01;05;07;08

КОЛЛИНЕАРНОЕ АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В КУБИЧЕСКИХ ЦЕНТРОСИММЕТРИЧНЫХ КРИСТАЛЛАХ ПРИ НАЛИЧИИ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

© *С.Н.Курилкина*

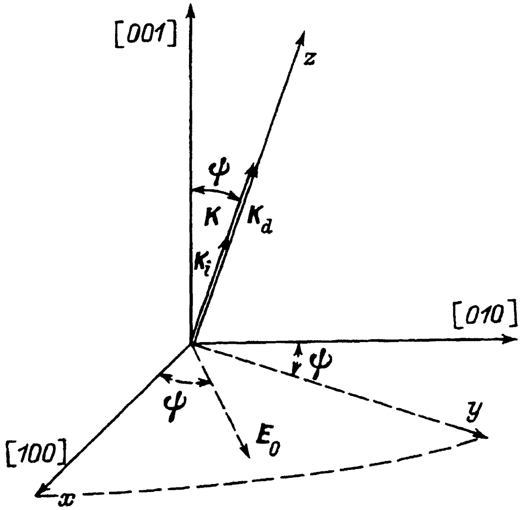
Гомельский государственный университет,
246699 Гомель, Белоруссия
(Поступило в Редакцию 11 января 1995 г.)

Рассмотрены особенности коллинеарного акустического взаимодействия в центросимметричных кубических кристаллах с электроиндуцированной анизотропией. Показано, что такое взаимодействие можно использовать для создания фильтров и спектроанализаторов, перестраиваемых как путем изменения частоты ультразвука, так и величины внешнего электрического поля. Найдена зависимость ширины полосы пропускания фильтра от направления распространения ультразвука, ориентации внешнего электрического поля и величины квадратичных электрооптических коэффициентов. Минимальная ширина линии достигается, когда волновые векторы звуковой и световой волн расположены в плоскости (100) под углом $\pi/4$ к оси [001], а внешнее электрическое поле ориентировано ортогонально волновому вектору звука под углом $\varphi \geqslant \pi/4$ к оси [100].

Исследование коллинеарного акустического (АО) взаимодействия представляет существенный интерес в связи с возможностью широких практических применений (см., например, [1–4]).

В настоящей работе рассматривается дифракция света на акустических волнах в случае их коллинеарного распространения в кубических центросимметричных кристаллах (например, $BaTiO_3$, $SrTiO_3$, $KTiO_3$ и др.) при наличии внешнего электрического поля и обсуждается возможность использования данного взаимодействия при разработке АО фильтров и спектроанализаторов.

Пусть в плоскости (100) кубического кристалла класса $m3m$ под некоторым углом ψ к кристаллографической оси [001] распространяются световая и звуковая волны (см. рисунок). Положим также, что ортогонально последним приложено внешнее электрическое поле $\mathbf{E}_0$. Используем систему координат, ось z которой совместим с направлением волновой нормали акустической волны, а ось x — с осью [100], вектор $\mathbf{E}_0$ образует с последней угол φ. Как известно (см., например, [1]), в результате воздействия внешнего электрического поля кубический



Геометрия взаимодействия ($\mathbf{k}_{i,d}$, $\mathbf{k}$ — соответственно волновые векторы световой и звуковой волн).

кристалл оказывается двупреломляющим, т. е. в одном направлении с различными скоростями распространяются две электромагнитные волны

$$\mathbf{E}_1 = A_1 \mathbf{a}_1 \exp i[(k_0 + q_2)z - \omega t],$$
$$\mathbf{E}_2 = A_2 \mathbf{a}_2 \exp i[(k_0 + q_1)z - \omega t], \qquad (1)$$

где $A_{1,2}$ — амплитуды; ω — частота; $k_0 = (\omega/c)n$ — волновое число, n — оптический показатель преломления кристалла; $\mathbf{a}_{1,2}$ — векторы поляризации, определяемые соотношением

$$\mathbf{a}_1 = (\mathbf{e}_1 - \varkappa \mathbf{e}_2)/\sqrt{1+\varkappa^2}, \qquad \mathbf{a}_2 = (\mathbf{e}_2 - \varkappa \mathbf{e}_1)/\sqrt{1+\varkappa^2}, \qquad (2)$$

$\mathbf{e}_k$ — орты используемой координатной системы.

