

11

©1994

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ МАГНИТНОЙ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ПРОВОДЯЩЕГО ШАРА В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*В.И.Завгородний, Б.Е.Ландау,
Ю.Г.Мартыненко*

На вращающейся немагнитный ($\mu = 1$) проводящий шар, помещенный в однородное магнитное поле, в общем случае действует момент пондеромоторных сил, приводящий как к торможению шара, так и к прецессии вектора его кинетического момента [1]. Движение относительно неподвижного основания шара с осесимметричным эллипсоидом инерции под действием этих моментов описано в [2]. (Отличие эллипсоида инерции от шарового связано с неоднородным распределением плотности материала шара, причем далее рассматривается случай шара со сплюснутым осесимметричным эллипсоидом инерции). Если обозначить через \mathbf{H} вектор напряженности магнитного поля, через γ — единичный вектор, направленный по вектору угловой скорости вращения шара, то магнитный момент шара может быть разложен на две составляющие [1]: “неконсервативную” \mathbf{P}'' — пропорциональную мнимой части коэффициента магнитной поляризуемости α'' и ортогональную плоскости векторов γ и \mathbf{H} , и “консервативную” \mathbf{P}' — пропорциональную действительной части коэффициента магнитной поляризуемости $\alpha'(x)$ лежащую в плоскости векторов γ и \mathbf{H} :

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}'' + \mathbf{P}' = \alpha''(x) [\gamma, \mathbf{H}] + \alpha'(x) [\gamma, [\mathbf{H}, \gamma]]. \quad (1)$$

Здесь $x = r/\delta$ — отношение радиуса шара r к глубине проникновения магнитного поля в материал шара, $\delta = c/(2\pi\lambda\mu\omega)^{-1/2}$, c — скорость света, λ — проводимость, μ — магнитная проницаемость, ω — угловая скорость шара, $\alpha'(x)$ и $\alpha''(x)$ — соответственно действительная и мнимая части комплексной магнитной поляризуемости. Формулы для расчета $\alpha'(x)$ и $\alpha''(x)$ приведены в [1]:

$$\alpha'(x) = \frac{r^3}{2} \left[-1 + \frac{3 \operatorname{sh} 2x - \sin 2x}{2x \operatorname{ch} 2x - \cos 2x} \right];$$

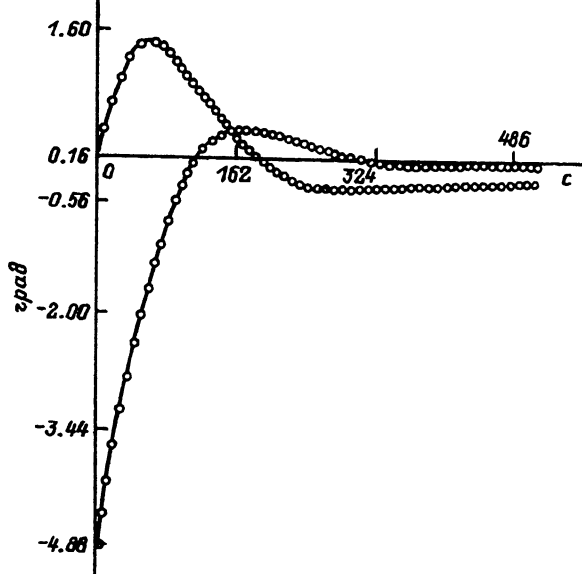


Рис. 1. Запись сигналов датчиков углового положения оси симметрии шара.

$$\alpha''(x) = \frac{3r^3}{4x} \left[-\frac{1}{x} + \frac{\text{sh}2x + \sin 2x}{\text{ch} 2x - \cos 2x} \right] \quad (2)$$

(в отличие от [1], в (2) α' и α'' не отнесены к объему шара).

Для шара радиуса 0.5 см при скорости вращения $\omega = 6\pi \times 10^3$ 1/с (180 000 об/мин) и проводимости $\lambda = 15 \cdot 10^{16}$ 1/с (удельное сопротивление бериллия принималось 6 мкОм \times см) величина безразмерного параметра $x = 2.51$, $\alpha' = -0.0196$, $\alpha'' = 0.0220$ см³.

Для экспериментального определения коэффициентов магнитной поляризуемости шара использовался прибор, состоящий из электростатического подвеса с тремя взаимортогональными парами силовых электродов, обеспечивающих левитацию бериллиевого шара диаметром 1 см (зазор между шаром и электродами подвеса имеет порядок 30 мкм). Вакуумная система поддерживает в пространстве, окружающем шар, вакуум с остаточным давлением на уровне $10^{-6} - 10^{-7}$ мм рт. ст. Разгон шара до номинальной угловой скорости в 180 тыс. об/мин и демпфирование колебаний оси симметрии эллипсоида инерции осуществляется с помощью трех ортогональных колец Гельмгольца. Съем информации об угловой ориентации оси шара производится тремя парами оптических датчиков и растра, нанесенного

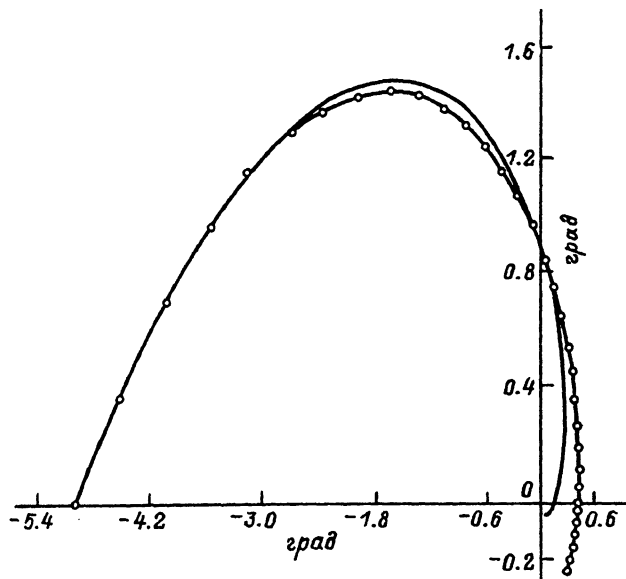


Рис. 2. Траектории (1 — экспериментальная, 2 — теоретическая) оси симметрии шара на картинной плоскости.

