01;03;04


# СТАТИСТИКА ФЛУКТУАЦИОННЫХ ПРОБОЕВ ЖИДКОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

*И.Н.Алиев*

При превышении порога устойчивости на плоской поверхности проводника в электрическом поле растут волновые искажения, имеющие изначально сколь угодно малые амлитуды, что приводит в конечном счете к диспергированию жидкости — так называемой неустойчивости Френкеля–Тонкса (см., например, [1], с. 54). Считается, что неустойчивость не возникает, если приложенное поле ниже порогового. Но это верно только отчасти: неустойчивость не прорабатывается для возмущений с пренебрежимо малой амплитудой. Однако если последняя конечна и превышает некоторое пороговое значение, то со временем возникает нарастание волнового возмущения, т.е. наблюдается неустойчивость поверхности. Определим характерную зависимость времени ожидания пробоя в зависимости от разности между напряженностями поля порога неустойчивости и приложенного поля. Согласно [1], если отклонение поверхности от равновесия описывается гармоническим законом $\xi = \xi_0 \cos(kx - \omega t)$ ($x$ — ось вдоль поверхности), то нормальная составляющая поля вблизи заряженной поверхности имеет вид $E_z = E_0(1 + k\xi)$, причем напряженность поля линейно связана с поверхностной плотностью зарядов: $E_0 = 4\pi\sigma_0$. Известно, что спектр капиллярных волн в присутствии поля в условиях устойчивости записывается в виде

$$\omega^2 = \frac{k^2}{\rho}\left(\gamma k - \frac{E_z^2}{4\pi}\right)$$

($\gamma$, $\rho$ — поверхностное натяжение и плотность жидкости). Заметим, что здесь $k$ больше некоторого предельного значения $k_0 \simeq \frac{\pi}{L}$, что соответствует характерному масштабу зеркала поверхности $L$; причем, если $k = k_0$, то $\omega^2 > 0$.

Приведенный закон дисперсии описывает волны с бесконечно малой амплитудой. Для волн конечной амплитуды с ростом $E_z$ возникает ситуация с $\omega^2 \leqslant 0$, т.е. неустойчивость. Из дисперсионного уравнения с учетом условия неустойчивости ($\omega^2 = 0$) для случая $\alpha = k\xi_0 < 1$ имеем

$\alpha_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma k}{4\pi\sigma_0^2} - 1\right)$ и при $\alpha > \alpha_0$ возникает неустойчивость волны с волновым числом $k$. Деформация, соответствующая этому $\alpha$ требует энергии

$$\Delta\varepsilon = \frac{\alpha^2 S}{8k}\left(\gamma k - 4\pi\sigma_0^2\right)$$

($S$ — площадь зеркала невозмущенной поверхности).

Из полученных выражений следует, что $\Delta\varepsilon \sim \alpha^3$. Учитывая, что $\alpha = k\xi$, убеждаемся,что $\Delta\varepsilon$ монотонно растет с увеличением $k$, причем минимальное значение $\Delta\varepsilon$ соответствует минимальному $k = k_0$, а именно $\Delta\varepsilon_{\min} = \Delta\varepsilon(k_0)$.

В условиях термодинамического равновесия вероятность иметь энергию $\Delta\varepsilon_{\min}$ определяется распределением $W = A\exp\left(-\frac{\Delta\varepsilon_{\min}}{k_Б T}\right)$, $k_Б$ — постоянная Больцмана, $T$ — температура. Поэтому характерное время ожидания возникновения неустойчивости запишется в виде

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{\Delta\varepsilon_{\min}}{k_Б T}\right)$$

($\tau_0$ — характерное время движения атомов жидкости вблизи поверхности).

Приведем характерные оценки. Пусть $L \sim 1$ см, $S \sim \sim 1$ см$^2$, $\gamma \sim 10\ \frac{эрг}{см^2}$, $\alpha \sim 10^{-4}$. Отсюда $\Delta\varepsilon = 30\, k_Б T$ и амплитуда $\xi_0 \sim 1.5\cdot 10^{-5}$ см, время $\tau \sim 10^2$ с (для характерных времен $\tau_0 \sim 10^{-11}$ с).

Легко понять, что распределение вероятностей сохранения устойчивости поверхности в электрическом поле имеет экспоненциальный вид

$$W = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

причем $\tau$ определено выше. Окончательное выражение имеет вид

$$\ln\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{1}{8}\alpha^3\gamma S.$$

Таким образом, по мере приближения напряженности поля к пороговому значению $\ln\tau$ уменьшается как

$$\left(E_{пор} - E\right)^3.$$

## Список литературы

[1] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 203 с.

Московский государственный
технический университет
им.Н.Э.Баумана

Поступило в Редакцию
4 января 1994 г.