

нах накачки с увеличением расстояния до рассеивателя индикатриса начинает обужаться.

В целом необходимо отметить, что в случае рассеяния высокочастотных волн накачки параметрической антенны на сфере при нахождении ее в области нелинейного взаимодействия вторичные волны генерируются в основном уже рассеянными волнами накачки и их волновые характеристики определяются не только размерами самого сферического рассеивателя, но и протяженностью сферического объема вокруг него, в котором происходит нелинейное взаимодействие между исходными волнами накачки. Для того чтобы анализировать поведение индикатрис по вторичным волнам, необходимо точное представление всей картины происходящих волновых процессов по исходному полю нелинейно-взаимодействующих высокочастотных акустических волн.

### Список литературы

- [1] Рэлей Л. Теория звука. Т. 2. М.: Гостехиздат, 1955. 578 с.
- [2] Лепендин Л.Ф. Акустика. М.: Высшая школа, 1978. 298 с.
- [3] Поддубняк А.П., Пороховский В.В. // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 5. С. 919–924.
- [4] Ляминев Л.М., Саков П.В. // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 1. С. 100–107.
- [5] Аббасов И.Б., Заграй Н.П. // Акуст. журн. 1994. Т.40. № 4. С. 535–541.

## ГАЗОДИНАМИКА ИМПУЛЬСНОГО ИЗЛУЧАЮЩЕГО РАЗРЯДА В СМЕСИ ПАРОВ НАТРИЯ С КСЕНОНОМ

© Ф.Г.Бакшт, В.Ф.Лапшин

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия  
(Поступило в Редакцию 3 августа 1995 г.)

1. Одним из актуальных направлений исследований в современной светотехнике является создание безрутных маломощных натриевых ламп высокого давления [1,2]. Наиболее перспективные разработки таких ламп опираются на использование импульсного разряда в смеси паров Na с Xe [3,4]. Исследованию маломощных импульсных дуг с относительно плавным нарастанием тока ( $dI/dt \sim 10^5 - 10^6$  А/с) посвящен ряд работ [5–8]. В таких дугах разогрев плазмы происходит относительно медленно, так что полное давление плазмы  $P$  в каждый момент времени  $t$  успевает выравниваться по радиусу газоразрядной трубки, а радиальные перемещения газа происходят с существенно дозвуковыми скоростями. Расчету импульсных дуг небольшой мощности посвящены работы [7,8]. В этих работах, однако, пренебрегалось радиальным проскальзыванием компонент плазмы относительно друг друга и состав газовой смеси считался заданным: фиксировалось отношение концентраций компонент газовой смеси.

В настоящей работе решается система газодинамических уравнений, описывающих радиальное движение компонент плазмы в импульсном излучающем разряде с плавным нарастанием тока. Показывается, что такой разряд характеризуется сложной картиной газодинамических течений компонент. В частности, относительное содержание компонент газовой смеси меняется по радиусу и проскальзыванием компонент относительно друг друга пренебрегать нельзя.

2. В качестве примера расчета рассматривается импульсный разряд в смеси Na-Xe в длинной ( $L \gg R$ ) цилиндрической трубке с внутренним радиусом  $R \approx 1-2$  мм и толщиной стенок  $\Delta R \approx 1$  мм. Количество Xe в трубке определяется его давлением при холодном наполнении  $P_{Xe}^{(0)} \approx 60-120$  Тор (температура наполнения  $T^{(0)} \approx 293$  К). Количество Na определяется давлением насыщающих паров  $P_{Na}^{(0)}$  у наиболее холодной части стенок трубы: полагалось, что  $P_{Na}^{(0)} \approx 40-80$  Тор. Предполагалось также, что плазма создается исключительно за счет ионизации Na. Рассматривается установившийся периодический режим работы лампы, в котором повторяющийся импульс тока  $I(t)$  заданной формы и амплитуды  $I_m \sim 10$  А подается на плазму слаботочного дежурного разряда ( $I^{(0)} \sim 0.1$  А), который служит для поддержания слабоионизованной плазмы в промежутке между импульсами. Продолжительность импульса  $t_i$ ; предполагается малой по сравнению с периодом  $t_p$ : скважность  $\theta = t_p/t_i \sim 10$ .

