

01;03;12

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ КОНДЕНСИРОВАННОЙ ФАЗЫ В ГАЗОЖИДКОСТНЫХ ПЕНАХ

© В.А.Куликовский, С.Ю.Митичкин, В.Г.Тестов, Ху Хайбо

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Научно-исследовательский институт механики,

119899 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 23 июня 1995 г.)

В окончательной редакции 28 мая 1996 г.)

Приведены результаты численного моделирования течения жидкости в газожидкостных пенах. В рамках капиллярной модели получены распределения жидкой фазы и изменения толщины пленок по высоте вертикального пенного столба в зависимости от времени выдержки. Экспериментально полученные профили плотности позволили наметить дальнейшие пути развития расчетной модели.

### Введение

Экспериментальные исследования взаимодействия ударных волн с газожидкостными пенами в горизонтальных <sup>[1]</sup> и вертикальных <sup>[2,3]</sup> ударных трубах выявили ряд особенностей. Перераспределение и вытекание жидкой фазы под действием силы тяжести приводят к изменению структурных характеристик и неоднородности плотности по высоте столба пены. Регистрация давления на торцевой стенке горизонтальной ударной трубы <sup>[1]</sup> указывает на то, что фронт ударной волны является наклонным даже в пене низкой плотности. Градиент плотности определяется не только исходной средней плотностью и высотой пены, но и временем ее выдержки. В отличие от горизонтальной ударной трубы в вертикальной трубе градиент плотности пены изменяется в направлении распространения ударной волны, что обеспечивает плоский фронт и его перпендикулярность оси трубы. Давление за фронтом волны не остается постоянным и плавно нарастает в случае распространения по пене с возрастающей плотностью. При описании распространения газодинамических возмущений в пене необходимо знать профиль распределения ее плотности.

В настоящей работе численно моделировалось изменение параметров пены во времени и в зависимости от расположения сечения вертикального пенного столба, выполнены экспериментальные исследования изменения характеристик пены в зависимости от ее плотности, высоты и времени выдержки.

### Динамика вытекания жидкости из пены

Процессы истечения жидкости из пен рассмотрены в монографиях [4,5], в которых приведены уравнения в частных производных, описывающие вытекание жидкости из каналов в полиэдрической монодисперсной пене. Аналитические решения этих уравнений получены лишь для некоторых частных случаев [6]. В этом разделе приводится численное моделирование течения жидкости в пенах с учетом утоньшения пленок. Пленочная жидкость приходит в скоростное и температурное равновесие с газом за ударной волной за времена, пренебрежимо малые по сравнению с характерным временем релаксации остальной жидкости, и может считаться находящейся в равновесии с газовой фазой, образуя вместе с ней "эффективный" газ. Хотя вытекание жидкости из пленок не оказывает существенного влияния на распределение суммарной плотности пены, но на параметры эффективного газа жидкость в пленках может оказывать существенное влияние.

Введем следующие предположения, которым отвечает газожидкостная пена: 1) ячейка периодичности в виде многогранника имеет характерный размер  $d$ , который не зависит от времени; 2) объемная концентрация жидкой фазы  $\alpha = \alpha_c + \alpha_f + \alpha_p$  и корень квадратный из нее малы по сравнению с единицей ( $\alpha_c$ ,  $\alpha_f$  и  $\alpha_p$  — каналовая, пленочная и узловая компоненты); 3) поперечное сечение каналов представляет собой треугольник Плато с радиусом кривизны  $r_c$ ; 4) поперек канала давление не меняется.

Разность давлений внутри пузырька ( $P_b$ ) и внутри канала ( $P_c$ ) описывается уравнением Лапласа

$$P_b - P_c = \sigma / r_c,$$

где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения.

Поскольку давление в жидкой пленке равно давлению в газовых пузырьках, то под действием перепада давления  $\Delta P = P_b - P_c$  жидкость из пленок перетекает в каналы Плато. В результате происходит уменьшение концентрации поверхностно-активного вещества (ПАВ) и возникновение градиента  $\sigma$ . При достижении максимального значения градиента межфазная поверхность становится неподвижной. В этом случае в соответствии с уравнением Рейнольдса, полученным для квазистационарного вытекания вязкой жидкости из зазора между дисками в приближении теории смазки, выражение для уменьшения толщины пленки имеет вид

$$\frac{d\delta}{dt} = -\frac{32 F \delta^3}{\pi \mu d_f^4}, \quad (1)$$

где  $d_f = k_1 d$  — диаметр пленки ( $k_1$  — безразмерная постоянная, определяемая выбором геометрии ячейки периодичности);  $F$  — сила, сжимающая диски, которая в предположении отсутствия расклинивающего

давления равна  $F = (P_b - P_c)\pi d_f^2/4$ ;  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости пенообразующего раствора;  $t$  — время.

