

01;07;08

## ДИФРАКЦИЯ ДВУХЦВЕТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ОДНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЕ В ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛАХ

© В.М.Котов

Институт радиотехники и электроники РАН,  
141120 Фрязино, Московская область, Россия  
(Поступило в Редакцию 23 февраля 1995 г.)

Исследована акустооптическая дифракция двухцветного излучения на одной акустической волне в одноосных кристаллах. Выявлено четыре варианта такой дифракции, которые могут быть реализованы как в положительных, так и отрицательных кристаллах. Показано, что частота звука, при которой обеспечивается брэгговский синхронизм двух произвольных оптических лучей с одной акустической волной, зависит от величины длин волн оптических лучей, показателей преломления среды, угла наклона плоскости дифракции к оптической оси кристалла, а также от выбранной геометрии акустооптического взаимодействия. Это значительно расширяет как круг акустооптических материалов, так и диапазон акустических частот, при которых можно обеспечить управление двухцветным излучением посредством взаимодействия с одной акустической волной.

Для управления оптическим излучением посредством акустооптического (АО) взаимодействия наиболее широко используется анизотропная дифракция света на звуке [1]. Такая дифракция обладает рядом преимуществ в сравнении с изотропной: она реализуется, как правило, при меньшей акустической мощности, обеспечивает большие углы дифракции, происходит с поворотом плоскости поляризации, что позволяет достаточно эффективно отделять дифрагированное излучение от падающего.

В настоящее время выявлено еще одно важное достоинство анизотропной дифракции — возможность реализации строгого брэгговского синхронизма одновременно двух произвольных оптических лучей с одной акустической волной. В [2-4] этот эффект использован для поляризационного расщепления двухцветного излучения посредством АО взаимодействия в одноосном гиротропном монокристалле  $\text{TeO}_2$ , что позволило создать двухцветные брэгговские расщепители-сдвигатели частоты для лазерных доплеровских анемометров. В [5] такая дифракция использована для АО модуляции двухцветного лазерного излучения с произвольной поляризацией.

Во всех вышеприведенных работах исследовался режим дифракции, когда плоскость АО взаимодействия совпадала с оптической осью кристалла. При этом отмечалось, что в отсутствие гиротропии анизотропная дифракция двухцветного излучения на одном звуке невозможна. Однако, как будет показано в настоящей работе, дифракция двухцветного излучения на одной акустической волне носит более универсальный характер, т.е. реализуема и в анизотропных (в частности, одноосных) кристаллах, в которых отсутствует гиротропия. Это значительно расширяет круг АО материалов, пригодных для управления двухцветным оптическим излучением посредством взаимодействия с одной акустической волной. Исследованию АО взаимодействия двухцветного излучения с одной акустической волной в одноосных кристаллах и посвящена данная работа.

Прежде всего отметим, что теоретически возможны четыре варианта анизотропной дифракции двухцветного излучения на одном звуке в одноосных кристаллах: а) лучи  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , являясь "обыкновенными", дифрагируют в "необыкновенные" лучи  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  соответственно; б) "необыкновенные"  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  дифрагируют в "обыкновенные"  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ ; в) "необыкновенный" луч  $\lambda_1$  дифрагирует в "обыкновенный"  $\lambda_1$ , а "обыкновенный"  $\lambda_2$  — в "необыкновенный"  $\lambda_2$ ; г) случай, противоположный варианту (в).

Строго говоря, возможна и другая классификация четырех вариантов дифракции двухцветного излучения, когда собственные волны в анизотропной среде различают по их скорости распространения ("быстрые" и "медленные"). Тогда а) "быстрые" волны  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  дифрагируют в "медленные"; б) "медленные"  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  дифрагируют в "быстрые"; в) "быстрая" волна  $\lambda_1$  дифрагирует в "медленную"  $\lambda_1$ , а "медленная"  $\lambda_2$  — в "быструю"  $\lambda_2$ ; г) случай, противоположный варианту (в).

