01;10

К ТЕОРИИ ФОКУСИРОВКИ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ДВУМЕРНОМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ СО СРЕДНЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ. I

© *Л.Г.Гликман, Ю.В.Голоскоков, С.П.Карецкая*

Институт ядерной физики АН Казахстана,
480082 Алма-Ата, Казахстан
(Поступило в Редакцию 16 декабря 1994 г.
В окончательной редакции 18 декабря 1995 г.)

Исследованы свойства времяпролетной фокусировки пучков заряженных частиц в двумерном электростатическом поле со средней плоскостью. Получены простые аналитические соотношения, связывающие между собой коэффициенты разложений времени пролета частицы и ее координаты в ряды по малым параметрам. Найдены условия устранения различных видов времяпролетных аберраций.

Рассмотрим движение заряженных частиц в электростатическом поле, описываемом в декартовой системе координат X, Y, Z потенциалом $\varphi = \varphi(X, Z)$. Будем считать, что потенциал симметричен относительно плоскости $Z = 0$ (средняя плоскость) и движение заряженных частиц происходит вблизи нее. Криволинейная осевая траектория пучка лежит в этой плоскости. Введем также криволинейную ортогональную систему координат x, y, s ось s которой совместим с осевой траекторией пучка и направим в сторону движения частиц, ось x расположим в средней плоскости. Условимся, что положительное направление оси x получается при повороте касательной к осевой траектории на $90°$ против часовой стрелки. Ось y направим так, чтобы система координат была правой. Координата s определяет положение точки на осевой траектории ($s = 0$ — предметная плоскость), $x(s)$ и $y(s)$ — координаты произвольной траектории пучка в плоскости, нормальной к осевой траектории в этой точке (рис. 1).

Время пролета частицы, движущейся в рассматриваемом поле по произвольной траектории, найдем, воспользовавшись постоянством составляющей скорости, соответствующей циклической координате Y,

$$\frac{dY^*}{dt} = B. \qquad (1)$$

Здесь t — время; звездочкой отмечаются переменные для произвольной траектории; B — постоянная, которая может быть найдена из

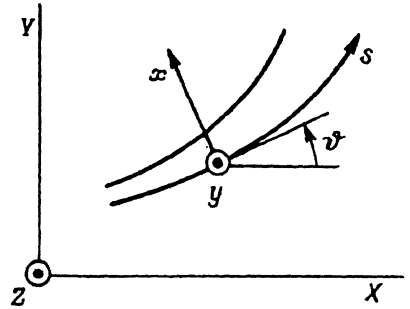

Рис. 1.

начальных условий. Как видно из рис. 1, координаты $Y = Y(s)$ и $Y^* = Y^*(s)$ осевой и произвольной траекторий связаны равенством

$$Y^* = Y + x\cos\vartheta, \tag{2}$$

где $\vartheta = \vartheta(s)$ — угол между осью X и касательной к осевой траектории.

Он считается положительным при отсчете от оси X против часовой стрелки. Из соотношений (1) и (2) найдем

$$t - t_0 = \frac{1}{B}\Big(x\cos\vartheta - x_0\cos\vartheta_0 + Y - Y_0\Big). \tag{3}$$

Индексом 0 отмечаются значения переменных в предметной плоскости. Из последнего равенства следует, что в двумерном поле время пролета заряженной частицы и ее координата $x(s)$ очень просто связаны между собой. Постоянную B определим, представив dY^*/dt в виде

$$\frac{dY^*}{dt} = \left[\frac{dY^*}{ds}\frac{ds}{ds^*}v^*\right]_0 = B. \tag{4}$$

В предметном пространстве, где $\varphi = \varphi_0$ и поле отсутствует, выполняются соотношения

$$\left(\frac{ds^*}{ds}\right)_0 = \sqrt{1 + x_0'^2 + y_0'^2}, \tag{5}$$

$$v_0^* = \sqrt{-\frac{2e\varphi_0(1+\varepsilon_0)}{m^*}} = v_0\sqrt{\frac{1+\varepsilon_0}{1+\gamma}}. \tag{6}$$

Здесь $m^* = m(1+\gamma)$ — масса произвольной частицы; m и v_0 — масса и начальная скорость основной частицы, движущейся по осевой траектории; ε_0 и γ — относительные отклонения начальной энергии и массы произвольной частицы от основных значений. Штрихами обозначается дифференцирование по s. Принято следующее условие нормировки потенциала:

$$\frac{mv_0^2}{2} = -e\varphi_0. \tag{7}$$

Подставив (2), (5) и (6) в (4), получим

$$B = \frac{v_0 \sin\vartheta_0 (1 + x_0' \operatorname{ctg}\vartheta_0)\sqrt{1+\varepsilon_0}}{\sqrt{(1 + x_0'^2 + y_0'^2)(1+\gamma)}}. \tag{8}$$

