

Письма в ЖТФ, том 20, вып. 15

12 августа 1994 г.

01:09:10

©1994

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДВУМЕРНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ В ЛСЭ С КОАКСИАЛЬНЫМИ РЕЗОНАТОРАМИ И ТРУБЧАТЫМИ РЭП БОЛЬШОГО ДИАМЕТРА

*Н.С.Гинзбург, А.С.Сергеев*

1. В работах [1–3] было показано, что использование двумерной распределенной обратной связи (РОС) позволяет получать пространственно-когерентное излучение ленточных релятивистских электронных пучков (РЭП), по перечные размеры которых превосходят длину волны в  $10^2$ – $10^3$  раз. Это достигается за счет создания дополнительных поперечных потоков электромагнитной энергии, синхронизирующих излучение различных частей электронного потока. Естественно, привлекателен анализ возможности применения двумерной РОС для реализации мощных лазеров на свободных электронах (ЛСЭ), запитываемых трубчатыми РЭП большого диаметра, о формировании которых сообщалось в [4].

2. Предположим, что электродинамическая система ЛСЭ с трубчатым РЭП представляет собой коаксиальный волновод со средним радиусом  $R$ , на боковые стенки которого на отрезке длины  $l$  нанесена двоякопериодическая гофрировка (см. рис. 1)

$$a = \frac{a_1}{2} \left( \cos(\bar{h}x - \bar{h}z) + \cos(\bar{h}x + \bar{h}z) \right), \quad (1)$$

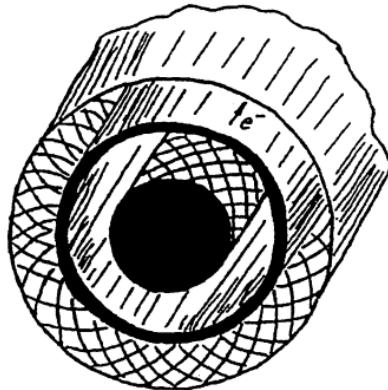


Рис. 1. Внутреннее сечение ЛСЭ с двумерной распределенной обратной связью и трубчатым РЭП (для наглядности расстояние между пластинами резонатора представлено в увеличенном масштабе).

где  $\bar{h} = \sqrt{2\pi}/d$ ,  $d$  — период гофрировки,  $x = R_\varphi$  — координата, отсчитываемая по периметру системы,  $\varphi \in [0, 2\pi]$  — азимутальный угол,  $a_1$  — глубина гофрировки. В предположении о малой кривизне волновода  $R \gg \lambda$ ,  $R \gg a_0$  ( $\lambda$  — длина волны излучения,  $a_0$  — расстояние между пластинами волновода) и малой глубине гофрировки  $\bar{h}a_1 \ll 1$  поле в рассматриваемой системе, образующей двумерный брэгговский резонатор, можно искать в виде четырех связанных парциальных волн:

$$E = r_0 \operatorname{Re} \left[ \left( A_+ e^{-i\bar{h}z} + A_- e^{+i\bar{h}z} + B_+ e^{-i\bar{h}x} + B_- e^{+i\bar{h}x} \right) e^{i\omega_0 t} \right]. \quad (2)$$

Две волны  $A_{\pm}$  распространяются в  $\pm z$ -направлении, а две другие  $B_{\pm}$  — в азимутальном направлении, синхронизуя излучение различных частей электронного потока. В (2) предполагается, что амплитуды волн — медленно меняющиеся функции продольной и азимутальной координат, а также времени,  $\omega_0 = \bar{h}c$  — несущая частота, в качестве которой выбрана частота точного брэгговского синхронизма. Для определенности считается, что в радиальном направлении структуры волны совпадают со структурой основной ТЕМ волны коаксиального волновода.

