

01;08

©1995 г.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОЛЩИННО-НЕОДНОРОДНЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ УЛЬТРАЗВУКА

И.В.Островский, Н.К.Жабитенко, В.И.Задорожный

Киевский государственный университет им. Т.Г. Шевченко,
252057, Киев, Украина
(Поступило в Редакцию 12 октября 1994 г.)

С использованием вариационного метода Ритца теоретически исследованы спектры собственных частот толщинно-неоднородных дисковых пьезоэлементов. Показано, что неоднородность по толщине приводит к появлению добавочных собственных частот в области толщинного резонанса по сравнению с диском постоянной толщины и к расширению полосы частот излучения пьезоэлемента. Экспериментальные спектры частот хорошо согласуются с расчетными. На основании исследований спектра частот предложен толщинно-неоднородный широкополосный излучатель для генерации стохастических ультразвуковых колебаний.

Введение

В последнее время ультразвуковые излучатели занимают важное место в современной физике, биофизике, химии, в научных исследованиях [1] и в широком спектре приложений [2-5].

В мегагерцовой области частот, используемой в медицине, наибольшее распространение получили элементы из пьезокерамики в виде дисков. Как правило, используются однородные по толщине моночастотные преобразователи. При необходимости же возбуждения широкополосного ультразвука они практически непригодны. Однако для создания широкополосных и стохастических ультразвуковых колебаний в веществе, в частности в биообъектах, возникает необходимость использования широкополосных преобразователей ультразвука [6-8].

Для возбуждения широкополосного ультразвука более целесообразно использование пьезоэлектрических элементов с неоднородной (переменной по радиусу) толщиной. Полоса частот эффективного излучения таких пьезоэлементов определяется степенью неоднородности диска по толщине и рассчитывается только в случае конусной формы одной из поверхностей пьезоэлемента [6]. С целью изучения спектра

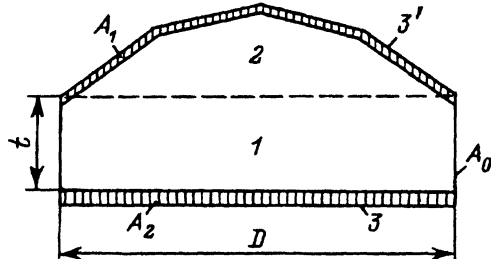


Рис. 1. Расчетная модель пьезоэлемента.

частот излучения неоднородного пьезоэлемента в настоящей работе численно рассчитан спектр для случая произвольной формы той его поверхности, которая противоположна рабочей (плоской) поверхности, как показано на рис. 1. Проведено также сопоставление расчетных и экспериментальных результатов.

Теория

В модели пьезоэлемента, показанной на рис. 1, можно выделить плоскопараллельный слой 1 с толщиной t и диаметром D , а также неоднородный по толщине слой с заданным профилем его поверхности 2; 3, 3' — электроды для возбуждения пьезоэлемента внешним электрическим напряжением.

Введем обозначения для боковой поверхности диска A_0 , рабочей плоской поверхности A_2 и неплоской (противоположной рабочей) поверхности A_1 . Свободные колебания неоднородного пьезоэлемента с электрически закороченными поверхностями A_1 и A_2 описываются уравнениями движения и пьезоэффекта

$$\rho\omega^2 u_i + \partial T_{ik}/\partial x_k = 0, \quad \partial D_k/\partial x_k = 0$$

с граничными условиями

$$T_{ik}n_k|_{A_0-2} = 0, \quad D_k n_k|_{A_1} = 0, \quad \Phi|_{A_{1,2}} = 0,$$

где

$$T_{ik} = C_{iklm}(\partial u_l/\partial x_m) + e_{lik}(\partial \Phi/\partial x_l),$$

$$D_k = e_{kij}(\partial u_i/\partial x_j) - \varepsilon_{ki}(\partial \Phi/\partial x_i),$$

соответственно компоненты тензора напряжений и вектора электрической индукции, выраженные через механические смещения u_i , потенциал Φ , а также компоненты тензора модулей упругости \hat{C} , пьезоэлектрического тензора \hat{e} и тензора диэлектрических постоянных $\hat{\varepsilon}$.

