

01;10
©1994

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ХАОС И ПОДАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СИСТЕМЕ “ЭЛЕКТРОННЫЙ ПОТОК–ПЕРИОДИЧЕСКОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ”

В.В.Афанасьева, А.Г.Лазерсон

Несмотря на большое количество работ, посвященных изучению хаотических колебаний в электронных системах, сложная динамика распределенных систем типа “электронный поток–периодическое магнитное поле” исследована недостаточно. Между тем, хаотические режимы колебаний в подобных системах могут приводить к подавлению возникающих в потоке неустойчивостей и к стабилизации пучка. В частности, как показано в работе [1], возникновение и развитие пространственного хаоса с ионной фокусировкой приводит к подавлению “шланговой” неустойчивости и к стабилизации пучка. В настоящей работе исследуются пространственные хаотические колебания в протяженном электронном потоке, помещенном в периодическое (квазипериодическое) магнитное поле.

Ввиду сложности явлений в протяженных электронных пучках мы рассматриваем упрощенную модель электронного потока, помещенного в магнитное поле [2]:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} + \alpha(1 + \cos 2z)r - \frac{\beta}{r} - \frac{k}{r^3} = 0, \quad (1)$$

где r — нормированный радиус границы пучка, z — продольная координата, α — безразмерный параметр магнитного поля, β — безразмерный параметр пространственного заряда, k — параметр катодных условий. Уравнение (1) описывает поведение границы электронного пучка в периодическом магнитном поле с учетом сил кулоновского расталкивания в пренебрежении нарушениями азимутальной симметрии. С точки зрения теории динамических систем уравнение (1) описывает поведение нелинейного осциллятора без диссипации при параметрическом воздействии, причем роль времени играет продольная координата z , а круговая частота “накачки” равна 2. Таким образом, все возможные режимы колебаний, в том числе и хаотические, будут пространственными. Динамика осциллятора (1) может быть описана

функцией Гамильтона $H(r, z) = H(r) + V(r, z)$, где

$$H_0(r) = \frac{\alpha \dot{r}^2}{2} + U(r) - \quad (2)$$

гамильтониан автономной системы с потенциалом

$$U(r) = \frac{\alpha r^2}{2} - \beta \ln r - \frac{k}{2r^2}, \quad (3)$$

а $V(r, z) = \frac{\alpha r^2}{2} \cos 2z$ — потенциальная функция внешнего воздействия. Для уравнения (1) можно получить критерий перекрытия резонансов (критерий Чирикова), дающий необходимое условие развития стохастичности в рассматриваемой системе. Для $k = 0$, что соответствует широко распространенной ситуации отсутствия магнитного поля на катоде, критерий стохастичности имеет вид

$$K^2 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \frac{1}{4\pi |r(0) - \ln r(0)|} > 1, \quad (5)$$

где $r(0)$ — радиус пучка в точке встрела. Таким образом, качественный анализ показывает, что пространственная хаотизация колебаний в электронном потоке, помещенном в магнитное поле, возможна при больших значениях параметра фокусировки и при малых значениях радиуса пучка. Обе зависимости представляются обоснованными с физической точки зрения. Действительно, с ростом α растет амплитуда внешнего воздействия, а следовательно, амплитуда колебаний относительно равновесного радиуса, что приводит к усложнению колебаний. Уменьшение начального радиуса приводит к тому, что электрон больше времени проводит в области сильного отталкивающего потенциала, что также приводит к росту амплитуды колебаний и облегчает стохастизацию.

Численное моделирование динамики осциллятора (1) показало, что в различных областях параметров α , β , k в рассматриваемой системе существуют стохастические колебания (рис. 1). С ростом управляющего параметра α частота собственных колебаний растет, приближаясь к частоте параметрического воздействия. Если соотношение этих частот является иррациональным, то в фазовом пространстве системы существуют двумерные инвариантные торы (рис. 2, а). Если соотношение частот становится рациональным, то в системе должны возникать резонансы различных порядков. Однако этого не происходит: под действием внешнего параметрического возмущения резонансы

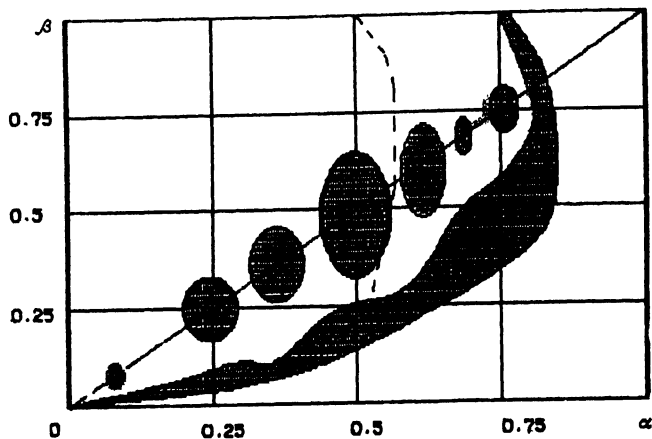


Рис. 1. Области регулярной и стохастической динамики на плоскости параметров α и β .