Отметим, что обе классификации в общем случае не тождественны друг другу. Для нашего рассмотрения наиболее удобна вторая классификация.

Расчеты показывают, что все эти варианты могут быть реализованы на практике, причем в достаточно широкой области акустических частот. Это дает широкие возможности для выбора режимов управления двухцветным излучением при помощи одной акустической волны.

В настоящей работе мы наиболее подробно остановимся на двух первых вариантах дифракции. Будем полагать, что плоскость дифракции наклонена на угол  $\alpha$  к оптической оси  $OZ$  кристалла и содержит ось  $OX$ . На рис. 1 приведена векторная диаграмма одной из возможных геометрий АО взаимодействия, описываемого вариантами (а) по первой и второй классификациям. Дифракция происходит в отрицательном кристалле. Полные расчеты будут охватывать и положительные кристаллы. Волновые векторы падающего двухцветного излучения  $K_1$  и  $T_1$ , описывающие лучи с длинами волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  соответственно ( $\lambda_1 > \lambda_2$ ), являющиеся "необыкновенными" и распространяются под углом  $\theta$  к оси  $OZ^1$ . Ось  $OZ^1$  наклонена к оптической оси  $OZ$  на угол  $\alpha$ . Луч  $K_1$  дифрагирует на акустической волне  $q_1$  в направлении  $K_0$ ,  $T_1$  — на волне  $q_2$  в направлении  $T_0$ . Лучи  $K_0$  и  $T_0$  "обыкновенные". Рассматривается вариант, когда  $q_1$  и  $q_2$  распространяются ортогонально оси  $OZ^1$ .

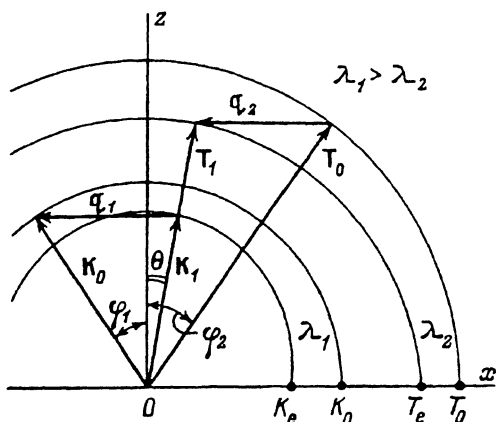


Рис. 1. Векторная диаграмма АО взаимодействия двухцветного излучения на звуке, ортогональном оси  $OZ^1$ .

Для количественного расчета параметров АО дифракции в одноосных кристаллах воспользуемся формализмом, развитым в [6,7]. Для случая на рис. 1 имеем

$$K_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} n_1, \quad T_1 = \frac{2\pi}{\lambda_2} N_1,$$

$$K_0 = \frac{2\pi}{\lambda_1} n_0, \quad T_0 = \frac{2\pi}{\lambda_2} N_0, \quad (1)$$

где

$$n_1 = n_\alpha n_e (n_e^2 \cos^2 \Theta + n_\alpha^2 \sin^2 \Theta)^{-1/2},$$

$$N_1 = N_\alpha N_e (N_e^2 \cos^2 \Theta + N_\alpha^2 \sin^2 \Theta)^{-1/2}, \quad (2)$$

$n_\alpha$  и  $N_\alpha$  определяются выражениями

$$n_\alpha = n_0 n_e (n_e^2 \cos^2 \alpha + n_0^2 \sin^2 \alpha)^{-1/2},$$

$$N_\alpha = N_0 N_e (N_e^2 \cos^2 \alpha + N_0^2 \sin^2 \alpha)^{-1/2}. \quad (3)$$

В выражениях (1)–(3)  $n_0$ ,  $n_e$  и  $N_0$ ,  $N_e$  — главные показатели преломления кристалла для длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  соответственно;  $\alpha$  — угол наклона плоскости дифракции к оптической оси  $OZ$ ;  $\Theta$  — угол между направлением распространения падающего излучения и осью  $OZ^1$ .