В каналах Плато сила  $F_x$ , действующая на единицу объема жидкости в направлении оси канала  $x$ , имеет вид

$$F_x = \rho_l(\bar{g} \cdot \bar{x}) + \frac{\partial}{\partial x} \left( P_b - \frac{\sigma}{r_c} \right),$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\rho_l$  — плотность жидкости,  $r_c = r_c(x)$ ,  $\sigma = \sigma(x)$ .

Для канала с неподвижными стенками поток объема жидкости через канал пропорционален  $S^2 F_x / \mu$  ( $S = 0.16r_c^2$  — площадь треугольника Плато [4]).

Основное феноменологическое предположение в модели истечения жидкости в пене состоит в том, что поток объема жидкости  $q_n$  в пене через единичную площадку с нормалью  $\bar{n}$  имеет вид

$$q_n = k_2 F_n \frac{S^2}{\mu d^2},$$

$$F_n = \bar{n} \left[ \rho_l \bar{g} + \text{grad} \left( P_b - \frac{\sigma}{r_c} \right) \right],$$

$k_2$  — постоянная, определяемая формой ячейки периодичности и не зависящая от  $d$  и  $r_c$ .

Согласно теории размерности,  $\alpha_c = k_3^2 S / d^2$ ,  $\alpha_f = k_4 \delta / d$ , где  $k_3^2 / d^2$  — суммарная длина каналов в единице объема;  $k_3$  и  $k_4$  — безразмерные постоянные, полностью определяемые выбором ячейки периодичности;  $2k_4 / d$  — суммарная площадь пленок в единице объема.

Пренебрегая количеством жидкости в узлах (капиллярная модель), уравнение неразрывности для жидкой фазы запишем в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_c + \alpha_f) = - \text{div } \bar{q}. \quad (2)$$

Предположение 2 позволяет пренебречь  $\text{grad } P_b$  по сравнению с силой, действующей на единицу объема жидкости в каналах. Градиент давления в пузырьках складывается за счет веса газа в пузырьках, который пренебрежимо мал, и за счет силы трения, действующей со стороны жидкости на стенки каналов. В квазистационарном приближении сила, действующая на жидкость в канале, уравновешивается силой трения. Однако градиент давления, создаваемый в газовой фазе силой трения будет меньше силы, действующей на объем жидкости в каналах, во столько раз, во сколько площадь каналов в ячейке периодичности меньше характерной площади ее сечения, т. е. в  $\alpha_0$  раз, следовательно,  $\text{grad } P_b$  можно пренебречь.

На основе всех сделанных предположений, выражения (1) и (2) приводим к виду

$$\frac{\partial \alpha_c}{\partial t} = \frac{k_2 d^2}{\mu k_3^4} \left\{ 2\rho_l g \alpha_c \frac{\partial \alpha_c}{\partial z} + \frac{\sigma k_3}{5d} \left[ \sqrt{\alpha_c} \Delta \alpha_c + \frac{(\text{grad } \alpha_c)^2}{2\sqrt{\alpha_c}} \right] \right\} + \frac{4\sigma k_3^3 \delta^3}{5k_1 \mu d \sqrt{\alpha_c}}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = -\frac{16\sigma k_3 \delta^3}{15\mu d^3 k_1^2 \sqrt{\alpha_c}}. \quad (4)$$

Для одномерного случая, когда  $\alpha_c$  и  $\delta$  зависят только от вертикальной координаты  $z$  и времени  $t$ , после введения безразмерных независимых функций и независимых переменных

$$\Delta = \delta/\delta_0, \quad \alpha = \alpha_c/\alpha_{c_0}, \quad \eta = z/H, \quad \tau = t/T,$$

где  $\alpha_{c_0}$  и  $\delta_0$  — начальные ( $t = 0$ ) значения  $\alpha_c$  и  $\delta$ ,  $H$  и  $T$  — начальная высота столба пены и время истечения, система (3) и (4) примет вид

$$St_1 \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} = a\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} + \sqrt{\alpha} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \left( \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} \right)^2 + \frac{b\Delta^3}{\sqrt{\alpha}}, \quad (5)$$

$$St_2 \frac{\partial \Delta}{\partial \tau} = -\frac{\Delta^3}{\sqrt{\alpha}}. \quad (6)$$