Электроиндуцированные добавки q_1 и q_2 к невозмущенному волновому числу k_0 имеют вид

$$q_{1,2} = \frac{\omega^2}{4c^2 k_0} \left\{ \Delta\varepsilon_{11}^{el} + \Delta\varepsilon_{22}^{el} \pm \left[\left(\Delta\varepsilon_{11}^{el} - \Delta\varepsilon_{22}^{el} \right)^2 + 4\Delta\varepsilon_{12}^{el}\Delta\varepsilon_{21}^{el} \right]^{1/2} \right\}, \qquad (3)$$

причем

$$\varkappa = \omega^2 \Delta\varepsilon_{12}^{el} \Big/ \left[c^2 \left(2k_0 q_1 - \frac{\omega^2}{c^2} \Delta\varepsilon_{11}^{el} \right) \right], \qquad \Delta\varepsilon_{ij}^{el} = -\varepsilon^2 R_{ijkl} E_{k_0} E_{l_0},$$

R_{ijkl} — тензор квадратичных электрооптических коэффициентов, $\varepsilon = n^2$.

Упругая волна, распространяющаяся в направлении оси z, создает периодическое изменение тензора диэлектрической проницаемости $\Delta\varepsilon_{ik}^{pe} = -\varepsilon^2 p_{iklm} u_{lm}$, где p_{iklm} — фотоупругие постоянные, $u_{lm} = (\partial u_l/\partial x_m + \partial u_m/\partial x_l)/2$ — упругие деформации, u_l — вектор смещения акустической волны.

Взаимодействие световой и звуковой волн на фотоупругой нелинейности приводит к появлению в области их перекрытия индуцированной электрической поляризации среды вида

$$P_i = P_i^+ + P_i^- = \frac{1}{8\pi}\left(\Delta\varepsilon_{ik}^{pe} + \Delta\varepsilon_{ik}^{*pe}\right)E_k. \tag{4}$$

Тогда волновое уравнение для напряженности дифрагированного поля принимает вид

$$\nabla^2\mathbf{E} - \frac{(\varepsilon + \Delta\varepsilon^{el})}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{E} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{P}. \tag{5}$$

Решение волнового уравнения (5) будем искать методом связанных волн, полагая, что поле излучения в среде представимо в виде

$$\mathbf{E} = A_i(z)\mathbf{a}_1 \exp i[\mathbf{k}_i\mathbf{r}_i - \omega t] + A_d(z)\mathbf{a}_d \exp i[\mathbf{k}_d\mathbf{r} - \omega_d t], \tag{6}$$

где индексами i, d обозначены соответственно падающая и дифрагированная волны.

Подставляя (6) в (5), получаем систему уравнений для определения медленно изменяющихся амплитуд $A_{i,d}$

$$\frac{d}{dz}A_i = ibA_d \exp(-i\Delta kz),$$
$$\frac{d}{dz}A_d = ibA_i \exp(i\Delta kz). \tag{7}$$

Здесь

$$b = \frac{\omega^2}{4c^2k_0}\mathbf{a}_i\Delta\varepsilon^{pe}\mathbf{a}_d;$$

$\Delta k = (\mathbf{k}_i + \mathbf{K} - \mathbf{k}_d)\mathbf{e}_3$ — волновая расстройка; $\mathbf{K} = \Omega/v$; Ω и v — частота и фазовая скорость акустической волны. С учетом граничных условий $A_d(0) = 0$, $A_i(0) = A_{i0}$ из (7) получаем

$$A_i(z) = \exp\left(-\frac{i\Delta kz}{2}\right)\left[\cos sz + i\frac{\Delta k}{2s}\sin sz\right]A_{i0},$$

$$A_d(z) = \exp\left(\frac{i\Delta kz}{2}\right)\frac{ib}{s}\sin sz \cdot A_{i0},$$

$$s = \left[|b|^2 + \left(\frac{\Delta k}{2}\right)^2\right]^{1/2} \tag{8}$$

Относительная величина T мощности падающего пучка, преобразуемой в дифрагированный пучок на длине взаимодействия L, в соответствии с выражением (8) имеет вид

$$T = \frac{|A_d(L)|^2}{|A_i(0)|^2} = \frac{\sin^2|b|L\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta k}{2|b|}\right)^2}}{1 + \left(\frac{\Delta k}{2|b|}\right)^2}. \tag{9}$$