Оценим диапазон частот, в котором существенно проскальзывающие компонент газовой смеси относительно друг друга. Обозначим через  $\nu^*$  частоту, при которой диффузионная скорость Na  $w_{Na} \sim (D_{Na}/n_{Na})(\partial n_{Na}/\partial r)$  и скорость плазмы как целого  $V \sim \theta\nu^* R$  одинаковы по порядку величины. В рассматриваемых условиях  $\nu^* \approx 3 \cdot 10^3$  Гц. При  $\nu \lesssim \nu^*$  проскальзывание необходимо учитывать. Именно в этот интервал частот попадают многие режимы работы импульсных ламп. Как правило,  $\nu^* \ll 1/\tau_{ion}$  — обратного времени ионизации [9] паров щелочного металла. По этой причине, а также вследствие малости эффективных частот излучательных переходов по сравнению с частотами ударов второго рода излучающая плазма импульсного разряда должна находиться в состоянии локального термодинамического равновесия (ЛТР) при температуре электронов.

3. Плазма описывается следующей системой газодинамических уравнений. Уравнения непрерывности для компонент плазмы

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_{Na} + n_i) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(n_{Na}V_{Na} + n_iV_i) \right] = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}n_{Xe} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rn_{Xe}V_{Xe}) = 0. \quad (2)$$

### Условие ЛТР

$$n_e n_i = n_{Na} K_i(T). \quad (3)$$

Здесь  $n_{Na}$ ,  $n_{Xe}$  и  $n_e = n_i$  — концентрации нейтралов и заряженной компоненты плазмы;  $V_{Na}$ ,  $V_{Xe}$  и  $V_i$  — их гидродинамические скорости;  $K_i(T)$  — константа равновесия по Саха для Na.

При существенно дозвуковых скоростях компонент уравнения движения записываются в виде

$$n_{\text{Na}} n_i \alpha_{\text{Na}-i} (V_{\text{Na}} - V_i) + n_{\text{Na}} n_{\text{Xe}} \alpha_{\text{Na}-\text{Xe}} (V_{\text{Na}} - V_{\text{Xe}}) = -\partial P_{\text{Na}} / \partial r, \quad (4)$$

$$n_{\text{Xe}} n_i \alpha_{\text{Xe}-i} (V_{\text{Xe}} - V_i) + n_{\text{Na}} n_{\text{Xe}} \alpha_{\text{Na}-\text{Xe}} (V_{\text{Xe}} - V_{\text{Na}}) = -\partial P_{\text{Xe}} / \partial r, \quad (5)$$

$$n_{\text{Na}} n_i \alpha_{\text{Na}-i} (V_i - V_{\text{Na}}) + n_i n_{\text{Xe}} \alpha_{\text{Xe}-i} (V_i - V_{\text{Xe}}) = -\partial (P_e + P_i) / \partial r. \quad (6)$$

