

04;09

ИОНИЗАЦИОННО-ПЕРЕГРЕВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РАЗРЯДНОЙ ПЛАЗМЫ В СВЧ ПОЛЕ

© Л.П.Грачев, И.И.Есаков, Г.И.Мишин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,

194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 6 июля 1995 г.)

Приведены результаты экспериментов по исследованию безэлектродного СВЧ разряда в волновом пучке с уровнем поля, близким к критическому, в воздухе среднего давления. Зафиксирован этап его развития, связанный с ионизационно-перегревной неустойчивостью процесса ионизации. В локальном линейном приближении и условии заданного поля получен его инкремент, который подтвержден в опыте. Определена область исходной степени ионизации плазмы и надкритичности поля, в которой реализуется данного типа неустойчивость.

Введение

При формировании структуры импульсных газовых СВЧ разрядов при среднем давлении p в электромагнитной (ЭМ) волне [1,2] важную роль играет явление образования в первоначальном относительно однородном плазменном фоне одного или нескольких ярких тонких каналов. Наличие таких каналов обычно связывают с ионизационно-перегревной неустойчивостью (ИПН) процесса ионизации [3]. Природа ИПН плазмы в СВЧ поле близка к природе аналогичного явления в тлеющем разряде постоянного тока. В обоих случаях канал зарождается в области малого возмущения параметров и затем катастрофически нарастает во времени t . Например, локальное уменьшение концентрации молекул газа n_a приводит к увеличению в этой области темпа ионизации, что в свою очередь вызывает возрастание температуры T газа в ней и дополнительное падение n_a . В то же время в импульсных СВЧ разрядах ИПН развивается на существенно нестационарном фоне, что значительно усложняет как феноменологию самого явления, так и его математическую трактовку. Эта особенность явления ставит вопрос об уместности применения в его названии слова неустойчивость, так как на устойчивость обычно принято исследовать системы, имеющие стационарное состояние.

Теория ИПН СВЧ плазмы изложена в [3]. В ней показано, что как и в постоянном поле, эта неустойчивость является поперечной относительно электрической компоненты E поля. В ней оценены пороговые значения некоторых параметров, обеспечивающих возникновение ИПН, определены ее инкремент γ и характерный пространственный масштаб κ . Эксперименты по исследованию разрядов этого типа [1, 2] показали, что рассчитанные в соответствии с [3] значения γ находятся в пределах точности оценки его в опытах, но экспериментальные κ , как правило, существенно отличаются от теоретических. Кроме того, развитая в [3] теория не определяет пороговые значения некоторых величин, влияние которых явно прослеживается в опыте.

В настоящей работе рассматривается задача о ИПН плазме в СВЧ поле в простейшей локальной постановке и в приближении заданного поля. Такой более узкий подход позволил придать задаче большую строгость и нагляднее представить условия реализации этого вида неустойчивости. Выводы теории затем сравниваются с результатами эксперимента, в котором исследовался импульсный СВЧ разряд в фокусе квазиоптической бегущей линейно-поляризованной ЭМ волны.

Условия эксперимента

Чтобы лучше представить предмет исследования начнем с описания условий эксперимента и его результатов.

В опыте импульсное с прямоугольной огибающей линейнополяризованное TEM -излучение с длиной волны $\lambda = 8.5$ см фокусировалось в безэховой герметической камере [1]. Длительность СВЧ импульсов t_i устанавливалась в диапазоне от 4 до 40 мкс с точностью 1 мкс. Паузы между импульсами были не менее 1 мин.

Эксперименты проводились с воздухом. В [3] показано, что ИПН характерна для плазмы с электрон-молекулярной частотой столкновений ν_c , превышающей круговую частоту поля ω . Для воздуха $\nu_c \approx 4 \cdot 10^9 p \text{ c}^{-1}$, и если учесть, что в эксперименте $\omega = 2.2 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$, то опыты проводились с $p \geq 20$ Тор. Установленное p измерялось с точностью ± 1.5 Тор.

В опытах амплитуда исходного (без разряда) поля в области фокуса E_{00} по возможности приближалась к пробойной. Последняя в условиях опыта практически совпадает с так называемой критической амплитудой E_k , при которой частота ионизации молекул электронным ударом ν_i равна частоте прилипания электронов ν_a . Эта особенность экспериментов позволяла растянуть по t процесс развития разряда и привязать место пробоя к фокусу.