Для нахождения собственных частот колебаний $f_m = \omega_m/2\pi$ воспользуемся методом Ритца [9] для минимизации функций Лагранжа [10-12], используемой в нашей задаче,

$$L = 1/2 \iiint_V [\hat{T} \cdot \nabla \mathbf{u} + (\mathbf{D} \cdot \nabla \Phi) - \rho\omega^2 \mathbf{u}^2] dV - \iint_A \Phi(\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) dA.$$

Смещения и потенциал будем искать в виде разложений по наборам N координатных функций [11], записанных в цилиндрической системе координат с направлением оси z , совпадающим с направлением оси C_6 кристаллов класса симметрии G_{mm} ,

$$u_r = \sum_{n=1}^N a_{nr} u_r^{(n)}, \quad u_z = \sum_{n=1}^N a_{nz} u_z^{(n)}, \quad \Phi = \sum_{n=1}^N a_{n3} \Phi^{(n)}, \quad (1)$$

а частоты f_m определим из матричного уравнения, получаемого из условий $dL/da_{nr} = 0$, $dL/da_{nz} = 0$, $dL/da_{n3} = 0$.

Как известно [9], точность, достигаемая в методе Ритца, во многом зависит от правильного выбора системы координатных функций в (1). Для решения поставленной задачи мы испробовали различные наборы координатных функций, наиболее удачным оказался следующий ее выбор:

$$u_r^{(n)} = \begin{cases} j_1(\bar{r}\eta_m) \sin(2k-1)\pi\bar{z}, \\ j_1(\bar{r}\eta_s), \\ 0, \end{cases} \quad u_z^{(n)} = \begin{cases} \cos(2g-1)(\pi\bar{z}/t(r)), \\ 0, \\ j_0(\bar{r}\beta_j) \cos(2i-1)(\pi\bar{z}/t(r)), \end{cases}$$

$$\Phi^{(n)} = \begin{cases} j_0(\bar{r}\lambda_p) \sin 2kg(\bar{z}/t(r)), \\ \sin 2kv(\bar{z}/t(r)), \\ 0, \end{cases} \quad (2)$$

где j_0 и j_1 — функции Бесселя; индексы $m, k, s, g, j, i, p, q, v$ — наборы целых положительных чисел (каждый набор определяет функцию со своим значением индекса n), параметры $\eta_{m(s)}, \beta_{j(g)}, \lambda_{p(v)}$ определяются уравнениями

$$\eta_m j_0(\eta_m) = (1 - C_{1122}/C_{1111}) j_1(\eta_m), \quad j_0(\beta_j) = 0, \quad j_1(\lambda_p) = 0;$$

$\bar{z} = z/t$ и $\bar{r} = 2r/D$ — безразмерные параметры; $t(r)$ — функция, определяющая форму поверхности A_1 .

В случае, когда A_1 представляет собой шаровой сегмент высотой h с радиусом кривизны $R = D^2/8h + h/2$, имеем

$$t(r) = 1 + \left[(h - R) + (R^2 - D^2 r^2 / 4)^{1/2} \right] / t.$$

Спектр частот собственных мод колебаний пьезоэлемента находил-ся численно с использованием ЭВМ по специально разработанной программе. Для контроля правильности получаемых результатов (а с вычислительной точки зрения численной устойчивости процесса нахождения решения) использовались наборы координатных функций ($N < 50$) с различными сочетаниями (m, k) , (i, j) , (p, q) , а также различным количеством функций в правых частях соотношений (2). Для