Здесь

$$St_1 = \frac{5\mu k_3^3 H^2}{\sigma k_2 d T \sqrt{\alpha_{c_0}}}, \quad St_2 = \frac{15k_1^2 \mu d^3 \sqrt{\alpha_{c_0}}}{16k_3 \sigma \delta_0^2 T},$$

$$a = \frac{10\rho_1 g d H \sqrt{\alpha_{c_0}}}{\sigma k_3}, \quad b = \frac{4k_3^6 \delta_0^3 H^2}{k_1 k_2 \alpha_{c_0}^2 d^5}.$$

Величины  $St_1$ ,  $St_2$ ,  $a$  и  $b$  являются критериями подобия процессов истечения жидкости из пен. Величина  $St_1/a$  есть отношение времени  $\tau_*$  перемещения вязкой жидкости под действием силы тяжести по вертикальной трубке площадью  $\sim \alpha_{c_0} d_0^2$  на расстояние  $H$  к времени  $T$ . Величина  $a/b$  — это отношение  $\tau_*$  к характерному времени вытекания жидкости из пленок,  $St_2$  — отношение характерного времени утоньшения пленок к  $T$ .

Значения констант  $k_3$  и  $k_4$  для многогранников, которыми описывают ячейки периодичности (пентадодекаэдр, усеченный октаэдр, ромбододекаэдр), отличаются незначительно, мало сказываются на величинах критериев подобия и взяты равными  $k_3^2 = 5.36$ ,  $k_4 = 2.66$ , учитывая, что  $k_1 = 1.33k_4/k_3^2$ , единственной подгоночной постоянной была  $k_2$ , величина которой менялась в пределах 0.01–0.1.

При численном решении системы (5), (6) использовалась неявная разностная схема второго порядка точности по  $\eta$  и первого порядка по  $\tau$ , решаемая методом прогонки.

Рассмотрим отстой пены, когда при  $\tau = 0$  жидкость распределена равномерно по высоте  $\alpha_0 = 1$ ,  $\Delta_0 = 1$ . На верхней границе пенного столба ( $\eta = 1$ ) скорость потока жидкости равна нулю

$$\left( \frac{a}{2}\alpha^2 + \sqrt{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} \right) \Big|_{\eta=1} = 0. \quad (7)$$

На нижней границе пены ( $\eta = 0$ ) в качестве граничного условия также может быть использовано условие непротекания (7). В этом