Запишем время пролета произвольной частицы от предметной плоскости $s = 0$ до некоторой плоскости $s = \mathrm{const}$ в пространстве изображений. Ограничимся при этом величинами второго порядка относительно малых параметров x_0, x_0', y_0, y_0', ε_0 и γ. Случай прямой оптической оси ($\vartheta = 0$) из рассмотрения исключим. Используем известное представление $x(s)$

$$x(s) = K_\alpha x_0' + K_x x_0 + K_\varepsilon \varepsilon_0 + K_{\alpha\alpha} x_0'^2 + K_{\alpha x} x_0' x_0 + K_{xx} x_0^2 + K_{\beta\beta} y_0'^2 + \\ + K_{\beta y} y_0' y_0 + K_{yy} y_0^2 + K_{\alpha\varepsilon} x_0' \varepsilon_0 + K_{x\varepsilon} x_0 \varepsilon_0 + K_{\varepsilon\varepsilon} \varepsilon_0^2 + \ldots, \tag{9}$$

где коэффициенты являются функциями от s.

В двумерном поле коэффициент K_{xx} всегда равен нулю. Подставив (8) и (9) в (3) и выполнив необходимые разложения по степеням малых параметров, найдем, что в искомом приближении

$$t - t_0 = T + \frac{1}{v_0 \sin\vartheta_0} (\tau_\alpha x_0' + \tau_x x_0 + \tau_\varepsilon \varepsilon_0 + \tau_\gamma \gamma + \tau_{\alpha\alpha} x_0'^2 + \tau_{\alpha x} x_0' x_0 + \\ + \tau_{\beta\beta} y_0'^2 + \tau_{\beta y} y_0' y_0 + \tau_{yy} y_0^2 + \tau_{\alpha\varepsilon} x_0' \varepsilon_0 + \tau_{x\varepsilon} x_0 \varepsilon_0 + \\ + \tau_{\varepsilon\varepsilon} \varepsilon_0^2 + \tau_{\alpha\gamma} x_0' \gamma + \tau_{x\gamma} x_0 \gamma + \tau_{\varepsilon\gamma} \varepsilon_0 \gamma + \tau_{\gamma\gamma} \gamma^2 + \ldots). \tag{10}$$

Здесь T — время пролета основной частицы,

$$T = \frac{b}{v_0 \sin\vartheta_0}, \quad b = Y - Y_0,$$

$$\tau_\alpha = -b \operatorname{ctg}\vartheta_0 + K_\alpha \cos\vartheta_1, \quad \tau_x = K_x \cos\vartheta_1 - \cos\vartheta_0,$$

$$\tau_\varepsilon = -\frac{1}{2} b + K_\varepsilon \cos\vartheta_1, \quad \tau_\gamma = \frac{1}{2} b,$$

$$\tau_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2} b (1 + 2\operatorname{ctg}^2\vartheta_0) - (K_\alpha \operatorname{ctg}\vartheta_0 - K_{\alpha\alpha}) \cos\vartheta_1,$$

$$\tau_{\alpha x} = \cos\vartheta_0 \operatorname{ctg}\vartheta_0 - (K_x \operatorname{ctg}\vartheta_0 - K_{\alpha x}) \cos\vartheta_1,$$

$$\tau_{\beta\beta} = \frac{1}{2} b + K_{\beta\beta} \cos\vartheta_1, \quad \tau_{\beta y} = K_{\beta y} \cos\vartheta_1, \quad \tau_{yy} = K_{yy} \cos\vartheta_1,$$

$$\tau_{\alpha\varepsilon} = \frac{1}{2} b \operatorname{ctg}\vartheta_0 - \left(\frac{1}{2} K_\alpha + K_\varepsilon \operatorname{ctg}\vartheta_0 - K_{\alpha\varepsilon}\right) \cos\vartheta_1,$$

$$\tau_{x\varepsilon} = \frac{1}{2} \cos\vartheta_0 - \left(\frac{1}{2} K_x - K_{x\varepsilon}\right) \cos\vartheta_1, \quad \tau_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{3}{8} b - \left(\frac{1}{2} K_\varepsilon - K_{\varepsilon\varepsilon}\right) \cos\vartheta_1,$$

$$\tau_{\alpha\gamma} = \frac{1}{2} \tau_\alpha, \quad \tau_{x\gamma} = \frac{1}{2} \tau_x, \quad \tau_{\varepsilon\gamma} = \frac{1}{2} \tau_\varepsilon, \quad \tau_{\gamma\gamma} = -\frac{1}{8} b.$$

Через $\vartheta = \vartheta_1$ обозначен угол выхода пучка из поля $\varphi_1 \sin^2 \vartheta_1 = \varphi_0 \sin^2 \vartheta_0$, где φ_1 — потенциал пространства изображений.