Допустим далее, что с электронным потоком резонансно взаимодействует волна  $A_+$ , распространяющаяся в попутном с частицами направлении (условие синхронизма имеет вид  $\omega_0 - \bar{h}v_{||} \simeq \Omega$ , где  $v_{||} = \beta_{||}c$  — поступательная скорость

электронов,  $\Omega$  — частота их колебаний в поле ондулятора и (или) однородном магнитном поле). Эта волна может усиливаться электронным потоком. Возбуждение рассматриваемой электродинамической системы трубчатым РЭП может быть описано с помощью следующей системы уравнений (ср. с [3]):

$$\left( \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) A_+ + \hat{\sigma} A_+ + i\alpha (B_+ + B_-) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0; \quad (3)$$

$$\left( -\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) A_- - \hat{\sigma} A_- + i\alpha (B_+ + B_-) = 0; \quad (4)$$

$$\left( \pm \frac{\partial}{\partial X} + \beta_{gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) B_\pm \pm \hat{\sigma} B_\pm + i\alpha (A_+ + A_-) = 0; \quad (5)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{||}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 \theta = \operatorname{Re}(A_+ e^{i\theta}) \quad (6)$$

с граничными условиями

$$A_+ \Big|_{Z=0} = 0, \quad A_- \Big|_{Z=L} = 0,$$

$$A_\pm(X+F, Z, \tau) = A_\pm(X, Z, \tau), \quad B_\pm(X+F, Z, \tau) = B_\pm(X, Z, \tau),$$

$$\theta \Big|_{Z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi], \quad \left( \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{||}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \theta \Big|_{Z=0} = -\Delta. \quad (7)$$

Здесь использованы безразмерные обозначения  $Z = \bar{h}zC$ ,  $X = \bar{h}x C$ ,  $\tau = \omega_0 t C$ ,  $\alpha = a_1/4a_0 C$  — коэффициент связи волн на гофрированной поверхности,  $\hat{\sigma} = \sigma/C$ ,  $\sigma$  — параметр омических потерь,  $v_{gr} = \beta_{gr} c$  — групповая скорость волн,

$$A_\pm, B_\pm = \frac{e\kappa\mu}{mc\omega_0\gamma_0 C^2} A_\pm, B_\pm, \quad \theta = \omega_0 t - \bar{h}z - \int \Omega dt$$

— фаза электрона относительно синхронной волны,  $\Delta = (\bar{h}v_{||} + \Omega - \omega_0)/C\omega_0$  — начальная расстройка синхронизма,  $C = (eI_0\lambda^2\kappa^2\mu/8\pi\gamma_0 mc^3 a_0)^{1/3}$  — параметр усиления,  $\kappa$  — коэффициент связи электронов с волной, пропорциональный осцилляторной скорости частиц,  $\mu$  — параметр инерционной группировки,  $I_0$  — погонный ток пучка,  $\gamma$  — релятивистский масс-фактор,  $L = \bar{h}LC$  — нормированная длина системы,  $F = 2\pi\bar{h}RC$  — нормированный периметр.

Условие цикличности (7) позволяет разложить поля в ряды Фурье

$$A_{\pm}(X, Z, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{\pm}^n(Z, \tau) e^{insX},$$

$$B_{\pm}(X, Z, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{\pm}^n(Z, \tau) e^{insX},$$

где  $s = 2\pi/F$ , и рассматривать каждую гармонику как моду, отличающуюся азимутальным индексом  $n$ .

Важной особенностью двумерного коаксиального брэгговского резонатора является то, что без учета омических или дифракционных\* потерь энергии для циркулирующих по азимуту волн  $B_{\pm}$ , в нем существуют незатухающие азимутально-симметричные решения (моды, соответствующие  $n = 0$ ), в то время как моды с азимутальным индексом  $n$ , отличным от нуля, имеют конечные потери (добротности). В результате при возбуждении такого резонатора электронным потоком происходит селективная дискриминация азимутально-несимметричных мод. Вместе с тем для установления стационарного режима генерации (см. рис. 2) принципиальное значение имеет наличие потерь для волн  $B_{\pm}$ .

Переходный процесс может быть разделен на две стадии. На первой, относительно короткой линейной, в течение нескольких проходов парциальных волн по резонатору формируется азимутально-симметричная мода с частотой, близкой к брэгговской частоте. На последующей нелинейной стадии, занимающей на несколько порядков больше времени, имеет место накопление энергии в резонаторе, завершающееся установлением либо стационарного (умеренные превышения над порогом), либо автомодуляционного (большие превышения) режимов генерации. Это утверждение иллюстрируется рис. 3, на котором показана зависимость от времени различных азимутальных гармоник в спектре амплитуды волны  $B_+$  в сечении  $Z = L$ . В начальный момент времени  $\tau = 0$  в качестве затравки было взято начальное возмущение поля, в спектре которого были в одинаковой

\* Дифракционные потери энергии, обусловленные постепенным дифракционным расплыванием волновых пучков  $B_{\pm}$  в  $\pm z$ -направлении, описываются дополнительными членами вида  $i/2 \partial^2 B_{\pm} / \partial Z^2$  в уравнении (5). Феноменологически они могут быть учтены как отличие в коэффициентах затухания в уравнениях (3)–(5), т.е. введением  $\sigma_{||}$  и  $\sigma_{\perp}$ . При этом эффективные дифракционные потери  $\hat{\sigma}_{\perp} = C\pi^2/2\alpha L^3$ .