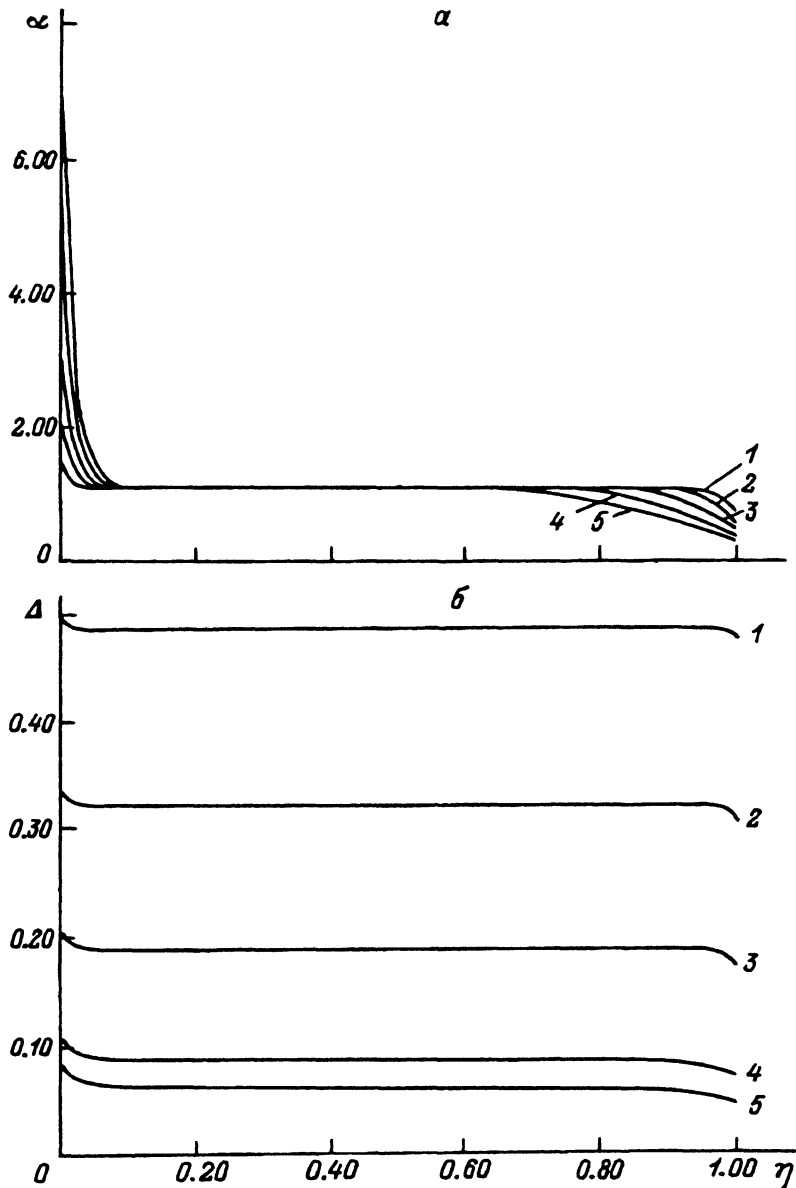


Рис. 1. Изменение концентрации жидкой фазы и толщины пленок.

$\tau$ : 1 — 0.05 (a, б), 0.01 (б); 2 — 0.16 (a), 0.03 (б), 0.15 (б); 3 — 0.3 (a, б), 0.1 (б); 4 — 0.6 (a, б), 0.5 (б); 5 — 1.0 (a, б, б);  $\eta$ : 1 — 0 (a, e), 0.05 (z); 2 — 0.02 (a, e), 0.6 (z); 3 — 0.06 (a, e), 1.0 (z); 4 — 0.6 (a, e); 5 — 1.0 (a, e).

случае из-за действия силы тяжести жидкость будет стекать по пенным каналам вниз и скапливаться в придонном слое. Соответственно значение  $\alpha$  при  $\eta = 0$  будет расти и в некоторый момент может достигнуть значения  $\alpha_m$ , отвечающего пене со сферическими пузырьками предельно большого для данной периодической решетки радиуса. Условие (7) означает, что на нижней границе пены сила тяжести, дей-

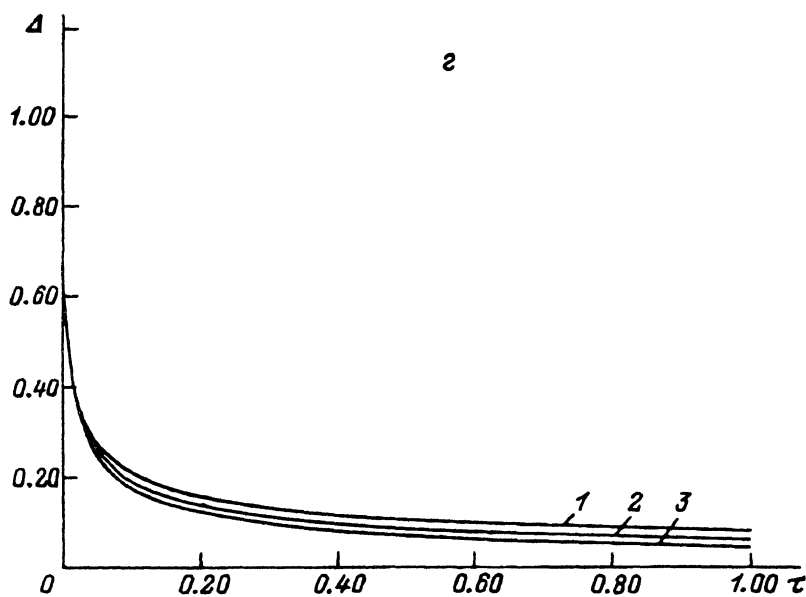
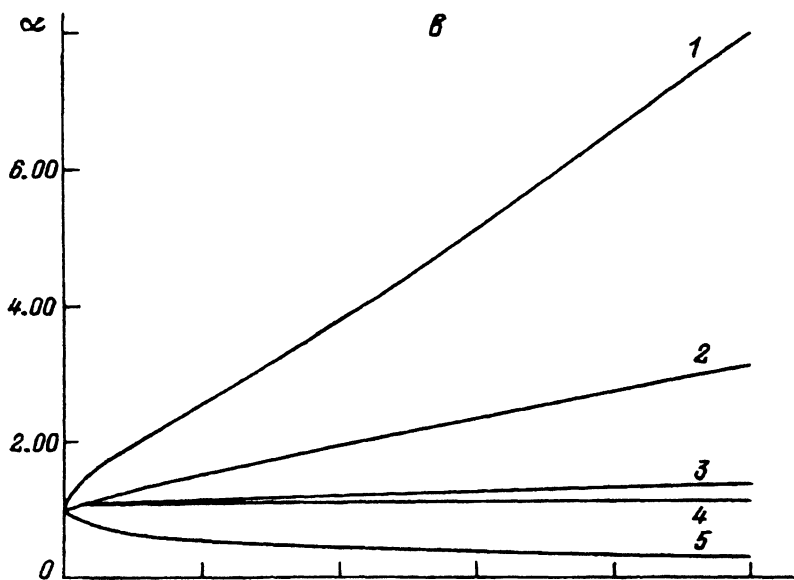