В опытах пробой осуществлялся при естественном уровне начальной ионизации. Редкость появления фоновых электронов в области $E_{00} \geq E_k$ делало наиболее вероятным инициацию разряда единичным электроном. В каждом конкретном импульсе пробой мог и не быть, а при его наличии время разряда t_p , длившееся от момента появления инициирующего электрона до конца СВЧ импульса, могло быть меньше t_{ik} .

В установке предусматривался также контроль "рассеянного" поля. При этом на осциллографе при наличии разряда вершина огибающей СВЧ импульса имела "характерное" искажение, длительность которого $t_{иск}$ можно было измерять. Очевидно, что $t_{иск} > t_p$, так как такая

система контроля не реагировала на малую начальную электронную концентрацию n_e .

Разряд фотографировался с временем экспозиции, большим t_i и направления, перпендикулярного плоскости, содержащей E_{00} и волновой вектор Π . С фиксированными параметрами опыт проводился до пяти пробоев, и для анализа отбиралась фотография с наиболее развитой структурой разряда. Рассматриваемая особенность эксперимента дала его достаточно трудоемким и не позволяла изменять значение t_p с дискретом, меньшим единиц мкс.

В ходе опытов разрядная область зондировалась непрерывным микроволновым излучением с $\lambda = 1$ см вдоль линии, проходящей через фокус и перпендикулярной E_{00} . Измерялось его затухание при распространении через плазму, что позволяло рассчитать среднее по ее объему значение \bar{n}_e . Размеры апертур излучающей и приемной антенн были равны 0.7×0.7 см.

Результаты опытов

Эксперимент показал, что при p в несколько десятков Тор разряд начинается с образования эллипсоидального диффузного облака, вытянутого вдоль E_{00} . Затем внутри этого плазмоида, приблизительно по его оси, также вдоль E_{00} формируются два соосных более ярких канала. Эти каналы могут начать удлиняться, выходя из первоначального диффузного фона и давая начало СВЧ стримерам.

С ростом p характерные времена каждого из этих процессов уменьшаются и в опытных условиях становилось практически невозможно проследить за их динамикой. В связи с этим в дальнейшем будем подробно рассматривать разряд лишь при 20 Тор. Кроме того, ограничимся диапазоном изменения t_p , для которого характерен только начальный этап процесса формирования каналов.

На рис. 1, *a-b* приведены разряды при $p = 20$ Тор и соответственно $t_{p1} = (14+17)/2 = 15.5$ мкс, $t_{p2} = (18+23)/2 = 20.5$ мкс и $t_{p3} = (30+35)/2 = 32.5$ мкс. Здесь в скобках второе число есть t_i , а первое — $t_{иск}$. На рисунке E_{00} вертикален, вектор Π направлен справа налево и указан геометрический масштаб. На изображениях слева вверху паразитный блик.

Из рис. 1 следует, что до t_{p1} разряд является диффузным, не имеющим внутренней мелкомасштабной структуры. Затем в нем за время θ , меньшее, чем $t_{p2} - t_{p1} = 5$ мкс, формируются два соосных канала (напомним, что в экспериментальных условиях не было возможности реализовывать временное разрешение, меньшее нескольких мкс). Каждый канал имеет длину $L \approx 10$ мм и диаметр $2a \approx 1$ мм. Они расположены выше и ниже среднего экваториального сечения начального плазмоида. Свечение каждого канала по длине примерно одинаково (нижний из них менее ярок). Это косвенно свидетельствует о том, что каналы формируются сразу по всей длине.

Осциллограмма зондирующего разряд микроволнового сигнала была аналогичной осциллограмме, приведенной в [1] при 20 Тор. В ходе разряда амплитуда принимаемого сигнала за несколько мкс почти линейно падала, а затем оставалась практически неизменной до окончания СВЧ импульса. Максимальное затухание сигнала было

1cm

b

π

b'

E_o

a

Рис. 1. Безэлектродный СВЧ разряд в воздухе.

равно 0.92. В соответствии с моделью не отражающего плоского плазменного слоя толщиной 11 мм, равной толщине диффузного эллипсоида (рис. 1), с однородной по объему n_e это затухание соответствует $n_e = 3.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ или средней степени ионизации $\bar{\psi} = 5 \cdot 10^{-7}$. Значение \bar{n}_e практически совпало с аналогичной величиной, измеренной в [1].