Здесь  $P_{\text{Na}}$ ,  $P_{\text{Xe}}$  и  $P_i = P_e$  — парциальные давления Na, Xe,  $\text{Na}^+$  и электронов,  $\alpha_{\text{Xe}-i} = 2.21\pi q(\beta M_{12})^{1/2}$  [10,11],  $\alpha_{\text{Na}-i} = \sigma_{\text{res}}(2.13v_T) \times \times (M_i kT)^{1/2} / 0.341$  [12],  $\alpha_{\text{Na}-\text{Xe}} = 8(M_{12} \cdot 2kT)^{1/2} Q_{\text{eff}} / 3\pi^{1/2}$  [13], где  $M_{12} = M_{\text{Na}} M_{\text{Xe}} / (M_{\text{Na}} + M_{\text{Xe}})$ ,  $Q_{\text{eff}} = \int_0^\infty \xi^5 \exp(-\xi^2) \sigma_{\text{Na+Xe}}(g) d\xi$ ,  $g = (2kT/M_{12})^{1/2}\xi$ ,  $\beta$  — поляризуемость атома Xe [14]. Транспортное сечение  $\sigma_{\text{Na}-\text{Xe}}$  взято из [15,16], а сечение резонансной перезарядки  $\sigma_{\text{res}}$  ионов Na на атомах Na — из [17]. В (4)–(6) опущены термосилы: определение термодиффузионных отношений для рассматриваемой смеси является самостоятельной задачей. Уравнение (6) получено суммированием уравнений движения ионов и электронов в пренебрежении трением электронов о нейтралы. При этом использовано, что  $V_e = V_i$ , т.е. что радиальный ток на стекки трубы отсутствует.

Рассмотрим уравнение энергии. Оценки показывают, что на протяжении импульса тока и в процессе остывания плазмы разница между температурами электронов и тяжелых частиц малосущественна. В то же время в дежурном разряде и в самом начале импульса, когда степень ионизации мала, это отличие может быть заметным. Ниже температуры всех компонент плазмы будут предполагаться одинаковыми. Это позволяет записать уравнение энергии для всей плазмы в целом

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[ \left( \frac{3}{2} kT + E_{\text{Na}} \right) n_{\text{Na}} + \frac{3}{2} kT n_{\text{Xe}} + (3kT + E_i) n_i \right] + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left[ \left( \frac{5}{2} kT + E_{\text{Na}} \right) n_{\text{Na}} V_{\text{Na}} + \frac{5}{2} kT n_{\text{Xe}} V_{\text{Xe}} + (5kT + E_i) n_i V_i \right] \right\} = \\ & = \sigma E^2 - W_{\text{rad}} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \kappa \frac{\partial T}{\partial r}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $W_{\text{rad}}$  — радиационные потери из единицы объема;  $E_{\text{Na}}$  — усредненная по распределению Больцмана энергия возбуждения атома Na;  $E$  — напряженность осевого электрического поля, определяемая из уравнения

$$I(t) = 2\pi E(t) \int_0^R r \sigma(t, r) dr, \quad (8)$$

$\sigma$  и  $\kappa$  — электропроводность и теплопроводность плазмы,  $\sigma = q u_e u_{ea} u_{ei} / (u_{ea} + u_{ei})$ ,  $\kappa = \kappa_{ea} \kappa_{ei} / (\kappa_{ea} + \kappa_{ei})$ , где  $u_{ea}$ ,  $\kappa_{ea}$  и  $u_{ei}$ ,  $\kappa_{ei}$  — подвижность и теплопроводность соответственно в случае предельно слабо ионизованной плазмы (газ Лоренца) и полностью ионизованной

плазмы [9]. При определении  $\nu_{ea}$  и  $\kappa_{ea}$  частота столкновений полагалась равной  $\nu_{ea}(v) = 1/\tau_p(v) = \nu_{e-Na}(v) + \nu_{e-Xe}(v)$ . Теплопроводность нейтрального газа на поступательных степенях свободы полагалась равной [18]

$$\begin{aligned}\kappa_n = 10^{-6} T^{0.82} &[1.26(1 + 1.52n_{Xe}/n_{Na})^{-1} + \\ &+ 0.45(1 + 0.54n_{Na}/n_{Xe})^{-1}] \text{ (Вт/см} \cdot \text{К).}\end{aligned}$$

Здесь  $T$  измеряется в градусах. Вычисления показывают, что основной вклад в  $W_{rad}$  вносят переходы  $3P \rightarrow 3S$ ,  $3D \rightarrow 3P$ ,  $4S \rightarrow 3P$ , а также рекомбинационный и тормозной континуум на ионах. В расчете учитывались потери энергии в резонансной линии  $3P \rightarrow 3S$  и в рекомбинационном континууме, которые, как показывают оценки, составляют более 85% от указанных видов потерь энергии. Выход излучения в резонансной линии определялся в приближении эффективного времени жизни для однородной среды [19].