Таким образом, в двумерном электростатическом поле коэффициенты разложения (10) связаны с соответствующими коэффициентами разложения (9) очень простыми соотношениями. Полученные результаты дополняют общие соотношения [1], справедливые для любой электронно-оптической системы с плоскостью симметрии. В отличие от [1] они позволяют выразить столь важные времяпролетные коэффициенты, как τ_ε и $\tau_{\varepsilon\varepsilon}$, через пространственные коэффициенты K_ε и $K_{\varepsilon\varepsilon}$.

Пространственная фокусировка в двумерном электростатическом поле хорошо изучена. Используем некоторые из результатов работ [2–4]. Известно, что в пространстве изображений коэффициенты K_x, K'_α, K'_ε, $K_{\alpha x}$, $K_{x\varepsilon}$, а также большинство коэффициентов угловых аберраций выражаются через тригонометрические функции углов входа пучка в поле и выхода из него.

$$K_x = \frac{\cos\vartheta_1}{\cos\vartheta_0}, \quad K'_\alpha = \frac{\operatorname{tg}\vartheta_1}{\operatorname{tg}\vartheta_0}, \quad K'_x = 0, \quad K'_\varepsilon = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right)\operatorname{tg}\vartheta_1,$$

$$K_{\alpha x} = \frac{\cos\vartheta_1}{\sin_{\vartheta_0}}(\operatorname{tg}^2\vartheta_0 - \operatorname{tg}^2\vartheta_1), \quad K_{x\varepsilon} = -\frac{\sin\vartheta_1}{\cos\vartheta_0}K'_\varepsilon,$$

$$K'_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2}\left(\frac{\operatorname{tg}^2\vartheta_1}{\operatorname{tg}^2\vartheta_0} - 1\right)\operatorname{tg}\vartheta_1, \quad K'_{\alpha x} = 0, \quad K'_{\alpha\varepsilon} = \frac{K'_\varepsilon \operatorname{ctg}\vartheta_0}{\cos^2\vartheta_1},$$

$$K'_{x\varepsilon} = 0, \quad K'_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{1}{4}K'_\varepsilon\left(2K'_\varepsilon \operatorname{tg}\vartheta_1 - 3\frac{\varphi_0}{\varphi_1} - 1\right). \tag{11}$$

Известно также, что

$$K_\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{b\cos\vartheta_1}{\sin^2\vartheta_0} - K_\alpha \operatorname{ctg}\vartheta_0\right). \tag{12}$$

В плоскости гауссова изображения $s = s_1$, положение которой определяется условием $K_\alpha(s_1) = 0$,

$$K_\varepsilon = \frac{1}{2}\frac{b_1\cos\vartheta_1}{\sin^2\vartheta_0}, \tag{13}$$

где $b_1 = b(s_1) = Y(s_1) - Y_0$.

В этой плоскости коэффициенты пространственных хроматических аберраций $K_{\alpha\varepsilon}$, $K_{\varepsilon\varepsilon}$ и коэффициент сферической аберрации $K_{\alpha\alpha}$ связаны между собой соотношениями

$$K_{\alpha\varepsilon} = -\Big[K_{\alpha\alpha} + K_\varepsilon(2 + \operatorname{tg}^2\vartheta_1)\Big]\operatorname{ctg}\vartheta_0,$$

$$K_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{1}{4}\Big[K_{\alpha\alpha} + K_\varepsilon(3 - \operatorname{tg}^2\vartheta_0)\Big]\operatorname{ctg}^2\vartheta_0 - K_\varepsilon K'_\varepsilon \operatorname{tg}\vartheta_1. \tag{14}$$

Можно показать, что в двумерном электростатическом поле смещение предметной плоскости вдоль осевой траектории на L_0 приводит к перемещению плоскости изображения $s = s_1$ на L_1

$$L_1 \operatorname{tg} \vartheta_1 \cos \vartheta_0 = L_0 \operatorname{tg} \vartheta_0 \cos \vartheta_1 .$$

Соответственно изменение координат X_0 и Y_0 на ΔX_0 и ΔY_0 сопровождается изменением координат X и Y в плоскости изображения на ΔX_1 и ΔY_1

$$\Delta X_1 = \Delta X_0 \frac{\operatorname{tg} \vartheta_0 \cos^2 \vartheta_1}{\operatorname{tg} \vartheta_1 \cos^2 \vartheta_0},$$

$$\Delta Y_1 = \Delta Y_0 \frac{\cos^2 \vartheta_1}{\cos^2 \vartheta_0}. \tag{15}$$