Обратим внимание на существенные для дальнейшего внешние особенности диффузного плазмоида, на фоне которого образуются каналы. Поперечный E_{00} размер плазмоида в его экваториальной области растет только первые 7.5 мкс, а затем в течение $t_0 \simeq 25$ мкс практически не меняется (ср. рис. 1, а и б). К $t_p \simeq 32.5$ мкс в экваториальной области плазмоида у его границы, обращенной к Π , начинает увеличиваться по отношению к окружающему фону яркость свечения с последующим плавным перемещением этой границы навстречу Π (рис. 1, в). Из рис. 1, а и б следует, что при $t_p \geq 15.5$ мкс у плазмоида выше и ниже экватора навстречу Π отрастают выступы.

Вывод аналитических соотношений

Свечение в оптическом спектре низкотемпературной наравновесной плазмы связано с возбуждением в ней электронных уровней молекул воздуха горячими плазменными электронами. Доля энергии, передаваемой полем электронному газу, расходуемая на этот процесс, растет с ростом отношения E/n_a [4]. Следовательно, наблюдаемое на рис. 1 более яркое свечение отдельных локальных областей плазмоида может быть связано не только с увеличением в них n_e , но и с локальным ростом отношения E/n_a . Так как с увеличением n_e в ограниченной плазменной области поле E в ней может лишь падать, то рост E/n_a может быть обусловлен только более быстрым падением n_a , например, за счет увеличения T газа. Проанализируем такую возможность. Пусть в линейнополяризованном гармоническом поле с амплитудой E_0 имеется безграничный плазменный фон с однородной электронной концентрацией n_{e0} , концентрацией молекул n_{a0} и температурой газа T_0 . Напомним, что мы рассматриваем случай $\nu_c \gg \omega$. При этом условии амплитуда так называемого эффективного поля в плазме, которое вводится для того, чтобы учесть в электронный процессах эффекты, связанные с временным непостоянством поля, практически совпадает с его реальной амплитудой [4]. Выделим в этом фоне вдоль E_0 цилиндрическую область длиной L и радиусом a , причем $a \ll L \ll 1/k$ ($k = 2\pi/\lambda$). При малом изменении n_e в этой области поле в ней будет совпадать с полем в фоне $E = E_0 = \text{const}$ и не зависеть от n_e (для сферы или цилиндра, перпендикулярного E_0 , это не справедливо [5]).

Будем исходить из следующих уравнений, связывающих E_0 , n_e , T и n_a в этой области [3],

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = (\nu_i - \nu_a)n_e, \quad (1)$$

$$(5/2)n_a k_\delta \frac{\partial T}{\partial t} = (1/2)\eta\sigma E_0^2, \quad (2)$$

$$p = n_a k_\delta T = \text{const}. \quad (3)$$

Здесь для воздуха $\nu_i = \nu_a = (E_0/E_k)^\beta$, где $\beta = 5.34$; k_δ — постоянная Больцмана; η — коэффициент, учитывающий, какая часть энергии ЭМ поля переходит в тепло за характерные времена рассматриваемых процессов; $\sigma = n_e q_e^2 / (m_e \nu_c)$ — проводимость плазмы при $\nu_c \gg \omega$; q_e и m_e — заряд и масса электрона. Уравнение (1) подразумевает, что мы пренебрегаем диффузией зарядов из рассматриваемой области и их рекомбинацией в ней. Первое условие выполняется при $a \gg \sqrt{D_a / (\nu_i - \nu_a)}$, где D_a — коэффициент амбиполярной диффузии. Второе — при $n_e \ll (\nu_i - \nu_a) / \alpha_r$, где α_r — коэффициент рекомбинации.

Уравнение (3) подразумевает изобаричность процессов, т.е. их характерный инкремент γ и a должны быть связаны соотношением $v_{\text{зв}}/\gamma \geq a$, где $v_{\text{зв}}$ — скорость звука.