Рис. 1 (продолжение).

ствующая на жидкость, уравнивается градиентом капиллярного разрежения. После того как значение  $\alpha$  при  $\eta = 0$  достигает значения  $\alpha_m$ , условие непротекания (7) заменяется на условие  $\alpha(0, \tau) = \alpha_m$ .

На рис. 1 представлены результаты расчета распределений  $\alpha(\eta, \tau)$  и  $\Delta(\eta, \tau)$ , соответствующих течению жидкости в столбе пены высотой  $H = 0.2$  м за времена  $T = 120$  (рис. 1, а-з) и 360 с (рис. 1, д, е). При расчетах использовались следующие значения размерных и безразмерных параметров:  $d_0 = 10^{-3}$  м,  $\delta_0 = 10^{-6}$  м,  $\mu = 10^{-2}$  Па · с,  $\sigma = 0.03$  Н/м,

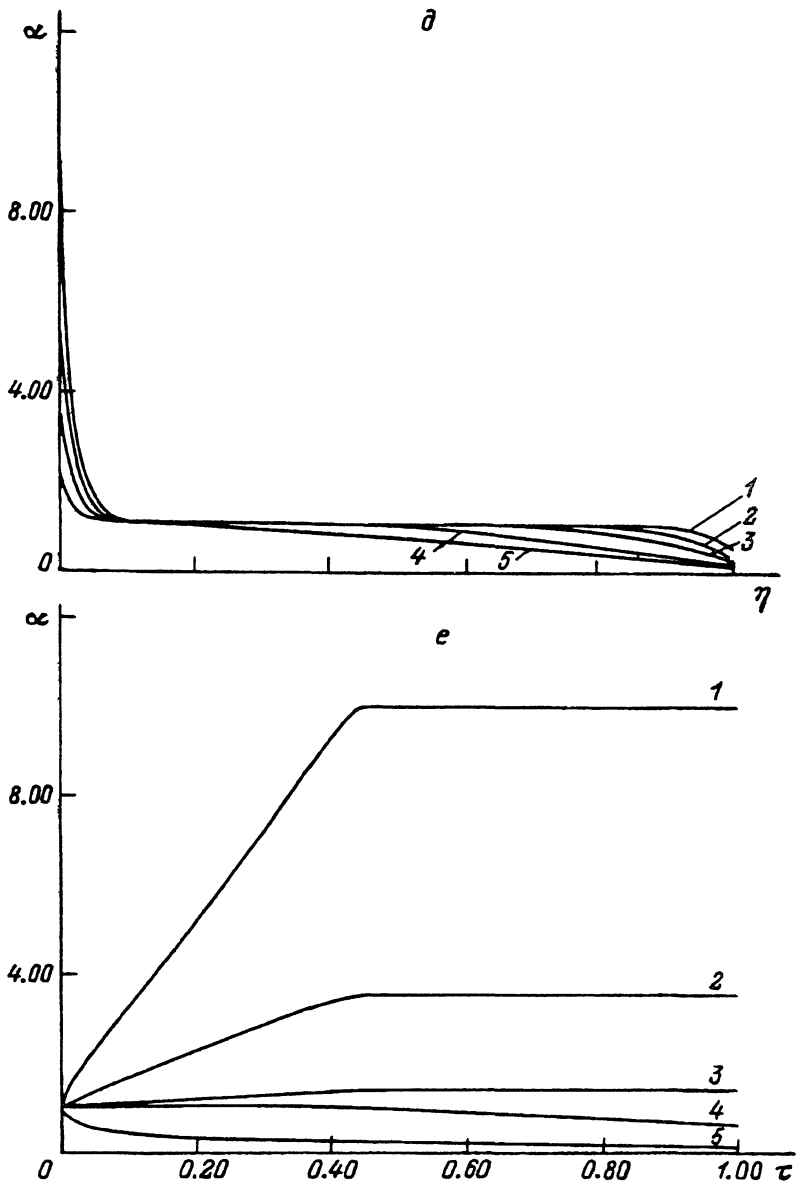


Рис. 1 (продолжение).