оценки погрешностей, возникающих из-за ошибок округления, при расчетах контролировалось число обусловленности матрицы Рунга. Кроме того, результаты расчета спектра сопоставлялись со спектром, полученным экспериментально из зависимости проводимости пьезоэлемента от частоты. В качестве примера приведем один из возможных наборов указанных индексов: $(m, k) = [(1, 1), (2, 1), \dots, (9, 1)]$,

$$s = [1, 2, \dots, 7], \quad \{u_r^{(17)}, \dots, u_r^{(32)}\} = 0; \quad g = [1, 2, \dots, 8],$$

$$\{u_z^{(g)}, \dots, u_z^{(22)}\} = 0, \quad (i, j) = [(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), \dots, (5, 1), (5, 2)];$$

$$(p, q) = [(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), \dots, (7, 1), (7, 2)],$$

$$v = [1, 2, \dots, 18].$$

Расчет и эксперимент

На рис. 2,а показан спектр частот для однородного пьезоэлемента ($h = 0$) из керамики ЦТС-19 толщиной 1 мм и диаметром 12 мм. Частота Ω на оси абсцисс дана в безразмерном виде $\Omega = 2\pi f/f_t$, где f_t — частота первой моды собственных колебаний по толщине для однородной бесконечной пластины (диска).

Как известно [13], частоты максимальной проводимости пьезоэлемента (частоты резонанса) в пренебрежении потерями практически совпадают с собственными частотами колебаний.

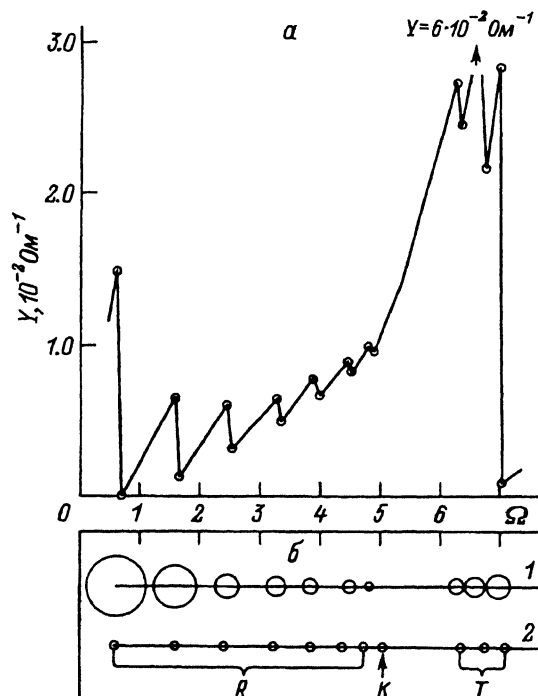


Рис. 2.
а — частотная зависимость проводимости плоского диска из керамики типа ЦТС-19;
б — спектр частот плоского пьезоэлемента: 1 — эксперимент, 2 — теория.

Экспериментальный спектр частот на рис. 2,б (1) приведен светлыми кружками, причем диаметры кружков пропорциональны эффективности возбуждения мод. За меру эффективности возбуждения мод принималось отношение проводимости пьезопластины на частоте резонанса Y_r к ее значению на частоте минимума проводимости Y_a (т. е. на частоте антирезонанса) Y_r/Y_a . На рис. 2,б (2) кружками показан спектр собственных частот, рассчитанный на ЭВМ при значениях постоянных, соответствующих эксперименту:

а) упругие постоянные

$$C_{1111} = 9.4 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2, \quad C_{1122} = 5.08 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2, \quad C_{1133} = 5.08 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2, \\ C_{3333} = 9.4 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2, \quad C_{3131} = 2.18 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2;$$

б) пьезоэлектрические постоянные

$$e_{131} = 12 \text{ К/м}^2, \quad e_{333} = 16.9 \text{ К/м}^2, \quad e_{311} = -4.22 \text{ К/м}^2;$$

в) диэлектрические постоянные:

$$\epsilon_{11} = 7.45 \cdot 10^{-9} \text{ Ф/м}, \quad \epsilon_{33} = 11.3 \cdot 10^{-9} \text{ Ф/м}.$$

Спектр частот, приведенный на рис. 2,б (2), можно условно разделить на три области [12]. Первая, или R -область ($\Omega < 5$), соответствует радиальным модам колебаний диска. Вторая область, T -область ($\Omega = 2\pi$), соответствует собственным частотам колебаний по толщине, наконец, третья область соответствует краевым модам (так называемые K -моды) с максимальными упругими смещениями у края диска ($\Omega = 5$).