Границные условия к уравнениям имеют следующий вид:

$$\frac{\partial n_{Na}}{\partial r} \Big|_{r=0} = \frac{\partial n_{Xe}}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad T|_{r=R} = T_W. \quad (9)$$

Здесь  $T_W$  — температура внутренней поверхности стенки трубки, которую в исследуемом диапазоне частот можно считать постоянной вследствие достаточно большой теплоемкости стенки. Она определяется из решения стационарного уравнения теплопереноса в стенке с условием

$$t_p^{-1} \int_0^{t_p} \kappa \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} dt = \epsilon_r \sigma_{S.B} (T_W - \Delta T_W)^4, \quad (10)$$

где  $\epsilon_r$  — коэффициент теплового излучения стенки (по данным [20]  $\epsilon_r = 0.4$  для  $Al_2O_3$  при  $T_W = 1200$  К),  $\sigma_{S.B}$  — постоянная Стефана-Больцмана,  $\Delta T_W$  — перепад температуры по радиусу в стенке.

Предполагается, что материал стенки прозрачен для излучения плазмы.

Вместо граничных условий для скоростей используются условия постоянства количества  $Xe$  и полного количества  $Na$  на единицу длины трубы

$$\left( \frac{P_{Xe}^{(0)}}{T^{(0)}} \right) \pi R^2 = 2\pi \int_0^R r n_{Xe} dr, \quad 2\pi P_{Na}^{(0)} \int_0^R r T^{-1} dr = 2\pi \int_0^R r (n_{Na} + n_i) dr. \quad (11)$$

Здесь  $T$  — профиль температуры в дежурном разряде перед импульсом.

4. Расчет выполнен для  $R = 1.5$  мм,  $\Delta R = 1$  мм,  $P_{Xe}^{(0)} = 80$  Тор,  $P_{Na}^{(0)} = 60$  Тор,  $\nu = 800$  Гц,  $\theta = t_p/t_i = 14$ . Форма импульса тока  $I(t)$  использовалась та же, что и в [7,8]. Основные результаты иллюстрируются рис. 1–3. На рисунках использованы обозначения  $n_0 = n_{Na} + n_i$ ,  $n = n_0 + n_{Xe}$ ,  $V_0 = (n_{Na}V_{Na} + n_iV_i)/n_0$ ,  $V = (n_0V_0 + n_{Xe}V_{Xe})/n$ ,  $P_0 = P_{Na} + P_i$ ,

