01;02;03

О ВЛИЯНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ В ТЕОРИИ ТЕРМОФОРЕЗА УМЕРЕННО КРУПНЫХ НЕЛЕТУЧИХ СФЕРИЧЕСКИХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ

Р.А.Сафиуллин, Ю.И.Яламов

Известно, что в неоднородной по температуре газовой среде аэрозольная частица испытывает действие термофоретической силы. В работах [1–3] рассматривался термофорез нелетучей умеренно крупной сферической частицы в разреженном газе. Гидродинамическим методом были получены выражения для термофоретической скорости частицы. При этом пренебрегали инерционными членами уравнений Навье–Стокса.

В настоящей работе рассматривается теория термофореза умеренной крупной нелетучей сферической аэрозольной частицы с учетом главных инерционных членов в уравнении гидродинамики Навье–Стокса.

Рассмотрим сферическую аэрозольную частицу с радиусом R, обтекаемую неоднородным по температутре T_e потоком газа. Частица взвешена в умеренно разреженном однокомпонентном газе. Предположим, что R удовлетворяет условию $0.01 < \lambda/R \leqslant 0.3$, где $\lambda/R = \mathrm{Kn}$ — число Кнудсена, λ — средняя длина свободного пробега газовых молекул. Скорость газа $\mathbf{U}$ и градиент температуры ∇T_e на большом расстоянии от частицы постоянны. Поместим начало сферической системы координат r, Θ, Φ в центре частицы, полярную ось $\theta = 0$ направим вдоль векторов $\mathbf{U}$ и ∇T_e. При таком выборе положения начала координат удобно частицу считать покоящейся, а центр тяжести внешней среды — движущимся относительно частицы при $r \to \infty$ со скоростью $\mathbf{U} = -\mathbf{U}_T$.

Распределение скоростей, давлений и температуры во внешней среде описываются стационарными уравнениями Навье–Стокса и теплопроводности [1].

Используем граничные условия на поверхности частицы (при $r = R$) с учетом всех эффектов, линейных по числу Кнудсена [2,3]:

$$V_r^{(e)} = C_v \frac{\lambda}{R} \frac{\nu_e}{RT_e} \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial T_e}{\partial\theta} \right), \tag{1}$$

$$V_\theta^{(e)} = K_{TS}^{(0)}\left[1+\frac{\lambda}{R}\beta'_R+\frac{\lambda}{R}\sigma_T\beta_R\right]\frac{\nu_e}{R}\frac{\partial \ln T_e}{\partial\theta} -$$

$$- K_{TS}^{(0)}\frac{\lambda}{R}\beta_B\frac{\nu_e}{2T_e}T_{r\theta}+C_m\frac{\lambda}{R}\Pi_{r\theta}, \tag{2}$$

$$T_e - T_i = C_T\lambda\frac{\partial T_e}{\partial r}, \tag{3}$$

$$-\varkappa_e\frac{\partial T_e}{\partial r}+\varkappa_i\frac{\partial T_i}{\partial r} = -C_q\frac{\lambda}{R}\frac{\varkappa_e}{r}\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial T_e}{\partial\theta}\right), \tag{4}$$

где

$$\sigma_T = \left(\frac{\partial^2 \ln T_e}{\partial r\partial\theta}\right)\left[\frac{\partial \ln T_e}{R\partial\theta}\right]^{-1}, \quad T_{r\theta} = R\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial T_e}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial^2 T_e}{\partial\partial\theta^2}\right],$$

$$\Pi_{r\theta} = R\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_\theta^{(e)}}{r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial V_r^{(e)}}{\partial\theta}\right].$$

На большом расстоянии от частицы (при $r\to\infty$) имеем следующие граничные условия:

$$V_r^{(e)} = |\mathbf{U}|\cos\theta, \tag{5}$$

$$V_\theta^{(e)} = -|\mathbf{U}|\sin\theta, \tag{6}$$

$$T_e = T_{oe} + |(\nabla T_e)_\infty| r\cos\theta, \tag{7}$$

где $\nu_e = \eta_e/\rho_e$ — коэффициент кинематической вязкости газа; r, θ — полярные координаты; $V_r^{(e)}$, $V_\theta^{(e)}$ — компоненты вектора скорости в сферической системе координат; C_m, C_T, $\varkappa$ — коэффициенты изотермического скольжения, скачка температуры и теплопроводности; T_{oe} — температура газа вдали от частицы; C_q и C_v — коэффициенты потоков тепла и массы, растекающихся в слое Кнудсена [2,3]; β_R, β'_R — поправки на кривизну поверхности к $K_{TS}^{(0)}$ первого порядка по λ/R; β_B — коэффициент барнеттовского скольжения. Индексы e, i принадлежат величинам, храктеризующим внешнюю среду и частицу.

В работе [2] приведены выражения для газокинетических коэффициентов $K_{TS}^{(0)}$, β_R, β'_R, β_B, C_T, C_m, C_v, C_q, которые находятся в процессе решения уравнения Больцмана в слое Кнудсена.

При решении системы уравнений гидродинамики будем считать числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} = UR/\nu_e$) достаточно малыми, чтобы можно было применить метод Озеена. Выражения для давления и скоростей с учетом граничных условий (5) и (6) можно найти в [4]. Решения уравнения стационарной теплопроводности с учетом граничных условий (3),(4) и (7) приведены в работе [1].