В системах с $\varphi_1 = \varphi_0$ $L_1 = L_0$, $\Delta Y_1 = \Delta Y_0$, т.е. b_1 не зависит от положения предметной плоскости. При отсутствии отражений пучка в системе ($\cos \vartheta$ нигде не обращается в нуль) или при четном их числе $\vartheta_1 = \vartheta_0$, $\Delta X_1 = \Delta X_0$. В системе с нечетным числом отражений $\vartheta_1 = \pi - \vartheta_0$, $\Delta X_1 = -\Delta X_0$. При $\varphi_1 = \varphi_0$ коэффициенты K'_ε, K'_x, $K_{\alpha x}$, $K_{x\varepsilon}$, $K'_{\alpha\alpha}$, $K'_{\alpha x}$, $K'_{\alpha\varepsilon}$, $K'_{x\varepsilon}$, $K'_{\varepsilon\varepsilon}$ равны нулю

$$K_x = K'_\alpha = (-1)^m, m = 0, 1, 2, \ldots,$$

где m — число отражений.

Линейная дисперсия по энергии K_ε и аберрационные коэффициенты $K_{\alpha\alpha}$, $K_{\alpha\varepsilon}$, $K_{\varepsilon\varepsilon}$ в пространстве изображений постоянны. Соотношения (13) и (14) при $\varphi_1 = \varphi_0$ принимают вид

$$K_\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{(-1)^m b_1 \cos \vartheta_0}{\sin^2 \vartheta_0}, \tag{13a}$$

$$K_{\alpha\varepsilon} = -\left[K_{\alpha\alpha} + K_\varepsilon (2 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_0)\right] \operatorname{ctg} \vartheta_0,$$

$$K_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{1}{4}\left[K_{\alpha\alpha} + K_\varepsilon (3 - \operatorname{tg}^2 \vartheta_0)\right] \operatorname{ctg}^2 \vartheta_0 \tag{14a}$$

и выполняются в любой плоскости пространства изображений.

Возвращаюсь к коэффициентам разложения (10) и используя равенства (11) и (12), найдем, что в общем случае в пространстве изображений

$$\tau_\alpha = -b_1 \operatorname{ctg} \vartheta_0, \quad \tau_x = \left(1 - \frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right) \sin \vartheta_0 \operatorname{tg} \vartheta_0,$$

$$\tau_\varepsilon = \frac{b_1 \cos^2 \vartheta_0 - b \sin^2 \vartheta_1}{2 \sin^2 \vartheta_0},$$

$$\tau_{\alpha x} = \tau_x \operatorname{tg} \vartheta_0, \quad \tau_{x\varepsilon} = -\frac{1}{2} \tau_x \left(1 + \frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right). \tag{16}$$

Из записанных выше равенств видно, что коэффициенты τ_α, τ_x, $\tau_{\alpha x}$, $\tau_{x\varepsilon}$, $\tau_{\alpha\gamma}$ и $\tau_{x\gamma}$ в пространстве изображений постоянны. Коэффициент

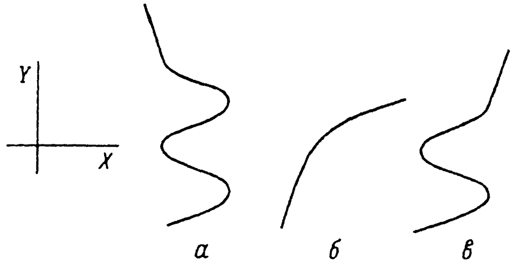

Рис. 2.

$\tau_\alpha = 0$ в любой плоскости этого пространства, если $b_1 = 0$. Однако, очевидно, что в этом случае пространственная фокусировка по углу расходимости пучка в средней плоскости (по x_0') осуществляется только, если предмет, либо изображение, либо оба они мнимые. Поэтому для действительных предмета и изображения совместить плоскости, где достигаются времяпролетная и пространственная фокусировки по x_0', невозможно. Коэффициенты τ_x, $\tau_{\alpha x}$, $\tau_{x\varepsilon}$ и $\tau_{x\gamma}$ равны нулю в любой плоскости пространства изображений, если потенциалы предметного пространства и пространства изображений совпадают $\varphi_1 = \varphi_0$. Это может быть одиночная система без отражений ($\vartheta_1 = \vartheta_0$), система с четным числом отражений ($\vartheta_1 = \vartheta_0$) или нечетным их числом ($\vartheta_1 = \pi - \vartheta_0$). В пространстве изображений любой системы с двумерным электростатическим полем как при $\varphi_1 = \varphi_0$, так и при $\varphi_1 \neq \varphi_0$ всегда можно найти плоскость, где происходит времяпролетная фокусировка первого порядка по энергии $\tau_\varepsilon = 0$. Для нее

$$b = b_\varepsilon = b_1 \frac{\cos^2 \vartheta_0}{\sin^2 \vartheta_1}. \tag{17}$$