$\alpha_0 = 0.025$ ,  $k_2 = 0.02$ ,  $a = 44.45$ ,  $B = 3068.77$ .  $St_1 = 220.45$ ,  $St_2 = 0.076$  для  $T = 120$  с и  $St_1 = 73.48$ ,  $St_2 = 0.0025$  при  $T = 360$  с.

Рис. 1, а, б, д соответствует распределениям  $\alpha$  и  $\Delta$  по высоте в разные моменты времени. Из рис. 1, а, д видно, что концентрация жидкой фазы в придонном слое нарастает значительно быстрее, чем она уменьшается в приповерхностной области. С увеличением времени сокращается область постоянной концентрации жидкости, равной начальному значению.

Рис. 1, в, г, е иллюстрируют изменение  $\alpha$  и  $\Delta$  во времени при различных фиксированных значениях  $z$ . Уменьшение толщины пленок (рис. 1, г) происходит достаточно быстро и на динамику движения жидкости в пене практически не влияет, т.е.  $St_2 \ll 1$  и  $\alpha_{f_0} \ll \alpha_{c_0}$ . Таким образом, распределение  $\alpha$  зависит только от двух безразмерных параметров  $St_1$  и  $a$ .

### Экспериментальное исследование характеристик пен

Исследования проводились с вертикальным столбом пены, имеющим диаметр 0.045 и высоту 0.19 и 0.3 м. Плотность пены составляла 32 и 50 кг/м<sup>3</sup>, а объемное содержание конденсированной фазы равнялось 0.033 и 0.04 соответственно. Пена приготавливалась барботированием воздуха через 3%-ный водный раствор ПАВ типа ПО-6К. Заполнение пены производилось снизу, скорость наполнения составляла 10–15 мл/с. Измерение структурных характеристик пены проводилось методом фотографирования при изменении времени  $T$  выдержки пены от 1.5 до 6.5 мин. Для изучения поведения градиента плотности пены в зависимости от высоты столба и времени выдержки пеной заполнялся ряд вертикально установленных один над другим кварцевых цилиндров. При известном объеме каждого цилиндра плотность пены определялась методом взвешивания. Для контроля за начальной средней плотностью проводилось измерение вытекшей жидкости к моменту

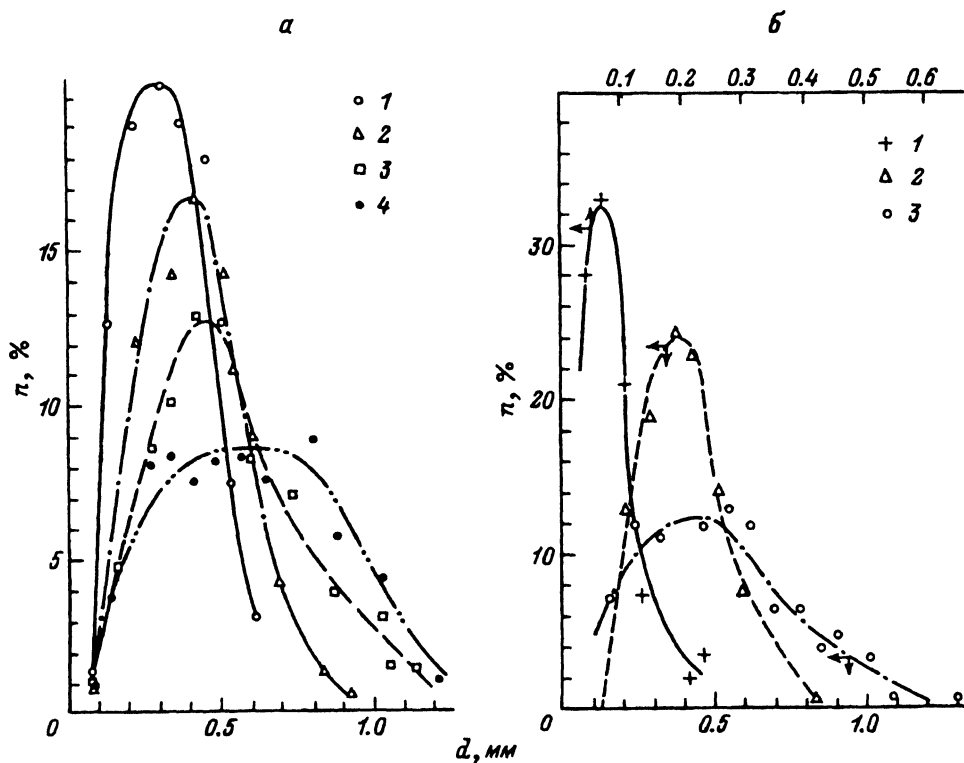


Рис. 2. Изменение распределения ячеек пены по размерам.

