01;03;08

ИЗЛУЧЕНИЕ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТЬЮ, ПУЛЬСИРУЮЩЕЙ СО СХЛОПЫВАНИЕМ

В.А.Поздеев

Рассмотрена внешняя акустическая задача излучения волны давления сферической полостью, пульсирующей с периодическим схлопыванием. Впервые теоретически показано, что профиль импульса давления при захлопывании и последующем расширении имеет более сложную структуру, чем профиль волны давления, возникающий при первоначальном расширении полости, возникающей, например, при подводном электровзрыве. Также показано, что амплитуда второго импульса давления может быть больше амплитуды первого импульса.

Задача о захлопывании пузырька в сжимаемой жидкости изучалась рядом авторов, например, [1,2]. Однако большой интерес и одновременно большую сложность для теоретического исследования представляет собой задача изучения волны давления сферической полостью, пульсирующей с периодическим схлопыванием. Этот процесс возникает при подводном взрыве ВВ, высоковольтном разряде в жидкости или оптическом пробое воды. Обычно полость совершает несколько (3–4) затухающих колебаний, генерируя соответствующее число импульсов давления. В частности, электровзрыв в жидкости может, как показывает эксперимент, дать такую форму излученной волны давления, где второй импульс по амплитуде превышает первый. Этот факт пока не нашел убедительного теоретического объяснения.

Отвлекаясь от внутренних физических процессов, происходящих в самой полости, рассмотрим внешнюю гидродинамическую задачу, полагая закон изменения радиуса полости во времени известным. Если пренебречь потерями, то этот закон можно представить в виде

$$R_n(t) = R_0 + R_m|\sin\omega t|, \tag{1}$$

где R_0 — радиус полости в момент времени $t = 0$, R_m — максимальное значение радиуса полости, ω — частота пульсаций полости, связанная с периодом пульсаций T известным соотношением $\omega = 2\pi/T$. В соответствии с (1) скорость расширения полости в начале каждой пульсации одинакова и равна $v_0 = \omega R_m$. Скорость захлопывания полости по модулю равна скорости расширения, но противоположна по знаку.

Полагаем, что движение полости в жидкости описывается системой уравнений

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{C_0^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0; \qquad (2)$$

$$v = \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \qquad p = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t}; \qquad (3)$$

$$v|_{r=R_п(t)} = v_п(t), \quad p|_{r=R_п(t)} = p_п(t), \qquad (4)$$

где Φ — потенциал скоростей вызванного движения акустической среды, r — радиальная координата, c_0 — невозмущенная скорость звука, ρ_0 — плотность среды, $v_п$ — скорость движения границы полости, $p_п$ — давление жидкости на стенку полости. Кроме того, потенциал скоростей должен удовлетворять условию излучения (причинности) и нулевым начальным условиям.

Решение поставленной задачи (2)–(4) для общего закона движения границы получено автором методом нелинейного преобразования времени [3] в работах [5,6]. В частности, в соответствии с этим решением давление на границе полости описывается выражением

$$\mathbf{p}_п = \mathbf{v}_п - \exp\left(-c_0 \int_0^t \frac{d\tau}{R_п(\tau)}\right) \times$$

$$\times \int_0^t \mathbf{v}_п(1-\mathbf{v}_п) \exp\left(c_0 \int_0^\tau \frac{d\tau_1}{R_п(\tau_1)}\right) d\tau, \qquad (5)$$

где введены безразмерные параметры $\mathbf{p}_п = p_п/(\rho_0 c_2^2)$, $\mathbf{v}_п = v_п/c_0$, $R_n(t)$ — произвольного вида гладкая функция времени. В частном случае $R_п = R_0 + v_0 t$ выражение (5) принимает вид [5,6]

$$\mathbf{p}_п = \frac{M_0}{1+M_0}\left[2M_0 + (1-M_0)(1+M_0\mathbf{t})^{-\frac{1+M_0}{M_0}}\right], \qquad (6)$$

где $M_0 = v_0/c_0$, $\mathbf{t} = c_0 t/R_0$. Из выражения (6) найдем представления для давления на стенку полости в моменты времени $\mathbf{t} = 0$, $\mathbf{t} \gg 1$

$$\mathbf{p}_п = M_0 \quad \text{при} \quad \mathbf{t} = 0;$$

$$\mathbf{p}_{\text{п}} = \frac{2M_0^2}{1+M_0} \quad \text{при} \quad \mathbf{t} \gg 1. \tag{7}$$

