Письма в ЖТФ, том 20, вып. 19 12 октября 1994 г.

01;05.2;07
©1994

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА МЕЖДУ ЛИНЕЙНОЙ СРЕДОЙ И СРЕДОЙ ИЗ ДВУХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ

Л.С.Асланян, Ю.С.Чилингарян

1. Обсуждению поверхностных электромагнитных волн (ПЭВ), распространяющихся вдоль границы раздела двух сред, для одной (или двух) из которых диэлектрическая проницаемость зависит от интенсивности, посвящено много работ [1–4]. Учитывая большие значения интенсивности ПЭВ, достижимые из-за сильной локализации вблизи границы раздела, а также то что среды, в которых под действием света происходит реальное изменение заселенностей уровней, обладают большой нелинейностью, естественно описывать нелинейные свойства системы не только кубичной поляризуемостью, но и учитывать все более высокие порядки по интенсивности света, соответствующие эффекту насыщения. Впервые нелинейные ПЭВ в условиях насыщения нелинейности были исследованы в [5,6]. Однако в [5] рассматривалась нелинейность специального типа, в которой не учитывалась зависимость от интенсивности одной из составляющей диэлектрической проницаемости, а в [6] в практически важном случае изотропной среды задача была решена методом теории возмущений.

Целью настоящей работы является получение точного дисперсионного соотношения для ПЭВ, существующих на границе раздела между линейной средой и средой из двухуровневых атомов.

2. Пусть поверхностная волна распространяется вдоль границы двух сред, одна из которой является линейной с диэлектрической проницаемостью ε_1 (область $z < 0$) и нелинейной ($z > 0$). Наиболее простое феноменологическое выражение, часто используемое для рассмотрения эффектов насыщения, имеет следующий вид [7]:

$$\varepsilon = n_0^2 \left\{ 1 + i\frac{\alpha_0}{k} \left(1 + \frac{|\mathbf{E}|^2}{I_s} \right)^{-1} \left(\delta - i \right)^{-1} \right\}. \tag{1}$$

Здесь α_0 — невозмущенное поглощение, I_s — интенсивность насыщения, n_0 — показатель преломления, $k = \frac{\omega}{c} n_0$, а $\delta = (\omega - \omega_0)/\Gamma$ (Γ — ширина однородно уширенной линии). Для простоты рассмотрим случай, когда мнимой частью можно пренебречь. Тогда диэлектрическую проницаемость можно представить в виде

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\alpha}{1 + g(|\mathbf{E}|^2)}, \tag{2}$$

где $\varepsilon_0 = n_0^2$, $\alpha = \alpha_0 n_0^2 / k(1 + \delta^2)$, а $g(|\mathbf{E}|^2) = |\mathbf{E}|^2 / I_s$. Здесь мы рассмотрим p-поляризованные поверхностные волны, распространяющиеся по оси x, которая направлена вдоль границы раздела. Предположим зависимость волны от x координаты имеет вид $\sim e^{ik_x x}$, а от y зависимость отсутствует.* Предполагая также монохроматичность волны и переходя к безразмерным координатам, из уравнений Максвелла получим:

$$\frac{dH_y}{d\xi} = i\varepsilon E_x(\xi); \quad \eta H_y(\xi) = -\varepsilon E_z(\xi);$$

$$\frac{dE_x}{d\xi} - i\eta E_z = iH_y(\xi), \tag{3}$$

где $\xi = \frac{\omega}{c} z$, $\eta = \frac{c}{\omega} k_x$. Исключая E_x и E_z, приходим к одному нелинейному уравнению второго порядка:

$$\left(\frac{H_y'}{\varepsilon} \right)' = \left(\frac{\eta^2}{\varepsilon} - 1 \right) H_y; \tag{4}$$

---

* Для вывода дисперсионного соотношения мы здесь применим методику, предложенную в [8].

штрих означает дифференцирование по безразмерной координате ξ. Заметим, что диэлектрическая проницаемость нелинейной среды зависит от ξ только из-за зависимости от интенсивности:

$$|\mathbf{E}|^2 = |E_x|^2 + |E_z|^2 = |\frac{\eta H_y}{\varepsilon}|^2 + |\frac{H_y'}{\varepsilon}|^2. \qquad (5)$$

Пусть $I(\varepsilon - \varepsilon_0) = |\mathbf{E}|^2$ — обратная функция $\varepsilon(|\mathbf{E}|^2)$. Воспользовавшись выражением (2) для обратной функции найдем:

$$I(\varepsilon - \varepsilon_0) = \frac{\alpha - (\varepsilon - \varepsilon_0)}{\varepsilon - \varepsilon_0} I_s. \qquad (6)$$

Как следует из (6) в линейном пределе

$$\lim_{|\mathbf{E}| \to 0} I(\varepsilon - \varepsilon_0) = I(\alpha) = 0.$$

Нетрудно убедиться, что в средах без потерь H_y определена с точностью до постоянного фазового множителя. Поэтому без потери общности можем считать H_y действительной и неотрицательной величиной. Тогда из (5) имеем:

$$\left(\frac{H'}{\varepsilon}\right)^2 = I(\varepsilon - \varepsilon_0) - \eta^2 \left(\frac{H}{\varepsilon}\right)^2. \qquad (7)$$

Дифференцируя (7) и воспользовавшись (4), получим:

$$\left(\left(\frac{2\eta^2 - \varepsilon}{\varepsilon}\right) H^2\right)' = \varepsilon I'(\varepsilon - \varepsilon_0); \qquad (8)$$

после интегрирования по частям находим:

$$H^2 = \frac{\varepsilon}{2\eta^2 - \varepsilon} \left\{\varepsilon I(\varepsilon - \varepsilon_0) - J(\varepsilon - \varepsilon_0)\right\}, \qquad (9)$$