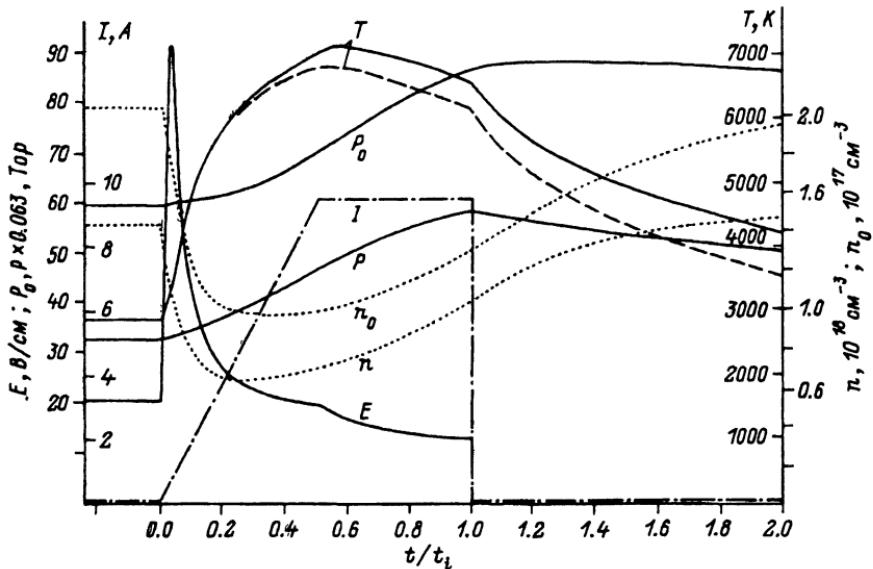


Рис. 1. Временная зависимость параметров плазмы.

Значения  $P_0, n_0, T_0$  указаны для  $t = 0$ , пунктир — температура на оси при удвоенном значении радиационных потерь  $W_{rad}$ .

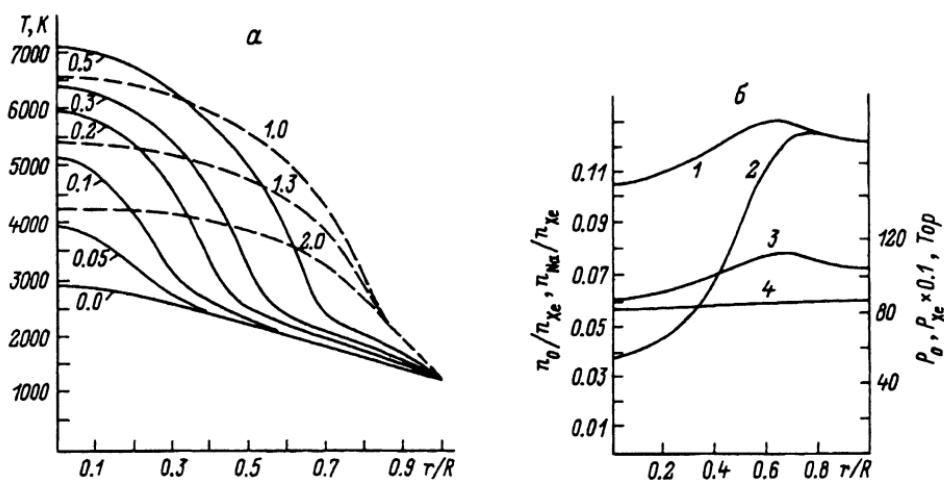


Рис. 2. Радиальные распределения основных параметров плазмы.

а — температуры в различные моменты времени от начала импульса (на кривых указано время в единицах  $t/t_i$ ): сплошные кривые — в течение импульса, штриховые — после окончания импульса; б: 1 —  $n_0/n_{Xe}$ , 2 —  $n_{Na}/n_{Xe}$ , 3 —  $P_0$ , 4 —  $P_{Xe}$  для момента времени  $t/t_i = 1$ .

$P = P_{Xe} + P_0 + P_i$ . Как видно из рис. 1, нарастание тока через холодную плазму дежурного разряда в начале импульса сопровождается пропорциональным ростом продольного электрического поля  $E$ . Затем по мере разогрева плазмы поле быстро убывает, а по окончанию импульса скачком падает пропорционально току до малых значений (не выражаются в масштабе рисунка). Далее, остывание плазмы приводит к плавному росту поля  $E$  до его значения в дежурном разряде (так, при  $t/t_i = 4$   $E = 2.85$  В/см,  $t/t_i = 7$   $E = 14.6$  В/см,  $t/t_i = 10$