на поверхность шара. Система магнитного экранирования обеспечивает защиту от внешних магнитных полей с коэффициентом экранирования не хуже 100.

Методика исследований заключается в том, что прибор, установленный на поворотном столе, приводится в рабочее состояние путем взвешивания шара, разгона до номинальной скорости и демпфирования нутационных колебаний. При этом ось вращения шара устанавливается коллинеарно оси Мира с погрешностью порядка 3 угл. мин. Затем корпус прибора поворачивается на угол 5 град вокруг оси Запад-Восток и включается ток 0.3 А в катушках Гельмгольца, создающих магнитное поле. На рис. 1 показана запись сигналов датчиков углового положения оси симметрии шара относительно корпуса прибора. Ось симметрии шара описывает кривую, которая удовлетворительно аппроксимируется логарифмической спиралью $\rho = \rho_0 \exp(-\kappa^*t)$, $\varphi = \nu^*t$. Параметры $\kappa^* = 0.01414$, $\nu^* = 0.01278$ 1/с.

Для интерпретации этих результатов использовались линеаризованные прецессионные уравнения движения оси симметрии шара под действием момента сил $\mathbf{M} = [\mathbf{P}, \mathbf{H}]$. Эти уравнения в проекциях на оси системы координат $0\xi_1\xi_2\xi_3$, жестко связанной с Землей, имеют вид

$$\dot{\gamma}_1 = -\kappa\gamma_1 + \nu\gamma_2 - U_{\zeta_2}; \quad \dot{\gamma}_2 = -\nu\gamma_1 - \kappa\gamma_2 + U_{\zeta_1}. \quad (3)$$

Здесь $\kappa = \alpha''(x)H^2/L$; $\nu = U_{\zeta_3} - \alpha'(x)H^2/L$, L, H — соответственно модули векторов момента количества движения шара и напряженности магнитного поля \mathbf{H} , γ_i — проекции вектора γ на ось ξ_i , U_{ζ_i} — проекция вектора угловой скорости Земли на ось ξ_i . Во время эксперимента ориентация системы $\xi_1\xi_2\xi_3$ была выбрана таким образом, чтобы ось ξ_3 была направлена вдоль вектора \mathbf{H} , а ось симметрии шара была близка к оси ξ_3 .

Решение уравнений (3) на “картинной” плоскости (плоскости, ортогональной оси вращения и проходящей на единичном расстоянии от центра масс шара) представляет собой логарифмическую спираль, “скручивающуюся” к точке:

$$\gamma_1^* = (\nu U_{\zeta_1} - \kappa U_{\zeta_2}) / \Delta, \quad \gamma_2^* = (\kappa U_{\zeta_1} + \nu U_{\zeta_2}) / \Delta,$$

$$\Delta = \kappa^2 + \nu^2;$$

$$\gamma_1 = [(\gamma_1^0 - \gamma_1^*) \cos \nu t + (\gamma_2^0 - \gamma_2^*) \sin \nu t] \exp(-\kappa t) + \gamma_1^*;$$

$$\gamma_2 = [-(\gamma_1^0 - \gamma_1^*) \sin \nu t + (\gamma_2^0 - \gamma_2^*) \cos \nu t] \exp(-\kappa t) + \gamma_2^*. \quad (4)$$

Здесь γ_1^0, γ_2^0 — начальные значения направляющих косинусов оси шара. Во время эксперимента оси ξ_1 и ξ_3 находились в плоскости меридиана, а ось ξ_2 — в плоскости горизонта и была направлена на Запад. При $H = 2400$ А/м, $L = 2$ Гсм · с, $U_{\zeta_1} = -6.35 \cdot 10^{-6}$ 1/с, $U_{\zeta_2} = 0$ расчет по формулам (4) дает $\gamma_1^* = -0.00031$, $\gamma_2^* = -0.00035$. (Это означает, что в состоянии покоя оси вращения шара относительно Земли, т.е. когда момент сил $\mathbf{M} = [\mathbf{P}, \mathbf{H}]$ вынуждает прецессировать ось шара в инерциальном пространстве с угловой скоростью, равной угловой скорости Земли, ось шара будет отклонена от вектора \mathbf{H} на 1.5 угл. мин). Вычисленные значения γ_1^*, γ_2^* оказались меньше погрешности оптических датчиков, поэтому они не использовались при обработке показаний. При указанных значениях параметров прибора $\nu = 0.0091$, $\kappa = 0.0101$ 1/с, что на 29% меньше экспериментально найденных значений. Решение (4) на интервале времени (0, 400 с) (кривая 1) и экспериментально найденная траектория (кривая 2) оси симметрии шара на картинной плоскости построены на рис. 2.

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М., 1982. 620 с.
- [2] Мартыненко Ю.Г. Движение твердого тела в электрических и магнитных полях. М., 1988. 368 с.

Центральный
научно-исследовательский
институт
“Электроприбор”
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
14 апреля 1994 г.