Для дальнейшего воспользуемся полезными соотношениями, полученными в [7]

$$K_1^2 \sin^2 \Theta = \frac{n_e^2}{n_\alpha^2} K_0^2 \left[ \sin^2 \varphi_1 + \left( \frac{n_\alpha^2}{n_0^2} - 1 \right) \right],$$

$$T_1^2 \sin^2 \Theta = \frac{N_e^2}{N_\alpha^2} T_0^2 \left[ \sin^2 \varphi_2 + \left( \frac{N_\alpha^2}{N_0^2} - 1 \right) \right]. \quad (4)$$

Углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  показаны на рис. 1. Из рисунка нетрудно видеть, что выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} q_1 &= K_0 \sin \varphi_1 + K_1 \sin \Theta, \\ q_2 &= T_0 \sin \varphi_2 + T_1 \sin \Theta. \end{aligned} \quad (5)$$

Условие одновременного брэгговского синхронизма двух оптических лучей с одной акустической волной выражается выполнением равенства  $q_1 = q_2$ . Таким образом, выражения (4), (5) с учетом  $q_1 = q_2$  представляют собой систему трех уравнений с тремя неизвестными  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и  $\Theta$ . Исключив из нее  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , получим биквадратное уравнение относительно  $\Theta$

$$a \sin^4 \Theta - 2b \sin^2 \Theta + d = 0, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} a &= B^2 - A^2, \\ b &= B \cdot C + 0.5A^2(M + m), \\ d &= C^2 - A^2 M m. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь

$$\begin{aligned} M &= \frac{N_\alpha^2}{N_0^2} - 1, \quad m = \frac{n_\alpha^2}{n_0^2} - 1, \\ A &= 2 \frac{N_e}{N_\alpha} \frac{n_e}{n_\alpha} \frac{K_0}{T_0}, \\ B &= \left(1 - \frac{K_0}{T_0}\right)^2 - \left(\frac{N_e}{N_\alpha}\right)^2 - \left(\frac{K_0}{T_0}\right)^2 \left(\frac{n_e}{n_\alpha}\right)^2, \\ C &= \left(\frac{N_e}{N_\alpha}\right)^2 M + m \left(\frac{K_0}{T_0}\right)^2 \left(\frac{n_e}{n_\alpha}\right)^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Определив угол  $\Theta$  из (6), можно найти все остальные параметры АО взаимодействия: углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , а также частоту звуковой волны  $f = |q_1|v/2\pi$ , где  $v$  — скорость звуковой волны. Понятно, что для определения скорости звука необходимо предварительно выявить вид упругой деформации, вызываемой упругой волной, которая обеспечивает анизотропную дифракцию. Такая дифракция может происходить как на поперечных [1], так и продольных (см., например [8]) акустических волнах в зависимости от симметрии кристалла.

Для положительных кристаллов, когда “быстрые” волны дифрагируют в “медленные”, векторная диаграмма рис. 1 остается качественно той же с заменой  $K_0 \rightleftharpoons K_1$  и  $T_0 \rightleftharpoons T_1$ . При этом падающее двухцветное излучение описывается “обыкновенными” лучами  $K_0$  и  $T_0$ , которые распространяются под углом  $\Theta$  к  $OZ^1$ . Они дифрагируют в направления  $K_1$  и  $T_1$ , соответственно (вариант дифракции (б) по первой классификации и (а) по второй). Для этого случая полностью справедлива вышеприведенная методика расчета. При этом выражения (1)–(4) остаются без изменения, а в выражении (5) второе уравнение заменяется на  $q_2 = T_1 \sin \Theta - T_0 \sin \varphi_2$ . Это приводит к тому, что коэффициент  $b$  в

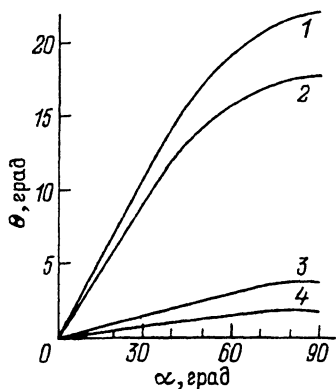


Рис. 2. Зависимость угла  $\Theta$  от угла  $\alpha$ .