Условие Брэгга $\Delta k = 0$ можно представить следующим образом:

$$\frac{v}{\lambda}(n_d - n_i) = f_s. \tag{10}$$

Из (10) следует, что длина волны света λ оказывается обратно пропорциональной частоте звука $f_s = \Omega/2\pi$ и прямо пропорциональной электроиндуцированной оптической анизотропии. Данная особенность коллинеарного АО взаимодействия может быть положена в основу разработки перестраиваемых фильтров и спектроанализаторов.

Как известно [1], идеальный акустооптический перестраиваемый фильтр обычно работает в условиях, когда

$$|b|L = \frac{\pi}{2}, \tag{11}$$

и при выполнении фазового синхронизма (10) мощность падающей световой волны целиком переходит в дифрагированную. Подставив (11) в (9) и учитывая, что $\mathbf{a}_i \equiv \mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_d \equiv \mathbf{a}_2$, определим ширину полосы $\delta\lambda_{1/2}$ пропускания фильтра на полувысоте максимума

$$\Delta\lambda_{1/2} = \frac{2\pi \cdot 0.80\lambda^2}{\lambda L(q_1 - q_2)} = \frac{1.6\lambda^2 n}{L\sqrt{(\Delta\varepsilon_{11}^{el} - \Delta\varepsilon_{22}^{el})^2 + 4\Delta\varepsilon_{12}^{el}\Delta\varepsilon_{21}^{el}}}. \tag{12}$$

Принимая во внимание, что

$$\Delta\varepsilon_{11}^{el} = -n^4 E_0^2\left[R_{11}\cos^2\varphi + R_{12}\sin^2\varphi\right],$$

$$\Delta\varepsilon_{22}^{el} = -n^4 E_0^2\left[R_{12}\cos^2\varphi + \left(R_{11} - \frac{R_{11} - R_{12}}{2}(1-\rho_E)\sin^2 2\psi\right)\sin^2\varphi\right],$$

$$\Delta\varepsilon_{12}^{el} = -n^4 R_{44} E_0^2 \sin 2\varphi, \qquad \rho_E = \frac{2R_{44}}{R_{11} - R_{12}},$$

получаем следующее выражение:

$$\Delta\lambda_{1/2} = \frac{1.6\lambda^2}{Ln^3E_0^2(R_{11} - R_{12})\sqrt{(\cos 2\varphi + \frac{1-\rho_E}{2}\sin^2 2\psi \sin^2\varphi)^2 + \rho_E^2\sin^2 2\varphi}}. \tag{13}$$

Как следует из (13), полуширина полосы существенно зависит от длины волны падающего света, квадратичных электрооптических коэффициентов среды, длины взаимодействия, а также величины и направления внешнего электрического поля. При заданном $\mathbf{E}_0$ ширина полосы пропускания $\Delta\lambda_{1/2}$ оказывается минимальной, когда функция

$$f(\psi) = \left(\cos 2\varphi + \frac{1-\rho_E}{2}\sin^2 2\psi \sin^2\varphi\right)^2 + \rho_E^2\sin^2 2\varphi \tag{14}$$

принимает максимальное значение. Поскольку для большинства кубических параэлектриков, к коим относятся $BaTiO_3$, $SrTiO_3$, $KTiO_3$, $\rho_E > 1$, то

$$f(\psi) = \max \quad \text{при} \quad \begin{cases} \psi = 0, & \text{если } \varphi < \pi/4, \\ \psi = \frac{\pi}{4}, & \text{если } \varphi \geqslant \pi/4. \end{cases} \tag{15}$$

Как показывает расчет, для фильтра, построенного на основе кристалла титаната бария, при воздействии внешнего электрического поля $E_0 \sim 2$–4 кВ/см ширина полосы пропускания $\Delta\lambda_{1/2} \sim 30$–$50$ Å в области спектра от 0.4 до 1 мкм.