Как видно из рис. 2,б, теоретический и экспериментальный спектры хорошо согласуются в R - и T -областях спектра, но K -мода в эксперименте не наблюдается. Это связано, как видно из рис. 2,а, с низкой эффективностью возбуждения данной моды. Поэтому при использовании пьезоэлемента в качестве излучателя ультразвука краевая мода может быть практически исключена из рассмотрения.

Толщинно-неоднородный преобразователь

Приведенные данные, согласие экспериментальных и расчетных результатов позволяют сделать вывод о правильности выбора метода расчета спектров, отлаженности и работоспособности программного продукта и возможности его использования для расчета спектра частот неоднородных широкополосных пьезоэлементов и пьезопреобразователей. В качестве примера использования метода на рис. 3 приведены результаты исследований спектра частот для неоднородного диска с одной плоской и одной сферической поверхностью с отношениями $D/t = 16$, $h/t = 0.5$. Рис. 3,а иллюстрирует проводимость неоднородного пьезоэлемента на частотах резонанса и антирезонанса. Для наглядности через экспериментальные точки проведена ломаная кривая. На рис. 3,б показаны спектры частот (2 — эксперимент, 3 — теория). Для сравнения на данном рисунке приведен также спектр для однородного диска (1).

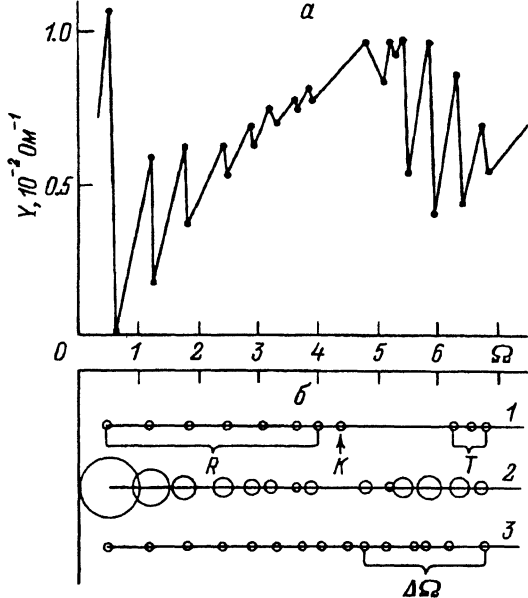


Рис. 3.
a — частотная зависимость проводимости толщинно-неоднородного пьезоэлемента ($h/t = 0.5$);
б — спектр частот: 1 — плоский диск; 2, 3 — толщинно-неоднородный диск (соответственно эксперимент и теория).

Как следует из рис. 2, 3, вблизи частоты толщинного резонанса бесконечной пластины ($\Omega = 2\pi$) в ограниченном диске даже в случае его плоской формы имеется несколько собственных мод колебаний. Это связано, как показано в работе [12], с наличием боковой поверхности диска и влиянием отражения упругих волн от этой границы на формирование мод колебаний по толщине.

Естественно, что наличие боковой границы приводит не только к дискретности спектра мод колебаний по толщине, но и к дискретности спектра радиальных мод. В приближенном расчете спектра частот T -мод пьезоэлемента [3] пренебрегается влиянием боковой поверхности. В этом случае спектр является сплошным. Из того факта, что экспериментальный спектр дискретный и он совпадает с расчетным спектром, найденным по описываемому здесь методу, следует, что для расчетов спектров ограниченных дисков необходимо использовать точный метод определения спектра.