Эта плоскость совпадает с плоскостью гауссова изображения, если $\vartheta_1 = (\pi/2) \pm \vartheta_0$ (для определенности считается, что $0 < \vartheta_0 < \pi/2$) либо $b_1 = 0$. Условие $\vartheta_1 = (\pi/2) + \vartheta_0$ соответствует системе с нечетным числом отражений, $\vartheta_1 = (\pi/2) - \vartheta_0$ — системе без отражений или с четным их числом. В первом случае угол отклонения пучка $\omega = \vartheta_1 - \vartheta_0 = \pi/2$, во втором и третьем $\omega = (\pi/2) - 2\vartheta_0$. На рис. 2 даны примеры хода осевой траектории в таких системах. Очевидно, что в случаях 2,*а* и *в* поле в целом недвумерно. Рис. 2,*б* соответствует двумерному полю в целом. Однако существуют системы, в которых влияние Y-составляющей поля на ход траектории в каждой ее точке пренебрежимо мало́. О них и идет речь. Отметим также, что если $\varphi_1 = \varphi_0$ и $b_1 \neq 0$, то $\tau_\varepsilon(s_1) = 0$ только при $\vartheta_0 = \pi/4$.

Запишем коэффициенты разложения (10), изменяющиеся в пространстве изображений, в плоскости $s = s_1$. Используя соотношения (13) и (14), получим

$$\tau_\varepsilon = \frac{1}{2} b_1 \frac{\cos^2 \vartheta_0 - \sin^2 \vartheta_1}{\sin^2 \vartheta_0} = \frac{1}{2} b_1 \left(\operatorname{ctg}^2 \vartheta_0 - \frac{\varphi_0}{\varphi_1} \right),$$

$$\tau_\gamma = \frac{1}{2} b_1, \quad \tau_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2} b_1 (1 + 2 \operatorname{ctg}^2 \vartheta_0) + K_{\alpha\alpha} \cos \vartheta_1,$$

$$\tau_{\beta\beta} = \frac{1}{2}b_1 + K_{\beta\beta}\cos\vartheta_1, \quad \tau_{\beta y} = K_{\beta y}\cos\vartheta_1, \quad \tau_{yy} = K_{yy}\cos\vartheta_1,$$

$$\tau_{\alpha\varepsilon} = -\left[\frac{1}{2}b_1\left(1 - \frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right) + \tau_\varepsilon + \tau_{\alpha\alpha}\right]\operatorname{ctg}\vartheta_0,$$

$$\tau_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{1}{4}\left[\tau_\varepsilon\left(\operatorname{ctg}^2\vartheta_0 - 2\frac{\varphi_0}{\varphi_1} - 1\right) + \tau_{\alpha\alpha}\operatorname{ctg}^2\vartheta_0\right],$$

$$\tau_{\varepsilon\gamma} = \frac{1}{2}\tau_\varepsilon, \quad \tau_{\gamma\gamma} = -\frac{1}{8}b_1. \tag{18}$$

В системе с $\varphi_1 = \varphi_0$ эти коэффициенты принимают вид

$$\tau_\varepsilon = \frac{1}{2}b_1(\operatorname{ctg}^2\vartheta_0 - 1), \quad \tau_\gamma = \frac{1}{2}b_1,$$

$$\tau_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2}b_1(1 + 2\operatorname{ctg}^2\vartheta_0) + (-1)^m K_{\alpha\alpha}\cos\vartheta_0,$$

$$\tau_{\beta\beta} = \frac{1}{2}b_1 + (-1)^m K_{\beta\beta}\cos\vartheta_0, \quad \tau_{\beta y} = (-1)^m K_{\beta y}\cos\vartheta_0,$$

$$\tau_{yy} = (-1)^m K_{yy}\cos\vartheta_0, \quad \tau_{\alpha\varepsilon} = -(\tau_\varepsilon + \tau_{\alpha\alpha})\operatorname{ctg}\vartheta_0,$$

$$\tau_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{1}{4}\left[\tau_\varepsilon\left(\operatorname{ctg}^2\vartheta_0 - 3\right) + \tau_{\alpha\alpha}\operatorname{ctg}^2\vartheta_0\right],$$

$$\tau_{\varepsilon\gamma} = \frac{1}{2}\tau_\varepsilon, \quad \tau_{\gamma\gamma} = -\frac{1}{8}b_1. \tag{18a}$$

Из последних равенств, в частности, следует, что если в плоскости $s = s_1$ выполняются условия $\tau_\varepsilon = 0$ и $\tau_{\varepsilon\varepsilon} = 0$, то $\tau_{\alpha\alpha}$, $\tau_{\alpha\varepsilon}$ также обращаются в нуль.