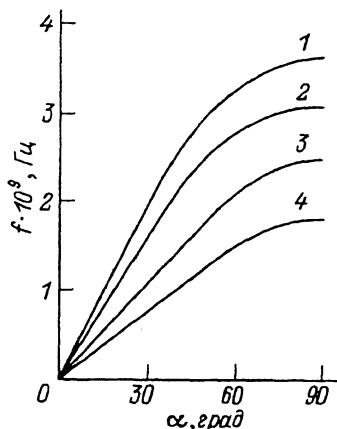


Рис. 3. Зависимость частоты звука  $f$  от угла  $\alpha$ .

уравнении (6) заменяется на  $b = 0.5 \cdot A^2(M + m) - BC$  (при этом коэффициенты  $a$  и  $d$  остаются теми же; см. (7)), в выражении (8) теми же остаются  $M$ ,  $m$ ,  $A$  и  $C$ , а  $B$  заменяется на

$$B = \left(\frac{N_e}{N_\alpha}\right)^2 + \left(\frac{K_0}{T_0}\right)^2 \left(\frac{n_e}{n_\alpha}\right)^2 - \left(\frac{K_0}{T_0} + 1\right)^2. \quad (9)$$

Анализ показывает, что уравнение (6) всегда имеет по крайней мере один положительный корень ( $1 > \sin \Theta \gtrsim 0$ ) во всем оптическом диапазоне частот ( $0.4 \lesssim \lambda \lesssim 1.0$  мкм) в одноосных кристаллах с нормальной дисперсией показателей преломления.

На рис. 2 в качестве примера показана зависимость угла  $\Theta$ , вычисленного на основании (6), от угла  $\alpha$  для четырех одноосных кристаллов: двух отрицательных  $\text{LiNbO}_3$  и  $\text{PbMoO}_4$  (кривые 1 и 2 соответственно), и двух положительных  $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$  и  $\text{LiTaO}_3$  (кривые 3 и 4 соответственно). Расчеты сделаны для двухцветного излучения с длинами волн  $\lambda_1 = 0.488$  и  $\lambda_2 = 1.0$  мкм. На рис. 3 приведены зависимости частоты звука  $f$ , при котором происходит дифракция того же двухцветного излучения в тех же четырех кристаллах, от угла  $\alpha$ . Нумерация кривых на рис. 3 соответствует нумерации рис. 2. Принималось, что во всех приведенных кристаллах распространяется поперечная акустическая волна вдоль  $[010]$  с направлением сдвига вдоль  $[100]$ . Параметры для вычислений (показатели преломления кристаллов и скорости акустических волн) взяты из [9]. Из рис. 2 и 3 видно, что дифракция двухцветного излучения на одной акустической волне в описываемой геометрии АО взаимодействия реализуема во всем диапазоне изменения  $\alpha$ , причем как для положительных, так и отрицательных кристаллов. При  $\alpha \rightarrow 0$  частота  $f$  и угол  $\Theta$  также  $\rightarrow 0$ , что находится в полном соответствии с выводами [2-4]. Анализ показывает, что чем сильнее анизотропия кристалла (т.е. чем выше величина  $\Delta n = |n_o - n_e|$ ), тем сильнее зависимость  $f$  и  $\Theta$  от  $\alpha$ .