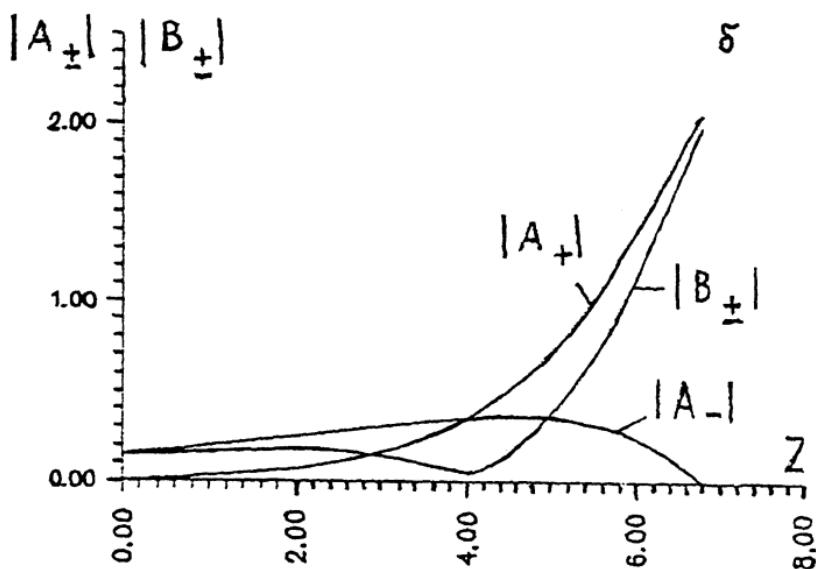
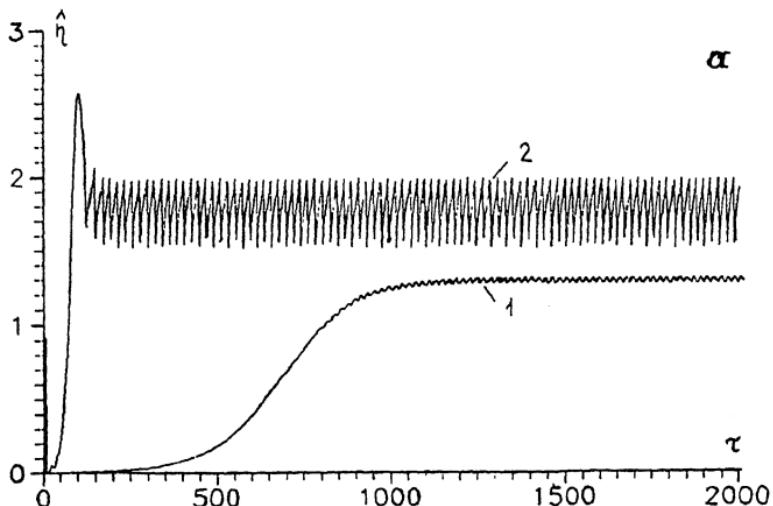


Рис. 2.

*a* — зависимость от времени интегрального КПД при установлении стационарного (кривая 1,  $L = 6.8$ ) и автомодуляционного (кривая 2,  $L = 8$ ) режима генерации:  $F = 12.8$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\delta = 0.095$ ,  $\Delta = -0.65$ ;

*б* — продольное распределение амплитуд парциальных волн в стационарном режиме.

степени представлены гармоники с номерами  $n \in [-2, 2]$ . При этом возмущения были заданы для волны  $A_+$ . На начальном этапе происходит трансформация этой волны в волны  $B_{\pm}$ , чем объясняется рост всех гармоник в спектре  $B_+$  на рис. 3, *a*. Однако затем амплитуды всех гармоник, за исключением основной  $n = 0$ , падают практически до нуля.