Сравнение кривых 1 и 3 на рис. 3, б показывает, что в случае неоднородного пьезоэлемента полоса собственных частот в области существования T -мод расширяется и для данного образца составляет величину $\Delta\Omega = 2$. Относительная полоса частот $\Delta\Omega/\Omega_c \approx 40\%$ (здесь Ω_c — центральная частота T -мод). Выражение для полосы частот, полученной по приближенной теории [3], можно представить в виде

$$\Delta\Omega/\Omega_c = 2(h/t)/(2 + h/t), \quad (3)$$

откуда при $h/t = 0.5$, $\Delta\Omega/\Omega_c = 40\%$, что практически совпадает с полосой частот, полученной в наших расчетах. Поэтому для оценки полосы частот следует пользоваться приближенной формулой (3), однако спектр частот, как указывалось выше, должен быть рассчитан по точной методике.

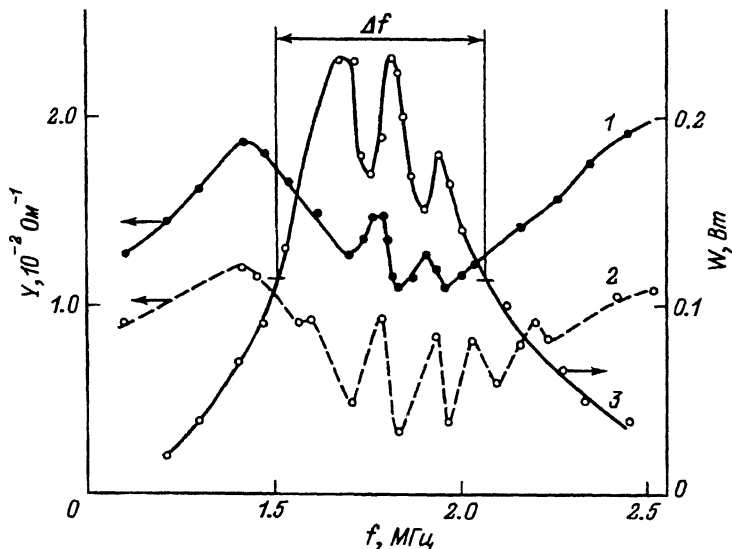


Рис. 4. Частотные зависимости проводимости излучателя (1) и свободного пьезоэлемента (2), а также мощности ультразвука (3).

Дискретность спектра частот приводит к уменьшению эффективности в областях частот между собственными частотами, показанными кружками на рис. 2, 3. В результате частотная характеристика возбуждения будет изрезанной, что должно учитываться при разработке широкополосных излучателей ультразвука.

Для проверки теории на основе пьезоэлемента, характеристики которого указаны на рис. 3, был также изготовлен и исследован излучатель ультразвука, включающий детали крепления пьезоэлемента, токоподводы к нему и кабель, который присоединяется к источнику электрических колебаний.

На рис. 4 приведены частотные зависимости проводимости излучателя (кривая 1), а также его свободного пьезоэлемента (кривая 2). Как следует из сравнения кривых 1 и 2, излучатель имеет такую же полосу эффективного излучения, как и пьезоэлемент, однако изрезанность частотной характеристики излучателя существенно меньше, чем соответствующая характеристика пьезоэлемента. Это связано с креплением пьезоэлемента в излучателе, которое приводит к демпфированию колебаний всего излучателя в целом. Кроме того, видно, что степень демпфирования практически не влияет на полосу частот возбуждения колебаний излучателя.

Основной характеристикой широкополосного излучателя ультразвука является частотная зависимость мощности ультразвука ($УЗ$), излучаемой в вещество. Она и явилась предметом наших экспериментальных исследований. Мощность ультразвука измерялась широкополосным измерителем мощности ИМА-2 с рабочим диапазоном частот 0.8–2.8 МГц и динамическим диапазоном 0.01–2 Вт. Амплитуда напряжения на излучателе при изменении частоты поддерживалась постоянной.