Теперь рассмотрим вариант наклонного падения звуковой волны  $q$  относительно кристаллографических осей. На рис. 4 в качестве при-

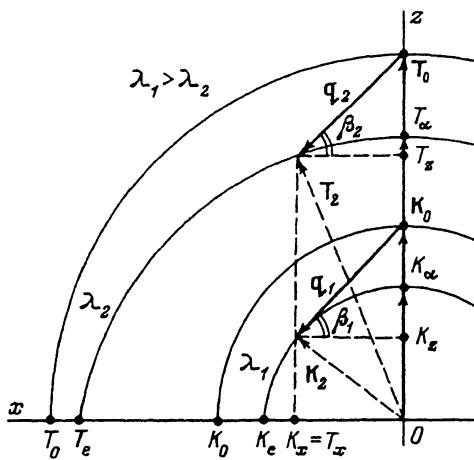


Рис. 4. Векторная диаграмма АО взаимодействия двухцветного излучения на звуковых волнах, наклоненных к оси  $OZ^1$ .

мера приведена векторная диаграмма такой дифракции, происходящей в одноосном отрицательном кристалле. Падающее двухцветное излучение распространяется вдоль направления  $OZ^1$ , составляющего угол  $\alpha$  с оптической осью  $OZ$ . Волновые векторы падающего излучения  $K_0$  и  $T_0$ ; рассматривается дифракция "обыкновенных" лучей в "необыкновенные" (вариант (а) по первой классификации и (б) по второй) на акустических волнах  $q_1$  и  $q_2$ , наклоненных на углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  к оси  $OX$ . Дифрагированные лучи — "необыкновенные" лучи  $K_2$  и  $T_2$ . При некотором угле  $\beta = \beta_1 = \beta_2$  выполняется  $q_1 = q_2$ . Это и есть условие одновременного брэгговского синхронизма. Для нахождения условий дифракции необходимо решать систему уравнений

$$K_0 - K_z = -K_x \operatorname{tg} \beta,$$

$$T_0 - T_z = -T_x \operatorname{tg} \beta,$$

$$\frac{K_x^2}{K_e^2} + \frac{K_z^2}{K_\alpha^2} = 1,$$

$$\frac{T_x^2}{T_e^2} + \frac{T_z^2}{T_\alpha^2} = 1,$$

$$K_x = T_x. \quad (10)$$

Здесь  $K_x$ ,  $T_x$  и  $K_z$ ,  $T_z$  — проекции  $K_2$  и  $T_2$  на оси  $OX$  и  $OZ^1$  соответственно. Остальные параметры определяются согласно (1)–(3). Эта система по сути представляет собой условие пересечения прямых (первые два уравнения системы (10), описывающие распространение акустических волн  $q_1$  и  $q_2$  соответственно) с поверхностями волновых векторов "необыкновенных" лучей (третье и четвертое уравнения). Пятое уравнение эквивалентно условию  $q_1 = q_2$ .

Систему (10) можно свести к одному уравнению относительно угла  $\beta$

$$\frac{K_0 \operatorname{tg} \beta \pm K_\alpha \sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta - \frac{K_0^2 - K_\alpha^2}{K_z^2}}}{\operatorname{tg}^2 \beta + \frac{K_z^2}{K_\alpha^2}} = \frac{T_0 \operatorname{tg} \beta \pm T_\alpha \sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta - \frac{T_0^2 - T_\alpha^2}{T_z^2}}}{\operatorname{tg}^2 \beta + \frac{T_z^2}{T_\alpha^2}}. \quad (11)$$

Корни (11) отыскивались численным методом. Для этого при заданных  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $n_0$ ,  $n_e$ ,  $N_0$  и  $N_e$  строится семейство кривых  $F_1(\alpha, \beta)$ , описываемых левой частью уравнения (11), и семейство кривых  $F_2(\alpha, \beta)$ , описываемых правой частью. Точки пересечения этих семейств дают значения угла  $\beta$  в зависимости от угла  $\alpha$ .