Как видно из сравнения рис. 3, *a* и 3, *б*, основную часть переходного процесса занимает вторая стадия (стадия нако-

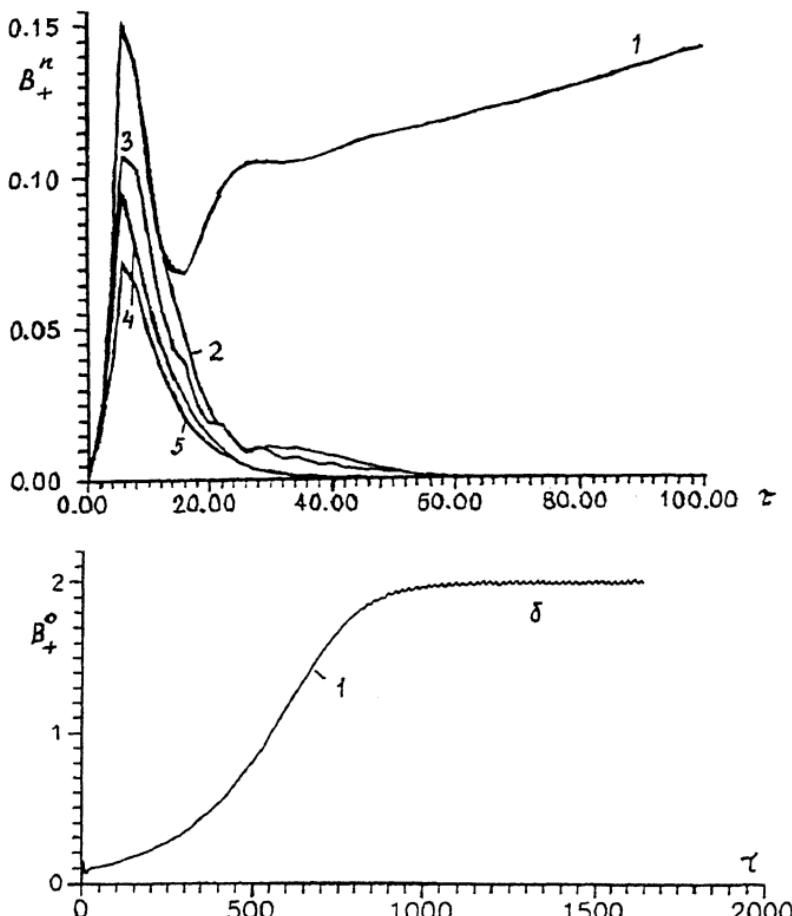


Рис. 3. Зависимость от времени амплитуд азимутальных гармоник в спектре парциальной волны  $B_+$ :

*a* — начальная стадия установления азимутально-симметричной структуры, *b* — стадия накопления энергии в резонаторе; 1 —  $n = 0$ , 2 —  $n = 1$ , 3 —  $n = -1$ , 4 —  $n = 2$ , 5 —  $n = -2$ ;  $L = 6.8$ ,  $F = 12.8$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\delta = 0.095$ ,  $\Delta = -0.65$ .

пления энергии), в которой распределение амплитуд волн азимутально-симметрично\*. По этой причине общее время установления в малой степени зависит от периметра системы  $F$ . Характеристики стационарного режима генерации при постоянном погонном токе пучка также не зависят от поперечных размеров системы.

Важно подчеркнуть, что установление стационарного режима генерации наблюдалось по крайней мере до значений нормализованного периметра  $F_{\max} \approx 30$ , что при параметре усиления  $C \cong 10^{-2}$  соответствует  $R/\lambda \cong 10^2$ . Это позволяет сделать вывод об эффективности использования

\* Заметим, что при таком распределении амплитуд парциальные волны  $B_{\pm}$  являются, согласно (2), бегущими вдоль азимутальной координаты, в то время как выходное излучение, представленное волнами  $A_{\pm}$ , обладает азимутальной симметрией.

двумерной распределенной обратной связи для получения пространственно-когерентного излучения трубчатых РЭП большого диаметра.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 94-02-04481-А) и Фонда Сороса (грант № R8B000).

### Список литературы

- [1] Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С. // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. В. 9. С. 23-28.
- [2] Ginzburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S. // Optics Commun. 1993. V. 96. N 1-2. P. 254-262.
- [3] Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. В. 18. С. 51-56.
- [4] Вастриков А.Н., Бугаев С.П., Киселев В.И., Кошелев В.И., Сухутин К.Н. // ЖТФ. 1988. Т. 58. В. 3. С. 483-488.

Институт прикладной физики  
Нижний Новгород

Поступило в Редакцию  
10 февраля 1994 г.