Выражение (7) позволяет найти давление на стенку полости в конце процесса ее захлопывания по закону $R_{\text{п}}(t) = R_m - v_0 t$

$$\mathbf{p}_{\text{п}} = \frac{2M_0^2}{1-M_0}. \tag{8}$$

Полученные выражения (5)–(8) используем для решения поставленной задачи (1)–(4), ограничиваясь рассмотрением давления на стенке полости. Профиль давления в самой жидкости практически сохранит форму, становясь меньше по амплитуде. Заметим, что в соответствии с принятым законом пльсации (1) движение стенки полости в начале и конце каждой пульсации происходит по линейному закону с постоянной скоростью v_0.

Прежде всего, используя сделанное замечание, получим приближенные оценки амплитуд первой и второй пульсации полости. Как следует из (7), амплитуда первого импульса равна

$$\mathbf{p}_1 = M_0. \tag{9}$$

Амплитуда второго импульса давления состоит из двух составляющих

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_{21} + \mathbf{p}_{22}, \tag{10}$$

где $\mathbf{p}_{21}$ — величина давления, равная импульсу давления от повторного расширения полости, $\mathbf{p}_{22}$ — величина давления в конце процесса сжатия полости. В соответствии с выражениями (6) и (8) запишем, что

$$\mathbf{p}_{21} = M_0; \qquad \mathbf{p}_{22} = \frac{2M_0^2}{1-M_0}. \tag{11}$$

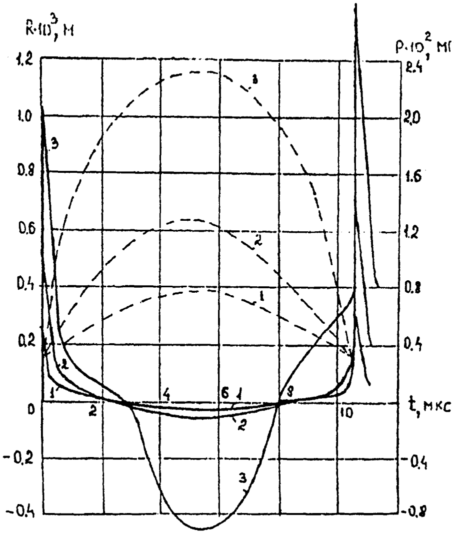
Подставляя величины (11) в (10), получаем амплитудное значение второго импульса давления

$$\mathbf{p}_2 = M_0 \frac{1+M_0}{1-M_0}. \tag{12}$$

Таким образом, в случае пульсации полости без учета потерь по закону (1) амплитуда второго импульса давления всегда больше первого. При учете потерь однозначного вывода сделать нельзя.

В заключение приведем результаты численного расчета кривой давления на стенку полости по выражению (5) для трех законов пульсаций, отличающихся лишь амплитудой

$$R_{\text{п}}(t) = R_0 + kR_m \cdot |\sin \omega t|, \quad k = 1,2,3,$$



Изменение волны давления на стенке сферической полости, пульсирующей со схлопыванием.

Пунктир — закон изменения во времени радиуса полости, *сплошные линии* — закон изменения во времени давления на стенку. *1* — $K = 1$; *2* — $K = 2$; *3* — $K = 3$.

где приняты следующие значения параметров: $R_0 = 0.275 \cdot \cdot 10^{-3}$ м, $R_m = 0.125 \cdot 10^{-3}$ м, $\omega = 0.3 \cdot 10^6$ с$^{-1}$. Результаты расчета приведены на рисунке.

Список литературы

[1] *Есипов И.Б., Наугольных К.А.* // Акустический журнал. 1973. Т. 19. В. 2. С. 285–288.

[2] *Дмитриев А.П., Дрейден Г.В., Островский Ю.И., Этимберг М.И.* // ЖТФ. 1985. Т. 55. В. 2. С. 384–385.

[3] *Поздеев В.А.* // ПММ. 1991. В. 6. С. 1055–1058.

[4] *Поздеев В.А.* // ДАН УССР. 1988. Т. 3. В. 42–45.

[5] *Поздеев В.А.* Нестационарные волновые поля в областях с подвижными границами. Киев: Наукова думка. 1992. 242 с.

Институт импульсных
процессов и технологий
Николаев