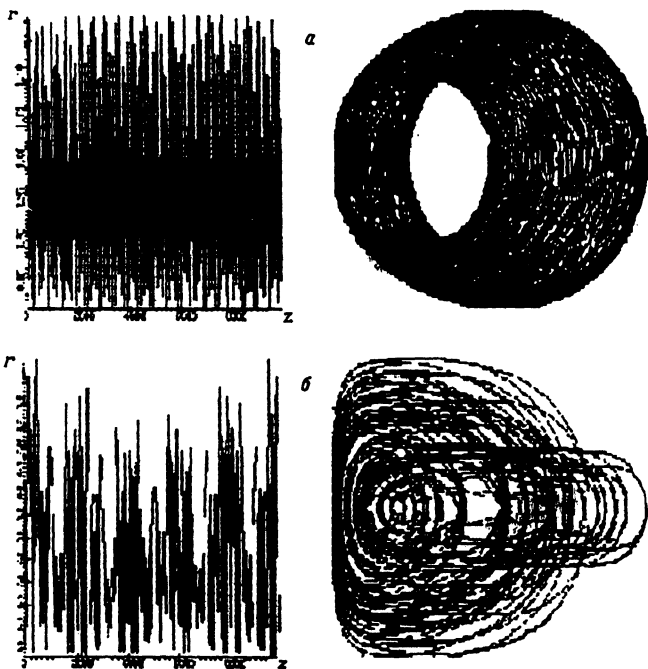


Рис. 2. Огибающие пучка и фазовые портреты квазипериодических (а) и стохастических (б) колебаний.

разрушаются, а в окрестности соответствующих резонансам значений α , β возникают замкнутые области стохастич-

ности (на рис. 1 они отмечены *штриховкой*). Наибольшая из этих областей соответствует разрушению сильного резонанса 1:2. Реализация и фазовый портрет стохастического колебания в этой области показаны на рис. 2, б. Хаос в этой области возникает либо в результате разрушения сепаратрисы изолированного резонанса, либо в результате перекрытия разных резонансов. В последнем случае шумовая компонента в спектре сильнее. Самая протяженная область стохастичности лежит вблизи границы первой зоны неустойчивости осциллятора (1), она возникает в результате взаимодействия параметрического резонанса с нелинейными резонансами различных порядков. Видно, что при малых β с ростом α область стохастичности расширяется, что хорошо согласуется с результатами качественного анализа. При $k > 0$ бифуркационная диаграмма имеет аналогичный вид, с той лишь разницей, что область стохастичности начинается при меньших α (*пунктир* на рис. 1). Во II и III зонах устойчивости осциллятора (1) области стохастичности значительно расширяются. Это же происходит и при двухчастотном параметрическом воздействии вида $B = B(\cos z + p \cos qz)$. При численном моделировании динамики осциллятора (1) был обнаружен следующий важный эффект. В области параметров α, β, k , где должна возникать параметрическая неустойчивость Матье, она не наблюдается. Стохастизация движения осциллятора вблизи I зоны неустойчивости Матье, вызванная разрушением нелинейного резонанса порядка 1:2, препятствует возникновению экспоненциального нарастания амплитуды колебаний границы пучка и токооседанию электронов. Движение пучка в этой области стабилизируется хаосом. Физически это объясняется тем, что наличие в стохастическом режиме бесконечного числа частот препятствует развитию параметрической неустойчивости до тех пор, пока внешнее воздействие не становится настолько большим, чтобы синхронизовать движение пучка. Итак, в результате конкуренции двух явлений: параметрической неустойчивости и стохастизации движения, последняя побеждает, и в системе устанавливается режим пространственного хаоса. По-видимому, этот эффект, впервые наблюдаемый в системе "электронный поток-периодическое магнитное поле", будет наблюдаться и в других системах, в тех случаях, когда области параметрического и разрушающегося нелинейного резонансов перекрываются.

Список литературы

- [1] *O'Brien K.J.* // Phys. Fluids. 1990. B2 (9). P. 2209–2216.
- [2] *Алямовский И.В.* Электронные пучки и электронные пушки. М., 1966.

Государственное научно-производственное предприятие "Алмаз" Саратов

Поступило в Редакцию
11 марта 1994 г.