Величина равнодействующей всех сил $\mathbf{F}$, приложенных к элементам сферической поверхности, определяется интегрированием компонент тензора вязких напряжений P_{rr} и $P_{r\theta}$ и равна сумме вязкой $\mathbf{F}_B$ и термофоретической силы $\mathbf{F}_T$. Аналитический вид компонент тензора вязких напряжений P_{rr} и $P_{r\theta}$ в сферических координатах можно найти в [4]. С учетом (1) и (2) найдем выражения для $\mathbf{F}_T$ и $\mathbf{F}_B$:

$$\mathbf{F}_B = 6\pi\eta_e \mathbf{U} R \frac{1+2C_m\frac{\lambda}{R}}{1+3C_m\frac{\lambda}{R}}\left(1+\frac{3}{8}\mathrm{Re}\frac{1+2C_m\frac{\lambda}{R}}{1+3C_m\frac{\lambda}{R}}\right), \tag{8}$$

$$\mathbf{F}_T = 4\pi\eta_e \alpha R \frac{1+6C_m\frac{\lambda}{R}}{1+3C_m\frac{\lambda}{R}}\left(1+\frac{3}{8}\mathrm{Re}\frac{1+2C_m\frac{\lambda}{R}}{1+3C_m\frac{\lambda}{R}}\right) -$$

$$-12\pi\eta_e\beta R \frac{1}{1+3C_m\frac{\lambda}{R}}\left(1+\frac{3}{8}\mathrm{Re}\frac{1+2C_m\frac{\lambda}{R}}{1+3C_m\frac{\lambda}{R}}\right), \tag{9}$$

где

$$\alpha = 3C_v \mathrm{Kn}\, \nu_e \nabla \ln T_e \frac{\left(\frac{\varkappa_e}{\varkappa_i} + C_T\frac{\lambda}{R}\right)}{M}, \tag{10}$$

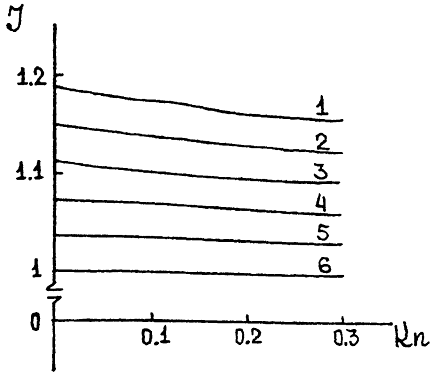
$$\beta = K_{TS}^{(0)} \nu_e \nabla \ln T_e \times$$

$$\times\left[\left(1+\beta'_R\frac{\lambda}{R}+\beta_R\frac{\lambda}{R}\sigma_T\right)\frac{\left(\frac{\varkappa_e}{\varkappa_i} + C_T\frac{\lambda}{R}\right)}{M} + \beta_B\frac{\lambda}{R}\frac{N}{M}\right], \tag{11}$$

$$N = \left[1 - \frac{\varkappa_e}{\varkappa_i} - C_T\frac{\lambda}{R} - C_q\frac{\lambda}{R}\frac{\varkappa_e}{\varkappa_i}\right],$$

$$M = \left[1 - \frac{\varkappa_e}{\varkappa_i} - C_T\frac{\lambda}{R} - C_q\frac{\lambda}{R}\frac{\varkappa_e}{\varkappa_i}\right]. \tag{12}$$

При $\mathbf{F} = 0$ можно получить выражение для $\mathbf{U}_T$. Тогда для скорости термофореза с точностью до линейных по числу Kn членов получим выражение:



Зависимость величины J от числа Kn при различных числах Re. *1* — Re = 0.5, *2* — 0.4, *3* — 0.3, *4* — 0.2, *5* — 0.1, *6* — 0.

$$\mathbf{U}_T = -2K_{TS}^{(0)}\nu_e \nabla \ln T_e \times$$

$$\times \left\{ \frac{\varkappa_e}{\varkappa_i} + \frac{\lambda}{R} \left[C_T + \beta_R + \beta_B + \frac{\varkappa_e}{\varkappa_i} \left(\beta_R' - \beta_B - \frac{C_v}{K_{TS}^{(0)}} \right) \right] \right\} \times$$

$$\times \left\{ \left(1 + 3C_m \frac{\lambda}{R} \right) \left(1 + 2\frac{\varkappa_e}{\varkappa_i} + 2C_T \frac{\lambda}{R} - 2C_q \frac{\lambda}{R} \frac{\varkappa_e}{\varkappa_i} \right) \right\}^{-1}. \quad (13)$$

Скорость термофореза такой частицы остается нечувствительной к учету инерционного члена в уравнениях гидродинамики (см. [1,2]) в рамках подхода, разработанного Озееном [1–4].

Учет инерционного члена в уравнениях гидродинамики приводит к появлению дополнительного (по сравнению с задачей Стокса) множителя $[1+3/8\mathrm{Re}(1+2C_m\mathrm{Kn})/(1+3C_m\mathrm{Kn})]$ в выражениях для термофоретической силы (9) и силы вязкого сопротивления (8).

Были проведены численные расчеты отношения термофоретической силы с учетом инерционных сил (9) к силе термофореза без учета этих сил ($J = \mathbf{F}_T^{(\mathrm{Re})}/\mathbf{F}_T$) от числа Kn в интервале значений $0 \leqslant \mathrm{Kn} \leqslant 0.3$. На рисунке представлены графики зависимости J от Kn при различных числах Рейнольдса (Re). Из графиков видно, что с увеличением влияния инерционных сил ($0 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 0.5$) термофоретическая сила увеличивается до 18% от основного эффекта.

Список литературы

[1] *Яламов Ю.И., Галоян В.С.* Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван, 1985. 208 с.
[2] *Маясов Е.Г., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. С. 498–502.
[3] *Поддоскин А.В., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. В. 11. С. 2253–2261.
[4] *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидродинамика. М., 1948. 612 с.

Московский педагогический университет

Поступило в Редакцию 11 июля 1994 г.