Воспользовавшись условием (11) и уравнением для упругих волн в центросимметричных кристаллах при наличии внешнего электрического поля [5]

$$\left(\Pi - \rho v^2\right) \mathbf{u} = 0, \tag{16}$$

можно определить интенсивность звука I_s, при которой возможно 100%-ное преобразование энергии, падающей в дифрагированную волну. В выражении (16) введены обозначения $\Pi = \Lambda + \Lambda'$, $\Lambda_{ij} = c_{ijlm} n_l n_m$ — тензор Кристоффеля при $E_0 = 0$, $\mathbf{n}$ — волновая нормаль акустической волны, ρ — плотность среды, c_{ijlm} — упругие постоянные кристалла, а добавка Λ' к тензору Кристоффеля имеет вид

$$\Lambda' = \frac{1}{4\pi\varepsilon^{st}} \, \mathbf{G} \cdot \mathbf{G} - \frac{1}{4\pi} \beta, \tag{17}$$

$(\mathbf{G} \cdot \mathbf{G})$ — диада, $G_l = g_{ijkl} E_{j0} n_i n_k$, $\beta_{ij} = d_{mniklj} E_{m_0} E_{n_0} n_k n_l$, g_{ijkl} и d_{mniklj} — тензоры линейной и эффективной квадратичной электрострикции, ε^{st} — статическая диэлектрическая проницаемость среды. Тогда

$$b = \frac{\pi}{2\lambda n(1 + \varkappa^2)} \left[\Delta\varepsilon_{12}^{\text{фу}}(1 - \varkappa^2) + \varkappa(\Delta\varepsilon_{11}^{\text{фу}} - \Delta\varepsilon_{22}^{\text{фу}})\right] =$$

$$= \frac{\alpha\pi\varkappa n^3}{\lambda(1 + \varkappa^2)} \sqrt{\frac{I_{3b}}{\rho v^3}} (p_{11} - p_{12})(1 - p) \sin 2\psi \sin(2\psi - \eta). \tag{18}$$

Здесь $p = 2p_{44}/(p_{11} - p_{12})$; α — модуль составляющей вектора поляризации упругой волны, лежащей в плоскости yz; η — угол, образованный данной составляющей с осью z, который, как и α, определяется из волнового уравнения (16),

$$\varkappa = -\frac{\rho_E \sin 2\varphi}{\cos 2\varphi + \frac{1-\rho_E}{2} \sin^2\varphi \sin^2 2\psi + \sqrt{[\cos 2\varphi + \frac{1-\rho_E}{2} \sin^2\varphi \sin^2 2\psi]^2 + \rho_E^2 \sin^2 2\varphi}}.$$

Как видно из (18), коллинеарное акустооптическое взаимодействие оказывается запрещенным, если световая и звуковая волны распространяются вдоль кристаллографических осей [001] или [010], или же вектор внешнего электрического поля коллинеарен волновым векторам взаимодействующих волн, либо ортогонален последним, но лежит в плоскости yz. Поэтому указанные геометрии рассеяния следует исключить из рассмотрения. Кроме этого, учитывая (14), (15), следует выбирать направление приложения внешнего электрического поля $\mathbf{E}_0$, исходя из требования $\varphi \geqslant \pi/4$, чтобы наряду с возможностью реализовать акустооптическое взаимодействие выполнялось условие (15) минимальности ширины спектральной линии.

Отметим, что для малых внешних полей величина $\alpha \sim 1$ для случая дифракции на упругой волне, которая в отсутствие поля $\mathbf{E}_0$ является квазипродольной либо квазипоперечной.

Интенсивность звука, при которой осуществляется полное преобразование энергии падающей волны в дифрагированную, как следует из (18), определяется выражением

$$I_s = \left[\frac{\lambda(1+\varkappa^2)}{2\alpha\varkappa n^3 L(p_{11}-p_{12})(1-p)\sin 2\psi \sin(2\psi-\eta)}\right]^2 \rho v^3. \tag{19}$$

Для случая $\psi = \pi/4$, соответствующего выполнению условия минимальности ширины спектральной линии фильтра, из (19) следует

$$I_s\Big|_{\psi=\frac{\pi}{4}} = \left[\frac{\lambda(1+\varkappa^2)}{2\alpha\varkappa n^3 L(p_{11}-p_{12})(1-p)\cos\eta}\right]^2 \rho v^3. \tag{19a}$$

Из выражения (19а) видно, что величина интенсивности звука, соответствующей полному преобразованию энергии падающей волны в дифрагированную, оказывается существенно зависящей от фотоупругих и диэлектрических свойств среды, а также (в меньшей степени) от величины и направления приложенного внешнего электрического поля. В случае фильтра на кристалле титаната бария при $\lambda = 0.6328$ мкм, $\psi = \pi/4$, $\varphi = \pi/4$ интенсивность квазипродольной звуковой волны, при которой имеет место полное преобразование энергии падающей световой волны в дифрагированную, составляет ~ 8.5 Вт/см^2.