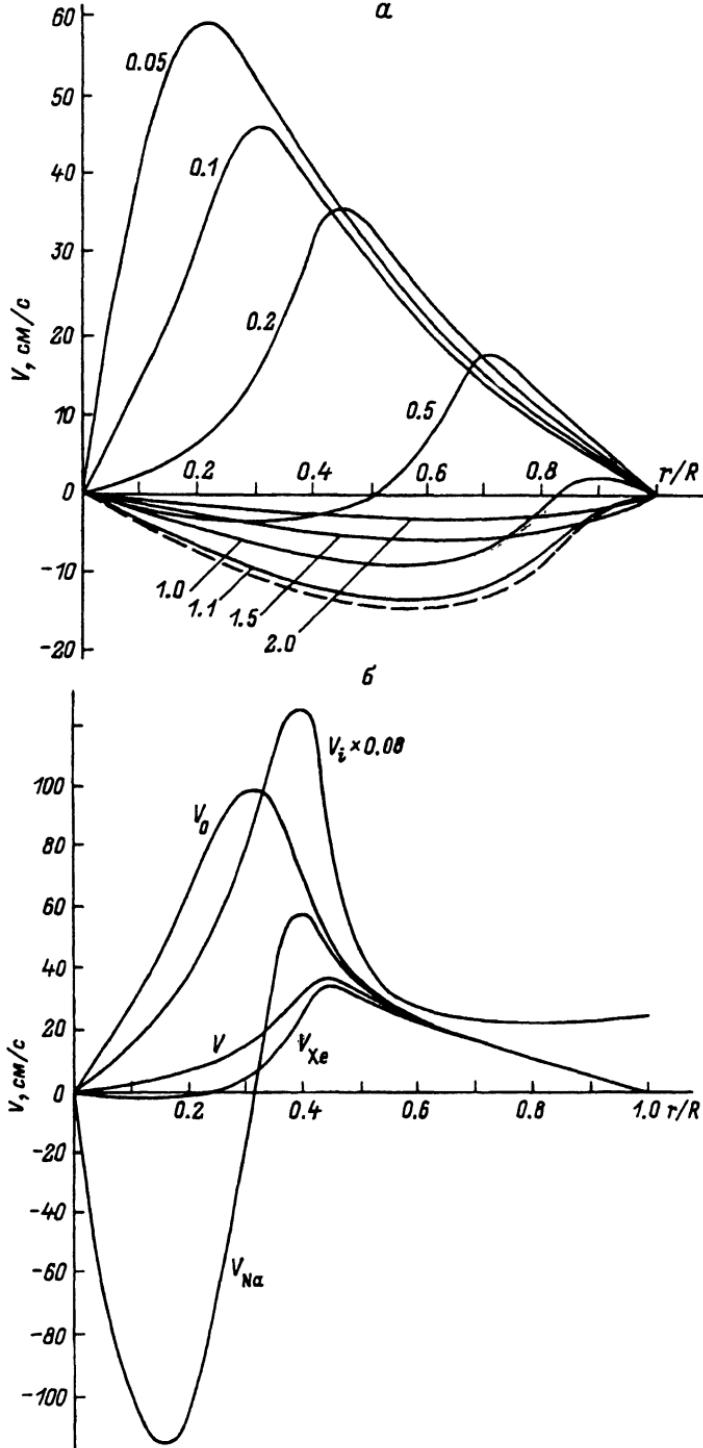


Рис. 3. Радиальные распределения скоростей движения.

$\alpha$  — скорости плазмы в целом  $V = (n_0 V_0 + n_{X_e} V_{X_e})/n$  (на кривых указано время в единицах  $t/t_i$ );  $\beta$  — скорости отдельных компонент и плазмы в целом для момента времени  $t/t_i = 0.2$ .