Частотная зависимость мощности ультразвука представлена на рис. 4 (кривая 3). Она имеет изрезанный характер, а максимумы мощности наблюдаются на частотах антирезонанса проводимости. Штриховой кривой на графике проведена усредненная мощность в области осцилляций спектра мощности ультразвука. В этом случае можно оценить полосу излучения, соответствующую уровню половинной мощности, которая оказалась равной $\Delta f = 0.63$ МГц. Относительная ширина спектра излучения при центральной частоте 1.7 МГц составила 37%. Это значение неплохо согласуется с расчетной полосой частот, равной 40%.

Возбуждение ультразвукового шума

Излучатель был также испытан в качестве источника широкополосного УЗ шума. В этом случае он возбуждался от специального генератора электрических шумовых колебаний с широким спектром частот. Регистрация спектра ультразвука осуществлялась с помощью широкополосного приемника ультразвука и анализатора спектра. Спектр оказался подобным зависимости 3 на рис. 4, т. е. является широкополосным, что позволяет сделать вывод о возможности использования исследуемого нами излучателя для создания широкополосного ультразвукового источника шума, имитирующего стохастический УЗ сигнал, который имеет случайное распределение частоты, фазы и амплитуды ультразвуковых колебаний. Отметим, что интегральная мощность УЗ шума для данного излучателя диаметром 14 мм составила 0.5 Вт. Этой мощности достаточно для проведения биомедицинских исследований по влиянию УЗ шума на биообъекты.

Выводы

1. Разработана программа для точного расчета спектра собственных частот колебаний неоднородно-толщинного пьезоэлемента. Проведенные расчеты показали, что неоднородность по толщине приводит к появлению добавочных по сравнению с плоским диском собственных частот в области толщинного резонанса.

2. Расчеты и эксперименты с пьезоэлектрическими элементами из ПТС-19 показали, что эффективное уширение области частот возбуждения составляет около 40% при $h/t = 0.5$.

3. Толщинно-неоднородный широкополосный излучатель может быть использован для генерации стохастического ультразвукового сигнала.

Список литературы

- [1] Физика визуализации изображений в медицине / Под ред. С. Уэбба. Т. 2. М.: Мир, 1991. 406 с.
- [2] Применение ультразвука в медицине / Под ред. К. Хилла. М.: Мир, 1989. 567 с.
- [3] Ультразвуковые преобразователи для неразрушающего контроля / Под ред. И.Н. Ермолова. М.: Машиностроение, 1986. 278 с.
- [4] Коротченко О.А., Марченко А.Т., Островский И.В. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 8. С. 187-191.
- [5] Жабитенко Н.К., Калитенко В.А., Кучеров И.Я., Перга В.М. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 3. С. 109-116.

- [6] *Ostrovskii I.V., Marchenko A.T.* // 35th Annual Convention of the AIUM. Georgia (USA), 1991. Abstract N 4012.
- [7] *Ostrovskii I.V., Marchenko A.T.* // J. Ultrasound in Medicine. 1992. Vol. 11. N 3. P. 557.
- [8] *Марченко А.Т., Сокол-Черниловский С.Н., Гарцтрон В.Е.* // Ультразвуковая техника. 1988. Т. 23. С. 145-147.
- [9] *Мизлин С.Г.* Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970. 436 с.
- [10] *Eer Nisse E.P.* // IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics. 1967. Vol. SU-14. N 4. P. 153-160.
- [11] *Лазуткин В.Н., Михайлов А.И.* // Акуст. журн. 1976. Т. 22. № 3. С. 393-399.
- [12] *Гринченко В.Т., Мелешко В.В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев: Наукова думка, 1981. 284 с.
- [13] *Физическая акустика* / Под ред. У. Мэзона. М.: Наука, 1966. Т. 1. Ч. 6. 575 с.
-