Разрешающая способность R и угловая апертура $\psi_{1/2}$ перестраиваемого фильтра определяются выражениями

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{1/2}} = \frac{Ln^3 E_0^2(R_{11}-R_{12})\sqrt{\left(\cos 2\varphi + \frac{1-\rho_E}{2}\sin^2 2\psi \sin^2\varphi\right)^2 + \rho_E^2 \sin^2 2\varphi}}{1.6\lambda}, \tag{20}$$

$$\psi_{1/2} = \left(\frac{\Delta\lambda_{1/2}}{\lambda}\right)^{1/2} =$$

$$= \left[\frac{1.6\lambda}{Ln^3 E_0^2(R_{11}-R_{12})\sqrt{\left(\cos 2\varphi + \frac{1-\rho_E}{2}\sin^2 2\psi \sin^2\varphi\right)^2 + \rho_E^2 \sin^2 2\varphi}}\right]. \tag{21}$$

Отметим, что угловая апертура АО фильтра на титанате бария составляет 4–5° во всей области спектра.

Существенными преимуществами данных устройств являются возможность осуществления фильтрации в ИК области без существенного уменьшения разрешающей способности и уширения полосы пропускания, а также большая угловая апертура. Однако данное акустооптическое взаимодействие может быть использовано не только для выделения узкого спектрального диапазона, но и при разработке спектроанализатора. Условие (10) может быть представлено следующим образом:

$$\lambda = \frac{vn^3 E_0^2}{2f_s}(R_{11} - R_{12})\sqrt{\left[\cos 2\varphi + \frac{1-\rho_E}{2}\sin^2\varphi\sin^2 2\psi\right]^2 + \rho_E^2\sin^2 2\varphi}. \quad (22)$$

Тогда, изменяя частоту звука f_s и величину внешнего электрического поля, можно осуществлять перестройку по спектру независимо по двум каналам. Кроме этого, можно использовать изменение звуковой частоты f_s для грубой настройки на максимум спектральной линии, а величины E_0 — для более точной настройки. Как показывает расчет, для титаната бария область анализируемых частот может охватывать 0.4–1 мкм, при этом используются внешние поля 1–4 кВ/см; область используемых звуковых частот 2.6–14 МГц, акустическая волна является квазипродольной.

Таким образом, полученные в работе соотношения могут быть использованы для расчета перестраиваемых фильтров и спектроанализаторов на кубических центросимметричных кристаллах во внешнем электрическом поле. Их достоинствами являются возможность работать в ИК диапазоне с неплохим разрешением, низкие (реально достижимые) уровни ультразвуковой мощности, требуемой для полного преобразования энергии падающей световой волны в дифрагированную, низкие акустические частоты, вследствие чего на ширину спектральной линии не оказывает влияния поглощение звука, а также возможность одновременной перестройки по спектру и анализа по двум независимым каналам.

В заключение автор выражает глубокую признательность В.Н. Белому за ряд полезных замечаний, высказанных при обсуждении работы.

Настоящая работа поддержана Фондом фундаментальных исследований Республики Беларусь.

Список литературы

[1] *Ярив А., Юх П.* Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1988.
[2] *Клудзин В.В., Кулаков С.В., Разживин Б.П.* // ФТТ. 1976. Т. 18. Вып. 9. С. 2827–2830.
[3] *Ананьев Е.Г., Пустовойт В.И.* // ФТТ. 1987. Т. 29. Вып. 4. С. 1214–1217.
[4] *Бондаренко В.С., Бышевский О.А., Переломова Н.В., Чирков Л.Е.* // Кристаллография. 1986. Т. 31. № 2. С. 333–336.
[5] *Белый В.Н., Севрук Б.Б., Хаткевич А.Г.* // Кристаллография. 1986. Т. 31. № 1. С. 5–11.