Из (2) и (3) следует, что по мере выделения ЭМ энергии происходят нагрев газа и падение его плотности. Действительно, из (3) $T = p/(n_a k_\delta)$, а так как $p = n_{a0} k_\delta T_0 = \text{const}$, то $T = T_0 n_{a0} n_a^{-1}$. Дифференцируя это выражение по t , получим $\partial T / \partial t = -T_0 n_{a0} n_a^{-2} (\partial n_a / \partial t)$. Подставив эту производную в (2) и преобразуем его

$$-5T_0 n_{a0} k_\delta n_a^{-1} (\partial n_a / \partial t) = \eta \sigma E_0^2,$$

$$\partial n_a / \partial t = -(\eta \sigma E_0^2 / 5n_{a0} k_\delta T_0) n_a (\sigma_0 / \sigma_0) = -(\gamma_0 / \sigma_0) n_a \sigma.$$

Здесь σ_0 — проводимость фона, введено обозначение

$$\gamma_0 = \eta \sigma_0 E_0^2 / (5n_{a0} k_\delta T_0). \quad (4)$$

В свою очередь E_k , входящая в ν_i , пропорциональна n_a : $E_k = \chi n_a$, где χ — коэффициент пропорциональности. Записав E_0 в виде $E_0 = \xi E_{k0} = \xi \chi n_{a0} = \text{const}$, где ξ — исходная надкритичность поля, получим $(E_0/E_k)^\beta = \xi^\beta n_{a0}^\beta \bar{n}_a^\beta$. Подставив это выражение в ν_i , а его в (1), получим

$$\partial n_e / \partial t = \nu_a \xi^\beta n_{a0}^\beta n_a^{-\beta} n_e - \nu_a n_e.$$

Таким образом, (1)–(3) преобразовались к виду

$$\partial n_e / \partial t = \nu_a \xi^\beta n_{a0}^\beta n_a^{-\beta} n_e - \nu_a n_e, \quad (5)$$

$$\partial n_a / \partial t = -(\gamma_0 / \sigma_0) \sigma n_a. \quad (6)$$

Система, описываемая уравнениями (5), (6), не имеет стационарного состояния. Действительно, если, например, положить в (5) при $\xi > 1$, $n_a = n_{a0} = \text{const}$, а в (6) — $n_e = n_{e0} = \text{const}$, следовательно, и $\sigma = \sigma_0 = \text{const}$, то эти уравнения становятся независимыми и имеют экспоненциально изменяющиеся во времени решения.

$$n_e(t) = n_{e0} \exp[\nu_a(\xi^\beta - 1)t] \equiv n_{e0} \exp(\gamma_e t), \quad (7)$$

$$n_a(t) = n_{a0} \exp(-\gamma_0 t). \quad (8)$$

И тем не менее исследуем эту систему на устойчивость «малым флюктуациям параметров, в том смысле, что мы будем искать процесс с характерным инкрементом

$$\gamma \gg \gamma_0 \quad \text{и} \quad \gamma \gg \gamma_e. \quad (9)$$

Пусть

$$n_e = n_{e0} + n'_e, \quad n_a = n_{a0} + n'_a \quad \text{и} \quad \sigma = \sigma_0 + \sigma'. \quad (10)$$

причем n'_e/n_{e0} , n'_a/n_{a0} и $\sigma'/\sigma_0 \ll 1$ (напомним, что в реальных условиях возмущения параметров геометрически должны быть “вытянуты” вдоль E_0 , так как только в этом случае справедливо приближение $E_0 = \text{const}$). Подставим (10) в (5) и линеаризуем его

$$\begin{aligned} \frac{\partial n'_e}{\partial t} &= \nu_a \xi^\beta n_{a0}^\beta n_{a0}^{-\beta} (1 - \beta n'_a/n_{a0}) (n_{e0} + n'_e) - \nu_a (n_{e0} - n'_e) = \\ &= \nu_a \xi^\beta (n_{e0} + n'_e - \beta n_{e0} n'_a/n_{a0} - \beta n'_e n'_a/n_{a0}) - \nu_a n_{e0} - \nu_a n'_e \simeq \\ &\simeq \nu_a \xi^\beta n_{e0} - \nu_a \beta \xi^\beta \psi n'_a - \nu_a n_{e0} = \gamma_e n_{e0} - \nu_a \beta \xi^\beta \psi n'_a \equiv A - B n'_a. \end{aligned}$$

Здесь замена $\partial n_e / \partial t$ на $\partial n'_e / \partial t$ произведена с учетом второго из неравенств (9) и введены обозначения: $\psi = n_{e0}/n_{a0}$ — начальная степень ионизации, $A = \gamma_e n_{e0}$ и $B = \nu_a \beta \xi^\beta \psi$. Подставим теперь (10) в (6) и линеаризуем и его

$$\begin{aligned} \frac{\partial n'_a}{\partial t} &= (\gamma_0/\sigma_0)(\sigma_0 + \sigma')(n_{a0} + n'_a) = (\gamma_0/\sigma_0)(\sigma_0 n_{a0} + \sigma_0 n'_a + \sigma' n_{a0} + \sigma' n'_a) \simeq \\ &\simeq -\gamma_0 n_{a0} - \gamma_0 \sigma' n_{a0}/\sigma_0 = -\gamma_0 n_{a0} - \gamma_0 n'_e n_{a0}/n_{e0} = -\gamma_0 n_{a0} - \gamma_0/\psi n'_e \equiv -C - D n'_e. \end{aligned}$$