$E \approx E^{(0)} = 20.8$  В/см). Проследим теперь за движениями газа в трубке. В начале импульса (рис. 1 и 2, а) при  $t/t_i \lesssim 0.2$  происходит быстрый разогрев приосевой области разряда. Вследствие этого весь газ приходит в движение (см. рис. 3, а): горячий газ расширяется и прижимает холодный к стенкам (всюду  $V > 0$ ). Расширение газа и рост радиационных потерь замедляют дальнейший разогрев плазмы в приосевой области (рис. 1). Движение газа при  $0.3 \lesssim t/t_i \lesssim 1.0$  определяется прохождением тепловой волны по холодному газу. При этом (рис. 2, а и 3, а) перед тепловой волной газ отходит к стенкам трубы ( $V > 0$ ), а за ней — возвращается к ее оси ( $V < 0$ ). Это видно и на рис. 1: осевые значения  $n_0$  и  $n$  растут при  $t/t_i \gtrsim 0.3$ . По окончании импульса тока продвижение тепловой волны прекращается, плазма остывает и газ отходит от стенок к оси трубы: на рис. 3, а всюду  $V < 0$ . Рис. 3, б показывает, что в горячей области плазмы скорости отдельных компонент существенно отличаются друг от друга. Такое отличие скоростей в гипозвуковом течении плазмы связано с ее сильной неоднородностью по радиусу трубы. Как видно из рис. 2, б, состав газовой смеси и полное давление  $Na$  заметно меняются вдоль радиуса трубы: изменение отношения  $n_0/n_{Xe}$  достигает 25%, а  $P_0$  — 35%.

Отметим в заключение, что результаты газодинамических расчетов сравнительно слабо зависят от приближенного определения радиационных потерь энергии в линиях. Для иллюстрации этого на рис. 1 и 3, а представлены кривые (пунктир), рассчитанные при увеличенных вдвое полных радиационных потерях<sup>1</sup> (соответственно кривые  $T(t/t_i)$  и  $V(r/R)$  при  $t/t_i = 1.1$ ).

Авторы благодарят В.Б.Каплана за полезные обсуждения работы.

### Список литературы

- [1] Роглин Г.Н. Разрядные источники света. М.: Энергоатомиздат, 1991. 720 с.
- [2] Айзенберг Ю.Б. // Светотехника. 1991. № 10. С. 9–14.
- [3] Айзенберг Ю.Б. // Светотехника. 1993. № 5–6. С. 1–17.
- [4] Горнов В.О. // Светотехника. 1994. № 1. С. 19–28.
- [5] Van Vliet, Jr., de Groot J.J. // J.E.E. Proc. 1981. Vol. 128. Pt A. N 6. P. 415–441.
- [6] Akutsu H. // J. Lighting Research and Technol. 1984. Vol. 16. N 2. P. 73–84.
- [7] Chalek C.L., Kinsinger R.E. // J. Appl. Phys. 1981. Vol. 52. N 2. P. 716–724.
- [8] Schäfer R., Stormberg H.P. // J. Appl. Phys. 1985. Vol. 57. N 7. P. 2512–2518.
- [9] Бакшт Ф.Г., Дюжев Г.А., Марциновский А.М. и др. Термоэмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма. М.: Наука, 1973. 480 с.
- [10] Смирнов Б.М. Ионы и возбужденные атомы в плазме. М.: Атомиздат, 1974. 456 с.
- [11] Tan T.L., Ong P.P., Hogan M.J. // J. Chem. Phys. 1994. Vol. 100. N 1. P. 586–590.
- [12] Радиг А.А., Смирнов Б.М. Дополнение к кн. Мак-Даниэль И., Мэзон Э. Подвижность и диффузия ионов в газах. М.: Мир, 1976. 424 с.
- [13] Жданов В.М. Явления переноса в многокомпонентной плазме. М.: Энергоатомиздат, 1982. 176 с.
- [14] Радиг А.А., Смирнов Б.М. Параметры атомов и атомных ионов. Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1986. 344 с.
- [15] Редько Т.П. // Хим. физика. 1992. Т. 11. № 8. С. 1146–1156.
- [16] Атутов С.Н., Ермолаев И.Н., Шалагин А.М. // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. Вып. 4. С. 1215–1227.

<sup>1</sup> В действительности при достигнутых в расчете температурах значительный вклад в радиационные потери вносит нереабсорбируемый рекомбинационный континуум, который в приведенных расчетах учитывался точно.