  $E$  — коэффициент Пуассона и модуль Юнга,  $\rho = (r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \psi' + z^2)^{1/2}$ .

Поэтому для распределенной силы  $\mathbf{P}(\mathbf{r})$  получим, подставляя компоненты  $P_k$  в (13),

$$\begin{aligned} u_z(r, z) &= u'_z + u''_z = \frac{(1 - \nu^2)}{\pi E} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{P_z(r') r' dr' d\psi'}{\rho} + \\ &\quad + \frac{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}{2\pi E} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{P_z(r') r' dr' d\psi'}{\rho}. \end{aligned}$$

В точке  $r = 0$ ,  $z = 0$  интегрирование дает

$$u'_z = \frac{(1 - \nu^2)}{8E} (2\pi A)^{-1/2} \frac{j_0^2}{\sigma^2} \exp(-2B),$$

$$u''_z = \frac{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}{8E} (2\pi A)^{-1/2} \left( \frac{\sqrt{2} + 4}{3\sqrt{2} + 4} \right) \frac{j_0^2}{\sigma^2} \exp(-2B),$$

$$u'_z / u''_z \simeq 2.6 \quad (15)$$

при типичном значении  $\nu = 0.3$ .

Таким образом, смещение поверхности в основном определяется нормальным напряжением. Суммарная деформация в выбранной точке равна

$$u_z = \frac{(2\pi A)^{-1/2} j_0^2}{8E \sigma^2} \exp(-2B) \left[ (1 - \nu^2) + 0.7(1 + \nu)(1 - 2\nu) \right]$$

и при  $\nu = 0.3$ ,  $E = 10^{11} - 10^{12}$  дин/см<sup>2</sup>,  $\sigma = 10^{14} - 10^{16}$  ед. СГС,  $A = 10^{11} - 10^{12}$  см<sup>-2</sup>,  $j_0 \exp(-B) = 3 \cdot 10^{17}$  ед. СГС,  $u_z = 10^{-7} - 10^{-10}$  см.

Пренебрежение тангенциальными напряжениями позволяет использовать метод Буссинеска-Папковича-Терецава [10] для получения радиального распределения деформации плоской поверхности. В частности,

$$u_z(r, z) = \frac{1 + \nu}{E} \int_0^\infty [2(1 - \nu) + \gamma z] f(\gamma) \exp(-\gamma z) J_0(\gamma r) d\gamma,$$

$$f(\gamma) = \int_0^\infty r P_z(r) J_0(\gamma r) dr.$$

Подставляя выражение для компоненты  $P_z$  из (14), получим

$$u_z(r, 0) = \frac{1 - \nu^2}{8E} (2\pi A)^{-1/2} \frac{j_0^2}{\sigma^2} \exp(-Ar^2 - 2B) I_0(Ar^2),$$

что при  $r = 0$  совпадает с результатом (15). Характерное расстояние, на котором величина деформации спадает в  $e$  раз, составляет десятки ангстрем, что может быть сравнимо с величиной самой деформации.

Аналогичные вычисления для источника типа (3) приводят к следующему выражению:

$$u_z(r, 0) = \frac{(1 - \nu^2) j_0^2}{4\pi E \sigma^2} a \begin{cases} F\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1; \frac{r^2}{a^2}\right), & r < a, \\ \frac{a}{2r} F\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 2; \frac{a^2}{r^2}\right), & r > a. \end{cases}$$

В этом случае  $F$  — абсолютно сходящиеся гипергеометрические ряды.

Нормальную компоненту механических напряжений в образце вычислим, используя формулу

$$\hat{\sigma}_z = - \int_0^{\infty} \gamma(1 + \gamma z) J_0(\gamma r) \exp(-\gamma z) dy.$$

Учитывая (14), в плоскости  $z = 0$  получим

$$\hat{\sigma}_z = \frac{j_0^2}{8\pi\sigma^2} \exp(-2Ar^2 - 2B).$$

В точке  $r = 0$  при  $j_0 \exp(-B) = 3 \cdot 10^{17}$  ед. СГС,  $\sigma = 10^{14} - 10^{16}$  ед. СГС имеем  $\hat{\sigma}_z = 10^3 - 10^8$  дин/см<sup>2</sup>, что для ряда материалов может превысить предел прочности  $\sigma_B$ . Так, для графита, согласно [11],  $\sigma_B = 5 \cdot 10^7$  дин/см<sup>2</sup>, в то же время для вольфрама и платины  $\sigma_B = 10^{10}$  и  $4 \cdot 10^9$  дин/см<sup>2</sup> соответственно.