Здесь также учтено (9), а $C = \gamma_0 n_{a0}$ и $D = \gamma_0/\psi$. В результате получим неоднородную систему линейных уравнений

$$\frac{\partial n'_e}{\partial t} + B n'_a = A,$$

$$\frac{\partial n'_a}{\partial t} + D n'_e = -C,$$

Она имеет решение, отвечающее временнóй зависимости n'_e и n'_a от t вида $\exp(\gamma t)$, при инкременте

$$\gamma = \sqrt{\nu_a \beta \xi^\beta \gamma_0}. \quad (11)$$

Эта величина с точностью до коэффициента $\sqrt{\xi^\beta}$ совпадает с аналогичной величиной, полученной в [3]. Теперь с учетом (11) преобразуем условия (9). Если учесть, что при $E_0 \simeq E_k$ $\nu_c = 3 \cdot 10^7 \text{ pc}^{-1}$ $E_k = 3 \cdot 10 p \text{ В/м}$, $\nu_a = 1.5 \cdot 10^2 \text{ pc}^{-1}$, $\eta \simeq 0.5$ (здесь p в Н/м²) и использовать численные значения q_e , m_e и k_δ , то они примут вид $\psi \ll 1.3 \cdot 10^{-7} T_0 \xi^{\beta-2}$ и $\psi \gg 5 \cdot 10^{-9} T_0 (\xi^\beta - 1)^2 / \xi^{\beta+2}$, или при $T_0 = 300 \text{ К}$

$$\psi \ll 4 \cdot 10^{-5} \xi^{\beta-2}, \quad (12)$$

$$\psi \gg 1.5 \cdot 10^{-6} (\xi^\beta - 1)^2 / \xi^{\beta+2} \quad (13)$$

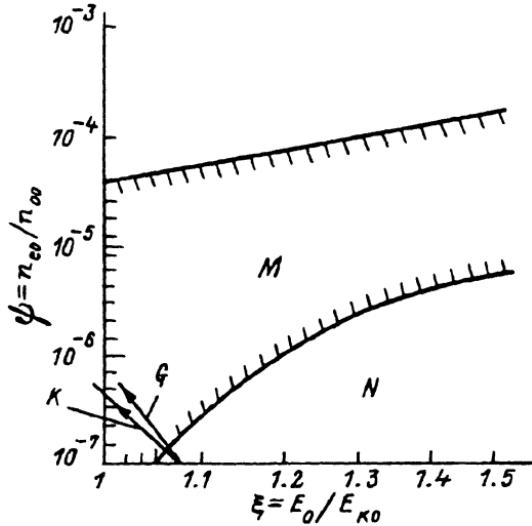


Рис. 2. Область существования ионизационно-перегревной неустойчивости.

Первое из этих неравенств показывает, что с конкретной надкритичностью ξ ИПН имеет место только при относительно небольшой фоновой концентрации ψ . В противном случае темп вытеснения молекул из всей области разряда за счет ее однородного нагрева будет столь высок, что локальные флюктуации n_a не смогут привести к его существенному увеличению в этой локальной области, т.е. при сравнительно больших ψ процесс во всем объеме разряда не может быть описан в рамках ионизационно-полевой задачи. В ней обязательно надо учитывать тепловые эффекты, приводящие к уменьшению плотности газа.

И тем не менее, как следует из (13), степень ионизации, на которой может развиться ИПН, при $\xi > 1$ не может быть слишком малой, так как при малой ψ локальная флюктуация параметров плазмы может не привести к локальному увеличению темпа ионизации по сравнению с темпом ионизации в окружающем фоне. Причем с ростом ξ минимальная величина ψ также возрастает. При увеличении ξ возрастает темп однородной ионизации разряда как целого и его становится все труднее превысить в локальных областях.