Если дифракция происходит в положительном кристалле, когда "медленные" волны дифрагируют в "быстрые" (варианты (б) по первой и второй классификациям), вместо (10) необходимо решать систему

$$\begin{aligned} K_\alpha - K_z &= -K_x \operatorname{tg} \beta, \\ T_\alpha - T_z &= -T_x \operatorname{tg} \beta, \\ K_x^2 + K_z^2 &= K_0^2, \\ T_x^2 + T_z^2 &= T_0^2, \\ K_x &= T_x, \end{aligned} \quad (12)$$

которая сводится к следующему уравнению относительно угла  $\beta$ :

$$K_\alpha \operatorname{tg} \beta + \sqrt{K_0^2 \operatorname{tg}^2 \beta + K_0^2 - K_\alpha^2} = \sqrt{T_0^2 \operatorname{tg}^2 \beta + T_0^2 - T_\alpha^2} - T_\alpha \operatorname{tg} \beta. \quad (13)$$

После несложных преобразований (13) сводится к биквадратному уравнению

$$P \operatorname{tg}^4 \beta + 2R \operatorname{tg}^2 \beta + Q = 0, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} P &= (T_0^2 - K_0^2)^2 - 2(T_0^2 + K_0^2)(T_\alpha^2 + K_\alpha^2) + (T_\alpha^2 + K_\alpha^2)^2, \\ R &= (T_0^2 - K_0^2)[(T_0^2 - T_\alpha^2) - (K_0^2 - K_\alpha^2)] - (T_\alpha + K_\alpha)^2[(T_0^2 - T_\alpha^2) + (K_0^2 - K_\alpha^2)], \\ Q &= [(T_0^2 - T_\alpha^2) - (K_0^2 - K_\alpha^2)]^2. \end{aligned} \quad (15)$$

На рис. 5 приведены зависимости угла  $\beta$  от угла  $\alpha$  (представляющие собой прямые линии) для четырех вышеупомянутых кристаллов: двух отрицательных  $\text{PbMoO}_4$  (семейство линий *a*),  $\text{LiNbO}_3$  (линии *b*) и двух положительных  $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$  (линии *c*) и  $\text{LiTaO}_3$  (линии *d*). Расчеты для отрицательных кристаллов сделаны на основании выражения (11), для положительных — (14), (15). Каждое семейство прямых построено для двухцветного излучения, одной из компонент которого являлось излучение с  $\lambda_0 = 0.488 \text{ мкм}$ , а вторые компоненты — с  $\lambda_1 = 0.5145 \text{ мкм}$  (верхние линии в каждом семействе), с  $\lambda_2 = 0.63 \text{ мкм}$  (средние линии) и с  $\lambda_3 = 1.0 \text{ мкм}$  (нижние линии), т.е. с ростом длины волны наклон уменьшается. Видно, что зависимость  $\beta$  от  $\alpha$  является линейной вплоть до  $\alpha = 12^\circ$  для всех приведенных кристаллов.

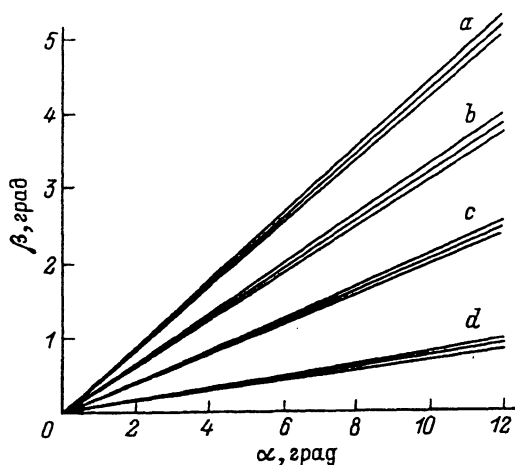


Рис. 5. Зависимость угла  $\beta$  от угла  $\alpha$ .