где для сокращения записи введено обозначение

$$J(\varepsilon - \varepsilon_0) = \int_{\alpha}^{\varepsilon - \varepsilon_0} I(x) dx.$$

Подставляя (6) и интегрируя, получаем:

$$J(\varepsilon - \varepsilon_0) = \alpha I_s \left\{\frac{g(|(\mathbf{E})|^2)}{1 + g(|\mathbf{E}|^2)} - \ln\left[1 + g(|\mathbf{E}|^2)\right]\right\}. \qquad (10)$$

Постоянная интегрирования принимается равной нулю, так как на бесконечности $H = H' = 0$ (это соответствует условию затухания волны), следовательно $I = 0$. После несложных преобразований (9) можно представить в следующем виде:

$$H^2 = \frac{\varepsilon I_s}{2\eta^2 - \varepsilon} \left\{ \varepsilon_0 g(|\mathbf{E}|^2) + \alpha \ln\left[1 + g(|\mathbf{E}|^2)\right] \right\}. \tag{11}$$

Для получения дисперсионного соотношения воспользуемся граничными условиями:

$$[H] = 0, \qquad \left[\frac{H'}{\varepsilon}\right] = 0. \tag{12}$$

Для конкретности рассмотрим случай, когда область $z < < 0$ занимает диэлектрик с $\varepsilon = \varepsilon_1 = \mathrm{const}$. Тогда волновое уравнение в области $z < 0$ имеет следующий вид:

$$H'' = \left(\eta^2 - \varepsilon_1\right) H. \tag{13}$$

Его решение хорошо известно [9]

$$H(\xi) = H(0) \exp(k_1 \xi), \tag{14}$$

где $k_1^2 = \eta^2 - \varepsilon_1$, что соответствует локализованной моде. Воспользовавшись (11) и (14) из граничных условий (12) получим

$$\frac{H^2(0) k_1^2}{\varepsilon_1} = I\left[\varepsilon(0) - \varepsilon_0\right] - \eta^2 \left[\frac{H^2(0)}{\varepsilon(0)}\right]^2, \tag{15}$$

которую после несложных преобразований представим в виде:

$$\eta^2 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon^2(0) \left[\varepsilon_0 - \varepsilon_1 + \frac{\alpha}{g_0} \ln(1 + g_0)\right]}{\left[\varepsilon_0 + \frac{\alpha}{g_0} \ln(1 + g_0)\right] \left[\varepsilon^2(0) + \varepsilon_1^2\right] - 2\varepsilon_1^2 \varepsilon(0)}, \tag{16}$$

где $g_0 = |\mathbf{E}(0)|^2 / I_s$, а $\varepsilon(0) = \varepsilon_0 + \frac{\alpha}{1+g_0}$

3. Это и является искомым дисперсионным соотношением ПЭВ, существующих на границе линейной среды и среды из двухуровневых атомов.

Следует отметить, что полученное дисперсионное соотношение (16) является точным. Разлагая знаменатель в ряд по малому параметру α, приходим к следующему виду дисперсионного соотношения

$$\eta^2 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0}{\varepsilon_1 + \varepsilon_0} \left[1 + \frac{\alpha \varepsilon_1}{\varepsilon_0 (\varepsilon_0 + \varepsilon_1)} \frac{\ln(1 + g_0)}{g_0}\right], \tag{17}$$

которое полностью согласуется с результатом, полученным по теории возмущений [6].

Чтобы найти профиль волны во второй среде следует воспользоваться соотношением (7), которое перепишем в виде

$$(H')^2 = \varepsilon^2 I(\varepsilon - \varepsilon_0) - \eta^2 H^2. \tag{18}$$

Решение этого уравнения в общем виде можно представить следующим образом:

$$\xi = \operatorname{sgn}(H') \int\limits_{H(0)}^{H} dH/\sqrt{\varepsilon^2 I(\varepsilon - \varepsilon_0) - \eta^2 H^2} =$$

$$= \operatorname{sgn}(\varepsilon') \int\limits_{\varepsilon(0)}^{\varepsilon} d\varepsilon/\sqrt{-2V(\varepsilon)}. \tag{19}$$

Здесь $H(0)$ и $\varepsilon(0)$ величины магнитного поля и диэлектрической проницаемости соответственно на границе раздела, а

$$V(\varepsilon) = -\frac{1}{2}\left(\frac{dH}{d\varepsilon}\right)^{-2}\left\{\varepsilon^2 I(\varepsilon - \varepsilon_0) - \eta^2 H^2\right\}.$$

Заметим, однако, что для нахождения дисперсионного соотношения (16) нелинейных ПЭВ вычисления интеграла (19) в квадратурах не требуется. Авторы признательны В.Б. Пахалову за полезное обсуждение работы.

Список литературы

[1] *Агранович В.М., Бабиченко В.С., Черняк В.Я.* // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 532.
[2] *Agranovich V.M., Chernyak V.Ya.* // Sol. St. Comm. 1982. V. 44. P. 1309.
[3] *Ricard D.* // Ann. Phys. (Fr). 1983. V. 8. N 3. P. 273.
[4] *Snyder A.B., Tran H.T.* // Opt. Comm. 1993. V. 98. P. 309.
[5] *Хаджи П.И., Киселева Е.С.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. В. 2. С. 395–397.
[6] *Бордо В.Г.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 13. С. 1169–1172.
[7] *Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В.* Обращение волнового фронта. М., 1985.
[8] *Leung K.M.* // Phys. Rev. 1985. V. B32. N 8. P. 5093.
[9] *Агранович В.М., Гинзбург В.Л.* Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии. М.: Наука, 1977.

Ереванский государственный университет

Поступило в Редакцию 20 мая 1994 г.