Деформацию поверхности за счет локального теплового нагрева можно определить, вводя термоупругий потенциал  $\theta$  [10], такой что  $u_i = \partial\theta/\partial x_i$ , при этом

$$\theta(r) = - \frac{\alpha(1 + \nu)}{4\pi(1 - \nu)} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{T(\mathbf{r}') r' dr' dz' d\psi'}{[r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \psi' + (z - z')^2]^{1/2}},$$

где  $\alpha$  — коэффициент линейного расширения,  $T(\mathbf{r}')$  — отклонение температуры тела от начальной.

Простейшую оценку проведем, считая, что

$$T(\mathbf{r}) = \begin{cases} T_0, & (r^2 + z^2)^{1/2} \leq L, \\ 0, & (r^2 + z^2)^{1/2} > L, \end{cases}$$

где  $L$  — характерный размер тепловой неоднородности.

В этом случае в точке  $r = 0, z = 0$  имеем

$$u_z(0, 0) = \left. \frac{\partial\theta}{\partial z} \right|_{\substack{r=0 \\ z=0}} = \frac{\alpha(1 + \nu)}{2(1 - \nu)} T_0 \int_0^L \int_0^L \frac{r' dr' z' dz'}{(r'^2 + z'^2)^{3/2}} \simeq (10^{-2} - 10^{-3}) L$$

для  $\nu = 0.3, \alpha = 10^{-5} - 10^{-6}$  град<sup>-1</sup>,  $T_0 = 10^2 - 10^3$  град.

Таким образом, деформация плоской поверхности в определенных условиях может быть значительной и для ее определения необходимо использовать методы нелинейной теории упругости.



В общем случае необходимо решить нестационарное уравнение теплопроводности с объемными источниками джоулева тепла, возникающими в результате протекания тока. Рассмотрим возможность получения стационарного решения. Для этого решим краевую задачу стационарной теплопроводности с граничным условием, соответствующим отсутствию теплообмена на поверхности  $z = 0$

$$\Delta T(r, z) + \frac{f(r, z)}{\lambda} = 0, \quad r \in [0, \infty], \quad z \in [0, \infty],$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = 0,$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $f(r, z)$  — объемный источник тепла.

Решение этой задачи имеет вид [12]

$$T(r, z, \psi) = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} f(r, z) G(r, z, \psi, r', z', \psi') r' dr' dz' d\psi', \quad (16)$$

где  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = (4\pi\rho)^{-1} + (4\pi\hat{\rho})^{-1}$  — функция Грина этой краевой задачи, такая что  $\partial G/\partial z = 0$ ,  $\rho = [r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \psi' + (z - z')^2]^{1/2}$ ,  $\hat{\rho} = [r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \psi' + (z + z')^2]^{1/2}$ .

Для трех выбранных источников (2)–(4), используя выражения для компонент электрического поля и учитывая, что в нашем случае  $f(r, z) = j^2(r, z)/\sigma$ , получим

$$f(r, z) = i^2/4\pi^2\sigma(r^2 + z^2), \quad (17)$$

$$f(r, z) = \frac{j_0^2 a^2}{\sigma} \left\{ \left[ \int_0^{\infty} \exp(-\gamma z) J_0(\gamma r) J_1(\gamma a) d\gamma \right]^2 + \left[ \int_0^{\infty} \exp(-\gamma z) J_1(\gamma r) J_1(\gamma a) d\gamma \right]^2 \right\}, \quad (18)$$

$$f(r, z) = \frac{j_0^2}{4A^2\sigma} \exp(-2B) \left\{ \left[ \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{4A} - \gamma z\right) J_0(\gamma r) \gamma d\gamma \right]^2 + \left[ \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{4A} - \gamma z\right) J_0(\gamma r) \gamma d\gamma \right]^2 \right\}. \quad (19)$$

Тепловой источник вида (17) дает расходимость  $T(r, z)$  в начале координат. Оценим интегралы в (18), учитывая, что из-за квадратичной