а —  $H = 0.19 \text{ м}$ ,  $\rho = 32 \text{ кг/м}^3$ ,  $z = 0.08 \text{ м}$ ;  $t$ , мин: 1 — 1.5, 2 — 3.5, 3 — 5.5, 4 — 6.5; б —  $\rho$ , кг/м<sup>3</sup>: 1 — 66, 2 — 50, 3 — 32.



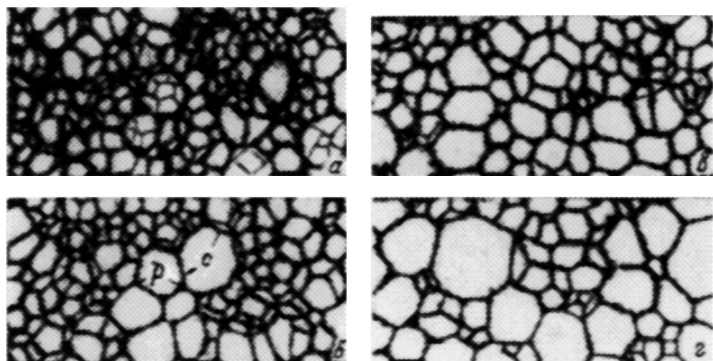


Рис. 3. Изменение структуры пены при  $z = 0.143$  м,  $H = 0.19$  м.  
 а — 1.5, б — 3.5, в — 5.5, г — 6.5 мин.

окончания времени выдержки пены. Измеренная плотность в каждом из цилиндров приписывалась его половинной высоте.

Измерения структурных характеристик пены показали, что с увеличением времени выдержки происходит рост диаметра пузырьков  $d$ , изменение их формы и уширение функции распределения  $n$  по размерам (рис. 2, а), т.е. увеличение степени полидисперсности пены. Для пены плотность  $32 \text{ кг/м}^3$  при изменении времени выдержки от 1.5 до 6.5 мин средний диаметр пузырька возрастал от 0.35 до 0.65 мм. При этом процентное содержание пузырьков среднего размера уменьшалось с 20 до 8%. При увеличении плотности пены происходит сужение

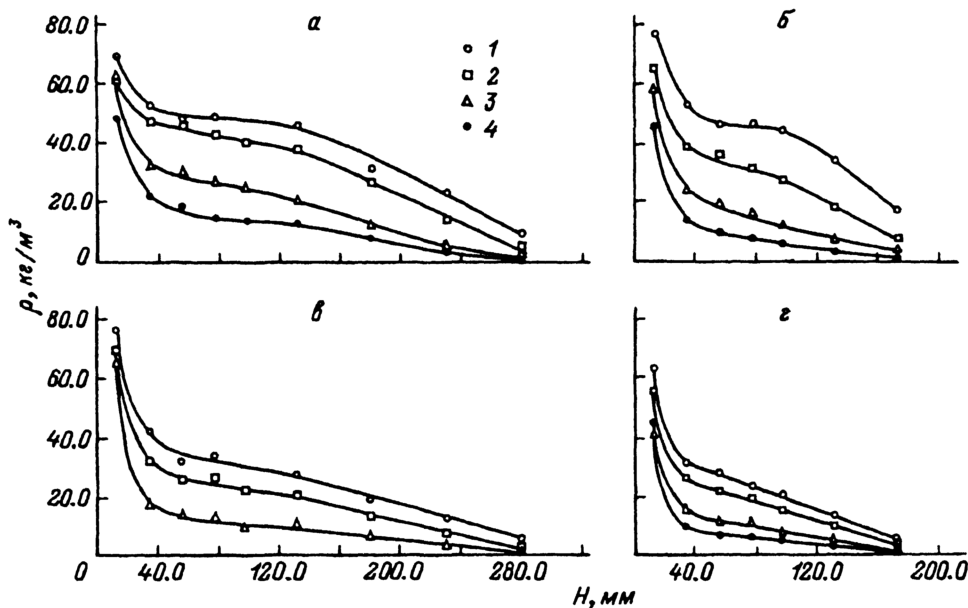


Рис. 4. Профили изменения плотности в вертикальном столбе пены.