Предположим теперь, что предметная плоскость и плоскость, до которой определяется время пролета, параллельны координатной плоскости YZ. Очевидно, что в этом случае $t - t_0$ не будет зависеть от ширины предмета (размера в направлении оси Y). Кроме того, будут отсутствовать и пространственные аберрации, связанные с этим размером. При таком расположении указанных плоскостей

$$t - t_0 = T + \frac{1}{v_0\sin\vartheta_0}(\bar{\tau}_\alpha x_0' + \bar{\tau}_\varepsilon\varepsilon_0 + \bar{\tau}_\gamma\gamma + \bar{\tau}_{\alpha\alpha}x_0'^2 + \bar{\tau}_{\beta\beta}y_0'^2 +$$

$$+ \bar{\tau}_{\beta y}y_0'y_0 + \bar{\tau}_{yy}y_0^2 + \bar{\tau}_{\alpha\varepsilon}x_0'\varepsilon_0 + \bar{\tau}_{\varepsilon\varepsilon}\varepsilon_0^2 + \bar{\tau}_{\varepsilon\gamma}\varepsilon_0\gamma + \bar{\tau}_{\gamma\gamma}\gamma^2 + \ldots).$$

Используя соотношения (4), (8), (10), (12) и выполняя необходимые преобразования, найдем выражения для времяпролетных коэффициентов в пространстве изображений. Из-за условий симметрии достаточно рассмотреть бесконечно узкий в Y-направлении предмет

$$\bar{\tau}_\alpha = \tau_\alpha + K_\alpha\sin\vartheta_1\operatorname{tg}\vartheta_1 = -b\operatorname{ctg}\vartheta_0 + \frac{K_\alpha}{\cos\vartheta_1},$$

$$\bar{\tau}_\varepsilon = \tau_\varepsilon + K_\varepsilon \sin\vartheta_1 \operatorname{tg}\vartheta_1 = -\frac{1}{2}b + \frac{K_\varepsilon}{\cos\vartheta_1} = -\frac{1}{2}\bar{\tau}_\alpha \operatorname{ctg}\vartheta_0,$$

$$\bar{\tau}_\gamma = \tau_\gamma = \frac{1}{2}b,$$

$$\bar{\tau}_{\alpha\alpha} = \tau_{\alpha\alpha} + (K_{\alpha\alpha} + K_\alpha K'_\alpha tg\vartheta_1)\sin\vartheta_1 \operatorname{tg}\vartheta_1 =$$

$$= \frac{1}{2}b(1 + 2\operatorname{ctg}^2\vartheta_0 \operatorname{tg}^2\vartheta_1) + \bar{\tau}_\alpha(\operatorname{tg}^2\vartheta_1 - 1)\operatorname{ctg}\vartheta_0 + \frac{K_{\alpha\alpha}}{\cos\vartheta_1},$$

$$\bar{\tau}_{\beta\beta} = \tau_{\beta\beta} + K_{\beta\beta}\sin\vartheta_1 \operatorname{tg}\vartheta_1 = \frac{1}{2}b + \frac{K_{\beta\beta}}{\cos\vartheta_1},$$

$$\bar{\tau}_{\beta y} = \tau_{\beta y} + K_{\beta y}\sin\vartheta_1 \operatorname{tg}\vartheta_1 = \frac{K_{\beta y}}{\cos\vartheta_1},$$

$$\bar{\tau}_{yy} = \tau_{yy} + K_{yy}\sin\vartheta_1 \operatorname{tg}\vartheta_1 = \frac{K_{yy}}{\cos\vartheta_1},$$

$$\bar{\tau}_{\alpha\varepsilon} = \tau_{\alpha\varepsilon} + \left[(K_\alpha K'_\varepsilon + K_\varepsilon K'_\alpha)\operatorname{tg}\vartheta_1 - \frac{\varphi_0}{2\varphi_1}K_\alpha + K_{\alpha\varepsilon}\right]\sin\vartheta_1 \operatorname{tg}\vartheta_1 =$$

$$= -\frac{1}{2}b\operatorname{ctg}\vartheta_0\left[1 - \operatorname{tg}^2\vartheta_1 - \left(1 - \frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right)\operatorname{tg}^2\vartheta_1\right] -$$