зависимости объемной плотности мощности источников тепла от плотности тока и резкой зависимости плотности тока от пространственных координат основной вклад в нагрев материала дадут области, непосредственно прилегающие к источнику тока на поверхности полупространства. Используя первую теорему о среднем, получим

$$\int_0^{\infty} \exp(-\gamma z) J_0(\gamma r) J_1(\gamma a) d\gamma = \exp(-\xi z) \int_0^{\infty} J_0(\gamma r) J_1(\gamma a) d\gamma =$$

$$= \exp(-\xi z) \begin{cases} a^{-1}, & r < a, \\ 0, & r > a, \end{cases}$$

где  $\xi$  — некоторое значение  $\gamma$  в интервале  $[0, \infty]$ .

Положим  $\xi = 1/a$ , тогда, например, в точке  $r = 0 < a$ , используя [9], имеем

$$\int_0^{\infty} \exp(-\gamma z) J_1(\gamma a) d\gamma = \frac{[(z^2 + a^2)^{1/2} - z]}{a(z^2 + a^2)^{1/2}}.$$

С другой стороны, по сделанной оценке тот же интеграл равен  $\exp(-z/a)/a$ , т.е.  $[(z^2 + a^2)^{1/2} - z](z^2 + a^2)^{-1/2} = \exp(-z/a)$ . При  $z \rightarrow 0$  и  $z \rightarrow \infty$  эти функции стремятся к одному и тому же значению. Кроме того, в диапазоне  $z < 3a$  различие в значениях не превышает в среднем нескольких процентов. Таким образом, сделанная оценка удовлетворительна. Далее,

$$\int_0^{\infty} \exp(-\gamma z) J_1(\gamma r) J_1(\gamma a) d\gamma = \exp(-\xi z) \int_0^{\infty} J_1(\gamma r) J_1(\gamma a) d\gamma =$$

$$= \exp(-\xi z) \begin{cases} \frac{r}{2a^2} F\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2; \frac{r^2}{a^2}\right), & r < a, \\ \frac{a}{2r^2} F\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2; \frac{a^2}{r^2}\right), & r > a. \end{cases}$$

Для упрощения дальнейших расчетов и сходимости интеграла (16) пренебрежем слабой зависимостью от  $r$  в этом интеграле и допустим оценку сверху

$$\int_0^{\infty} \exp(-\gamma z) J_1(\gamma r) J_1(\gamma a) d\gamma \geq \exp(-z/a) \begin{cases} (2a)^{-1}, & r < a, \\ 0, & r > a. \end{cases}$$

В результате получаем простое выражение для теплового источника

$$f(r, z) \simeq \frac{j_0^2 a^2}{\sigma} \begin{cases} \exp(-2z/a)/a^2, & r \leq a, \\ 0, & r > a. \end{cases} \quad (20)$$

Отметим, что аналогичный вид теплового источника использовался в [13] при оценке нагрева образца точечной иглой. В качестве характерного масштаба источника авторы приняли длину свободного пробега электрона. Как будет показано ниже, оценки по порядку величин совпадают. Используя (20) и выражение для функции Грина при интегрировании (16), получим в точке  $r = 0, z = 0$

$$T(0, 0) \simeq \frac{j_0^2 a^2}{\lambda \sigma} \left\{ 2\pi^{1/2} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) [H_1(2) - N_1(2)] + 1 \right\},$$

где  $H$  и  $N$  — функции Струве и Неймана,  $\Gamma$  — гамма-функция. В итоге имеем

$$T(0, 0) \simeq \frac{j_0^2 a^2}{\lambda \sigma} = 10^2 - 10^3 \text{ град.}$$

Оценка проведена для  $j_0 = 3 \cdot 10^{17}$  ед.СГС,  $a = 50 \cdot 10^{-8}$  см,  $\sigma = 10^{14}$  ед.СГС,  $\lambda = 10^5 - 10^7$  эрг/см · с · град. Подчеркнем, что нагрев вещества приводит к значительному снижению порога прочности [11].