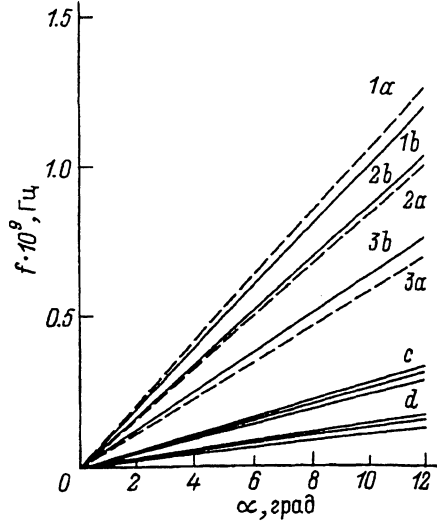


Рис. 6. Зависимость частоты звука  $f$  от угла  $\alpha$  для второго варианта дифракции.

На рис. 6 показаны зависимости частоты звука  $f = K_x v / (2\pi \cos \beta)$  от угла  $\alpha$  для тех же кристаллов и тех же длин волн двухцветного излучения. Нумерация прямых соответствует кристаллам, описываемым на рис. 5. Здесь наклон линий ( $1a, 2a, 3a; 1b, 2b, 3b$  и т.д.) также уменьшается с ростом длины волны второй компоненты. При построении зависимостей на рис. 6 предполагалось, что скорость  $v$  практически не меняется при изменении угла  $\beta$  (угол  $\beta \lesssim 5^\circ$  на рис. 5).

В заключение — несколько слов о других вариантах дифракции двухцветного излучения (варианты (в) и (г)) на одной акустической волне. Эти варианты уже рассматривались в работе [10] при исследовании двухцветного расщепления в анизотропных кристаллах, обладающих гиротропией. В этой работе рассмотрен частный случай дифракции, когда акустическая волна распространяется ортогонально  $OZ$ . В частности, показано, что такую АО дифракцию можно осуществить и в одноосных кристаллах, в которых гиротропия отсутствует в широком диапазоне акустических частот и длин волн оптического излучения. Дифракция возможна как в положительных, так и в отрицательных кристаллах. Приведены оценки параметров дифракции.

По результатам работы можно сделать следующие выводы.

1. Существует по крайней мере четыре варианта анизотропной дифракции двухцветного излучения с произвольными длинами волн на одном звуке в одноосных кристаллах.
2. Все варианты дифракции могут быть реализованы как в положительных, так и отрицательных кристаллах в широком диапазоне частот звука и во всем видимом диапазоне оптического излучения.
3. Частота звука, при которой обеспечивается брэгговский синхронизм двух произвольных оптических лучей с одной акустической волной, зависит от длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  оптических лучей, их показателей преломления, скорости звука, угла наклона плоскости дифракции к оптической оси кристалла, а также от выбранной геометрии АО взаимодействия.



Все это значительно расширяет круг АО материалов, которые можно использовать для управления двухцветным оптическим излучением с произвольно поляризованными компонентами посредством взаимодействия с одной акустической волной.

#### Список литературы

- [1] Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985. 280 с.
  - [2] Котов В.М. // Опт. и спектр. 1993. Т. 74. Вып. 2. С. 386-391.
  - [3] Котов В.М. // Опт. и спектр. 1994. Т. 76. Вып. 3. С. 479-483.
  - [4] Котов В.М. // Опт. и спектр. 1994. Т. 77. Вып. 3. С. 493-497.
  - [5] Котов В.М. // Квантовая электрон. 1994. Т. 21. № 10. С. 937-940.
  - [6] Леманов В.В., Шакин О.В. // ФТТ. 1972. Т. 14. Вып. 1. С. 229-236.
  - [7] Котов В.М. // Автометрия. 1992. № 3. С. 109-112.
  - [8] Голтянская Г.Ф. // РиЭ. 1987. № 5. С. 1026-1030.
  - [9] Акустические кристаллы / Под ред. М.П. Шаскольской. М.: Наука, 1982.
  - [10] Котов В.М. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 8. С. 95-101.
-