$$-\bar{\tau}_\varepsilon \operatorname{ctg}\vartheta_0\left[1 - \operatorname{tg}^2\vartheta_0 - \operatorname{tg}^2\vartheta_1 + \left(1 - \frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right)\operatorname{tg}^2\vartheta_0 \operatorname{tg}^2\vartheta_1\right] + \frac{K_{\alpha\varepsilon}}{\cos\vartheta_1},$$

$$\bar{\tau}_{\varepsilon\varepsilon} = \tau_{\varepsilon\varepsilon} + \left(K_\varepsilon K'_\varepsilon \operatorname{tg}\vartheta_1 - \frac{\varphi_0}{2\varphi_1}K_\varepsilon + K_{\varepsilon\varepsilon}\right)\sin\vartheta_1 \operatorname{tg}\vartheta_1 =$$

$$= \frac{1}{8}b\left[1 + 2\left(1 - \frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right)\operatorname{tg}^2\vartheta_1\right] - \frac{1}{2}\bar{\tau}_\varepsilon\left[1 - \left(1 - \frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right)\operatorname{tg}^2\vartheta_1\right] + \frac{K_{\varepsilon\varepsilon}}{\cos\vartheta_1},$$

$$\bar{\tau}_{\alpha\gamma} = \frac{1}{2}\bar{\tau}_\alpha, \quad \bar{\tau}_{\varepsilon\gamma} = \frac{1}{2}\bar{\tau}_\varepsilon, \quad \bar{\tau}_{\gamma\gamma} = \tau_{\gamma\gamma} = -\frac{1}{8}b. \tag{19}$$

В этом случае времяпролетная фокусировка первого порядка по ε_0 и x'_0 достигается в одной и той же плоскости, для которой

$$b = \bar{b}_\varepsilon = 2\frac{K_\varepsilon}{\cos\vartheta_1} = \frac{\operatorname{tg}\vartheta_0}{\cos\vartheta_1}K_\alpha. \tag{20}$$

Из последнего соотношения следует, что при действительных предмете и изображении плоскость с $b = \bar{b}_\varepsilon$ не может быть совмещена с плоскостью гауссова изображения. Обозначив через $\bar{l}_\varepsilon$ расстояние вдоль осевой траектории от плоскости гауссова изображения до плоскости с $b = \bar{b}_\varepsilon$, из равенства (20) найдем, что

$$\bar{b}_\varepsilon = b_1 + \bar{l}_\varepsilon \sin\vartheta_1 = \frac{\operatorname{tg}\vartheta_1}{\cos\vartheta_1}\bar{l}_\varepsilon. \tag{21}$$

Следовательно,
$$b_1 = \bar{b}_\varepsilon \sin^2 \vartheta_1. \tag{22}$$

Используя соотношения (11) и (14), можно показать, что между коэффициентами $\bar{\tau}_\varepsilon$, $\bar{\tau}_{\alpha\alpha}$, $\bar{\tau}_{\alpha\varepsilon}$ и $\bar{\tau}_{\varepsilon\varepsilon}$ существуют следующие связи:

$$\bar{\tau}_{\alpha\varepsilon} = -\operatorname{ctg}\vartheta_0[\bar{\tau}_\varepsilon(1+\operatorname{tg}^2\vartheta_0) + \bar{\tau}_{\alpha\alpha}],$$
$$\bar{\tau}_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{1}{4}\operatorname{ctg}^2\vartheta_0[\bar{\tau}_\varepsilon(1-\operatorname{tg}^2\vartheta_0) + \bar{\tau}_{\alpha\alpha}]. \tag{23}$$

Если в плоскости, для которой $\bar{\tau}_\varepsilon = \bar{\tau}_\alpha = 0$, выполняется условие

$$K_{\alpha\alpha} = -\frac{1}{2}\bar{b}_\varepsilon(1 + 2\operatorname{ctg}^2\vartheta_0 \operatorname{tg}^2\vartheta_1)\cos\vartheta_1, \tag{24}$$

то в этой плоскости коэффициенты $\bar{\tau}_{\alpha\alpha}$, $\bar{\tau}_{\alpha\varepsilon}$ и $\bar{\tau}_{\varepsilon\varepsilon}$ обращаются в нуль и обеспечивается времяпролетная фокусировка второго порядка по x_0' и ε_0.