### Заключение

Таким образом, для типичных экспериментальных условий, при которых наблюдалась локальная модификация поверхности твердого тела в сканирующем туннельном микроскопе, нами проведен расчет распределения электрического поля в исследуемом материале, находящемся под зондирующей иглой микроскопа. В качестве образца рассматривалось полупространство с плоской границей и пленка из другого материала на нем. Используя различные модельные формы игл, каждой из которых соответствует свое распределение тока на поверхности образца, получено радиальное распределение механических напряжений и деформаций на поверхности материала под действием педеромоторных сил и локального нагрева. Показано, что для некоторых материалов напряжения и деформации могут превысить предел прочности конкретного вещества. В связи с этим следует отметить, что в реальных экспериментальных условиях на поверхности электродов микроскопа всегда находится несколько монослоев адсорбированного вещества или отдельные микрочастицы. Характеристики механического контакта с подложкой в данном случае не определены, но представляется очевидным, что предел прочности такой системы значительно ниже, чем у материалов, обычно используемых в экспериментах. Кроме того, поскольку масштаб неоднородности электрического поля по поверхности вещества (см., например, (12)) составляет десятки ангстрем, то следует ожидать значительных сил, действующих на дипольные моменты адчастиц в условиях высоких градиентов электрического поля.

Специфика тепловой задачи в нашем случае заключается, в частности, в характере объемного источника тепла, возникающего за счет джоулевых потерь протекающего тока. Квадратичная зависимость объемной плотности мощности тепла от плотности тока  $f(r, z) = j^2(r, z)/\sigma$  и достаточно резкая зависимость плотности тока от пространственных координат позволили при оценке интегралов, входящих в  $f(r, z)$ , ограничиться областью, непосредственно примыкающей к источнику тока на поверхности образца. Полученное выражение для

плотности мощности (20) обеспечило сходимость интеграла, определяющего стационарную температуру в образце. Значение температуры зависит от свойств вещества и при типичных значениях тока может достигать на поверхности величины  $10^2 - 10^3$  град. В этих условиях увеличивают скорость твердофазные диффузионные процессы из-за аррениусовской зависимости коэффициентов диффузии от температуры. Такие процессы, происходящие в сильных электрических полях, могут приводить к локальным изменениям эмиссионных свойств поверхности, как это показано в работе [3].

Нетрудно заметить, что максимальные значения электрического поля, деформации, механических напряжений и температуры достигаются на поверхности материала, что и позволяет говорить о возможности локальной модификации твердого тела вблизи его поверхности. Из полученных формул следует, что при малых величинах туннельного тока  $j \leq 10^{14}$  ед. СГС, соответствующих режиму сканирования, нагрев и деформация образца пренебрежимо малы, во всяком случае для осуществления необратимых изменений на его поверхности.

Очевидно, что выделение тепла и деформация имеют место также и в зондирующей игле микроскопа, расчет которых более сложен. Однако традиционное применение иглы из вольфрама с высоким порогом механической прочности и более слабой зависимостью его от температуры, чем у других материалов [11], приводит, как правило, к необратимым изменениям только поверхности исследуемого образца. При работе с иглой из золотой проволоки возможны миграция кластеров на острие иглы под действием пондеромоторных сил и даже перенос вещества с иглы на поверхность [2].

Автор благодарит Н.Н. Салащенко за обсуждение результатов данной работы.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 94-02-04537) и программой ВТСП.

#### Список литературы

- [1] *Stauffer U., Wiesendanger R., Eng L., Rosenthaler L. et al. // J. Vac. Sci. Tech. A. 1988. Vol. 6, N 2. P. 537-539.*
- [2] *Владимиров Г.Г., Грязев А.А. // Вестник СПУ. 1993. № 4. С. 24-40.*
- [3] *Азсахалян А.Д., Гапонов С.В., Дорофеев И.А. и др. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 4. С. 144-155.*
- [4] *Тизонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики М.: Наука, 1977. 735 с.*
- [5] *Гапонов В.И. Электроника. Ч. I. М.: Физматгиз, 1960. 516 с.*
- [6] *Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.*
- [7] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 246 с.*
- [8] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 623 с.*
- [9] *Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963. 1100 с.*
- [10] *Снеддон И.Н., Берри Д.С. // Классическая теория упругости. М.: Физматгиз, 1961. 220 с.*
- [11] *Физические величины / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.*
- [12] *Карташов Э.М. // Аналитические методы в теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 1979. 480 с.*
- [13] *Persson B.N.J., Demuth J.E. // Sol. St. Commun. 1986. Vol. 57. N 9. P. 769-772.*