На рис. 2 представлены зависимости $\psi(\xi)$, соответствующие формулам (12) и (13), которых знаки неравенства заменены равенством. Из рисунка видно, что одновременное выполнение (12) и (13) возможно только в области M . Причем с ростом ξ требуемые значения ψ становятся практически нереализуемыми в неравновесных разрядах. Таким образом, область существования ИПН — это преимущественно диапазон малой надкритичности поля и сравнительно невысокой степени ионизации.

Сравнение теории с экспериментом

Из предложенной теории следует наличие для ионизационно-перегревных процессов в разрядах двух характерных временных масштабов $1/\gamma_0$ и $1/\gamma$. Если подставить в выражение для γ и γ_0 опытные значения \bar{n}_e и $E_0 \approx E_k$, то получим $1/\gamma_0 = 37$ мкс и $1/\gamma = 4.5$ мкс. Есте-

ственно соотнести экспериментальные $t_0 \simeq 25$ мкс и $\theta \approx 5$ мкс с $1/\gamma_0$ и $1/\gamma$. Видно, что эти величины близки друг другу.

Считая, что развитая теория верна, можно следующим образом представить эволюцию разряда, зафиксированную на рис. 1 (на рис. 2 прямой K показана условная фазовая траектория состояний разряда в его центральной области, а прямой G — в районе ионизационно-перегревых каналов (ИПК), стрелки на них условно показывают направление течения времени).

В центральной области в начальные моменты времени, пока прямая K не дошла до границы области M , идет самосогласованный ионизационно-полевой процесс наработки n_e . Поле внутри плазмоида E_{in} падает, а плазмоид увеличивается в размерах. Когда E_{in} на его экваториальной границе сравнивается с E_k , она, как фиксируется в экспериментах, останавливается. Если на границе $E_{in} = E_k$, то во внутренней области плазмоида E_{in} , хотя и незначительно, но все же меньше E_k , т.е. конец прямой K находится вне M . Часть K некоторое время проходит по M , но, очевидно, этого времени недостаточно для образования в центральной области ИПК.

Рост плазменных выступов навстречу Π выше и ниже экватора плазмоида указывает, что на его границе, обращенной к Π , $E_{in} > E_k$. Таким образом, конец прямой G может относительно долго находиться в области M , где выполняются условия ИПН. Об ионизационно-перегревной природе каналов говорит как их вытянутость вдоль E , так и относительно синхронное формирование по длине. Кроме того, фиксируемый в опытах размер $2a$ близок по величине $v_{zb}/\gamma = 1.5$ мм.

Заключение

Таким образом, характерное для безэлектродного СВЧ разряда в волновом поле в определенном диапазоне давлений явление образования на первичном относительно однородном, сравнительно медленно меняющемся плазменном фоне более ярких достаточно тонких вытянутых вдоль поля каналов есть ионизационно-перегревая неустойчивость процесса ионизации. Об этом свидетельствуют как характерные внешние особенности разряда на этой стадии его развития, так и количественные совпадения опытного характерного обратного времени формирования каналов с полученным в теории инкрементом неустойчивости. Область существования этого явления характеризуется прежде всего диапазоном полей, примыкающих к критическому.

Стримерный СВЧ разряд при относительно высоких давлениях распространяется в область исходных полей с уровнем существенно меньше критического. При этом процесс ионизации идет в основном на концах стримеров, в районе которых поле близко к критическому. Очевидно, что и там могут выполняться условия, необходимые для возникновения ионизационно-перегревой неустойчивости. В результате характерное диффузное расплывание стримеров в области резонансных пучностей поля при малых давлениях заменяется их оперением тонкими каналами при высоких давлениях [1].

Для рассмотренной формы разряда при давлениях в несколько десятков Тор можно уточнить понятие “импульсный”. В свете изложенной теории импульсным естественно определить такой разряд, время-

развития которого не превышает характерное время однородного нагрева начального диффузного плазменного фона. В условиях данного опыта это десятки мкс.

Список литературы

- [1] Грачев Л.П., Есаков И.И., Мишин Г.И., Федотов А.Б. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 10. С. 149–154.
 - [2] Бихарев А.Л., Горбачев А.М., Ким А.В., Колыско А.Л. // Физика плазмы. 1992. Т. 18. Вып. 8. С. 1064–1075.
 - [3] Гильденбург В.Б., Ким А.В. // Физика плазмы. 1980. Т. 6. Вып. 4. С. 904–909.
 - [4] Райзэр Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 415 с.
 - [5] Ландау Л.Д., Либшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: ГИФМИ, 1959. 533 с.
-