$\rho$ ,  $\text{кг/м}^3$ : а, б — 50; в, г — 32; высота столба, мм: а, в — 300; б, г — 190; время выдержки, мин: 1 — 2, 2 — 3, 3 — 4.5, 4 — 6.

функции распределения, уменьшение среднего диаметра пузырьков и увеличение их процентного содержания. На рис. 2, б представлены распределения для пен с плотностью 32 ( $\alpha = 0.033$ ) и 50 кг/м<sup>3</sup> ( $\alpha = 0.04$ ) через 2.5 мин после наполнения. Для сравнения приведено распределение для очень влажной пены с  $\rho = 66$  кг/м<sup>3</sup> ( $\alpha = 0.066$ ) [7]. Фотографии пены ( $\rho = 32$  кг/м<sup>3</sup>), снятые в моменты времени 1.5, 3.5, 5.5, 6.5 мин, представлены на рис. 3. На них видны проекции форм пленок и каналов. Белый цвет на фотографиях — пленки и ребра ячеек, а черный — узлы ( $p$ ) и каналы ( $c$ ). Видно, что со временем происходит увеличение ячеек и длины каналов, размеры же сечения каналов и узлов уменьшаются.

Изменение плотности по высоте пенного столба представлено на рис. 4. Отметим, что только для плотной пены ( $\rho = 50$  кг/м<sup>3</sup>) при  $t = 2$  мин достаточно хорошо выражен участок с постоянной плотностью. При увеличении времени выдержки пены концентрация жидкой фазы изменяется вдоль всей высоты пенного столба. Как и в расчетной модели, скорость уменьшения концентрации жидкой фазы в верхней области существенно меньше, чем скорость ее нарастания в придонном слое. Измерения показали, что с увеличением времени выдержки от 2 до 6 мин профили плотностей смещаются и не совпадают с начальными, в то время как расчетные характеризуются наличием значительной области, где плотность постоянна. В основном это связано с принятыми допущениями о постоянстве характерного размера ячейки и распределения жидкой фазы по высоте в начальный момент времени. В реальной пене имело место изначальное возрастание плотности в направлении к придонному слою.

### Заключение

1. Проведенное численное моделирование течения жидкости в мультисферной полиэдрической пене с учетом вытекания жидкости из пленок в каналы Плато позволяет качественно описать поведение концентрации жидкой фазы.

2. При численном моделировании течения жидкости в пене предполагалось, что межфазные поверхности неподвижны, поперечные размеры каналов много меньше продольных и начальное распределение жидкой фазы по высоте постоянно. Экспериментальные исследования показали, что основной проблемой дальнейшего развития модели течения жидкости в пене является ее обобщение на случаи, когда межфазные границы подвижны, в пене неоднородное начальное распределение концентрации жидкой фазы по высоте и изменения характерного размера ячейки.

3. В придонном слое скорость нарастания плотности значительно выше, чем в остальных областях. В пенах с высокой плотностью при малых временах выдержки существует область, в которой плотность остается постоянной.

4. По мере вытекания жидкости происходит увеличение размеров пузырьков и степени полидисперсности пены, увеличение длины и уменьшение поперечного сечения каналов, т. е. движение межфазной границы раздела.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

## Список литературы

- [1] *Weaver P.M., Pratt N.H.* // Proc. 16<sup>th</sup> Intern. Symp. on Shock Tubes and Waves. Aachen, 1987. P. 363-369.
  - [2] *Британ А.Б., Зиновик И.Н., Левин В.А.* // ПМТФ. 1992. № 2. С. 27-32.
  - [3] *Британ А.Б., Зиновик И.Н., Левин В.А.* и др. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 7. С. 19.
  - [4] *Кни К.Б.* // Капиллярная гидродинамика пен. Новосибирск: Наука, 1989. 167 с.
  - [5] *Кругляков П.М., Ексерова Д.Р.* // Пена и пенные пленки. М.: Химия, 1990. 432 с.
  - [6] *Кротов В.В.* // Вопросы термодинамики гетерогенных систем и теории поверхностных явлений. Л., 1982. С. 110-191.
  - [7] *De Krasinski J.S., Khosla A., Ramesh V.* // Achieves of Mechanics. Warszawa, 1978. Vol. 30. N 4-5. P. 461-475.
-