В системе с $\varphi_1 = \varphi_0$ коэффициенты разложения (19) принимают вид

$$\bar{\tau}_\alpha = -b\operatorname{ctg}\vartheta_0 + \frac{(-1)^m K_\alpha}{\cos\vartheta_0} = -2\bar{\tau}_\varepsilon \operatorname{tg}\vartheta_0,$$
$$\bar{\tau}_\varepsilon = -\frac{1}{2}b + \frac{(-1)^m K_\varepsilon}{\cos\vartheta_0}, \quad \bar{\tau}_\gamma = \frac{1}{2}b,$$
$$\bar{\tau}_{\alpha\alpha} = \frac{3}{2}b + 2\bar{\tau}_\varepsilon(1-\operatorname{tg}^2\vartheta_0) + \frac{(-1)^m K_{\alpha\alpha}}{\cos\vartheta_0},$$
$$\bar{\tau}_{\beta\beta} = \frac{1}{2}b + \frac{(-1)^m K_{\beta\beta}}{\cos\vartheta_0}, \quad \bar{\tau}_{\beta y} = \frac{(-1)^m K_{\beta y}}{\cos\vartheta_0}, \quad \bar{\tau}_{yy} = \frac{(-1)^m K_{yy}}{\cos\vartheta_0},$$
$$\bar{\tau}_{\alpha\varepsilon} = \frac{1}{2}b(\operatorname{tg}\vartheta_0 - \operatorname{ctg}\vartheta_0) + \bar{\tau}_\varepsilon(2\operatorname{tg}\vartheta_0 - \operatorname{ctg}\vartheta_0) + \frac{(-1)^m K_{\alpha\varepsilon}}{\cos\vartheta_0} =$$
$$= -\operatorname{ctg}\vartheta_0[\bar{\tau}_\varepsilon(1+\operatorname{tg}^2\vartheta_0) + \bar{\tau}_{\alpha\alpha}],$$
$$\bar{\tau}_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{1}{8}b - \frac{1}{2}\bar{\tau}_\varepsilon + \frac{(-1)^m K_{\varepsilon\varepsilon}}{\cos\vartheta_0} = \frac{1}{4}\operatorname{ctg}^2\vartheta_0[\bar{\tau}_\varepsilon(1-\operatorname{tg}^2\vartheta_0) + \bar{\tau}_{\alpha\alpha}],$$
$$\bar{\tau}_{\alpha\gamma} = \frac{1}{2}\bar{\tau}_\alpha, \quad \bar{\tau}_{\varepsilon\gamma} = \frac{1}{2}\bar{\tau}_\varepsilon, \quad \bar{\tau}_{\gamma\gamma} = -\frac{1}{8}b. \tag{19a}$$

Здесь $m = 0, 1, 2\ldots$, по-прежнему обозначает число отражений, испытываемых пучком в двумерном поле. Времяпролетная фокусировка второго порядка по ε_0 и x_0' в этом случае достигается в плоскости, для которой

$$b = \bar{b}_\varepsilon = 2\frac{(-1)^m K_\varepsilon}{\cos\vartheta_0}, \tag{20a}$$

если

$$K_{\alpha\alpha} = -\frac{3}{2}\bar{b}_\varepsilon(-1)^m\cos\vartheta_0 = -3K_\varepsilon. \tag{24a}$$

Отметим, что ранее в работе [5] было показано, что в системе с двумерным электростатическим полем коэффициенты, аналогичные $\bar{\tau}_\alpha$ и $\bar{\tau}_\varepsilon$, обращаются в нуль в одной и той же плоскости, которая никогда не может быть плоскостью гауссова изображения. Найдены были также соотношения между коэффициентами, аналогичными $\bar{\tau}_\varepsilon$, $\bar{\tau}_{\alpha\alpha}$, $\bar{\tau}_{\alpha\varepsilon}$ и $\bar{\tau}_{\varepsilon\varepsilon}$. Приведенные в названной работе формулы для времяпролетных коэффициентов являются более сложными и, кроме того, не дают представления о связи между пространственными и времяпролетными аберрациями.

Во второй части данной работы мы проанализируем полученные результаты с точки зрения применимости систем с двумерным электростатическим полем для масс- или энергоанализа заряженных частиц. Обсудим возможности таких систем и присущие им принципиальные ограничения.

Список литературы

[1] *Wollnik H.* // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. 1990. Vol. A298. P. 156–160.

[2] *Кельман В.М., Карецкая С.П., Федулина Л.В., Якушев Е.М.* Электронно-оптические элементы призменных спектрометров заряженных частиц. Алма-Ата, 1979. 232 с.

[3] *Карецкая С.П., Сайченко Н.Ю.* // Тез. докл. X Всесоюз. семинара по методам расчета ЭОС. Львов, 1990. С. 69.

[4] *Гликман Л.Г., Голоскоков Ю.В.* // Научное приборостроение. 1991. № 2. С. 99–104.

[5] *Асанов Ж., Бимурзаев С., Сапаргалиев А.* // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. 1983. № 2. С. 24–28.