Письма в ЖТФ, том 20, вып. 19 12 октября 1994 г.

07;07

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ЦВЕТНЫХ ГРУПП ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТРИЦ ПАРАМЕТРОВ СИММЕТРИЧНЫХ УСТРОЙСТВ С (БИ)ГИРОТРОПНЫМИ СРЕДАМИ

В.А.Дмитриев

Невзаимные и управляющие линейные устройства с (би)гиротропными средами широко применяются в сверхвысокочастотном и оптическом диапазонах, среди них вентили, циркуляторы, фазовращатели, управляемые направленные ответвители, невзаимные делители/сумматоры и т. д. [1]. В таких приборах используются разнообразные физические эффекты в различных волноводах и волноводных сочленениях с ферритами и намагниченными полупроводниками. В [2] рассмотрена электродинамическая теория симметрии в (би)гиротропных средах. В статье [3] разработан метод, позволяющий исследовать матрицы параметров рассеяния $[S]$, сопротивлений $[Z]$, проводимостей $[Y]$ симметричных устройств с использованием понятий гиротропной симметрии и гиротропной антисимметрии. В данной работе для анализа таких устройств предлагается использовать теорию цветных групп Шубникова [4].

Проблема анализа и синтеза устройств с использованием свойств симметрии в случае (би)гиротропных сред является более сложной, чем устройств с изотропными средами. При наличии (би)гиротропной среды прибор необходимо рассматривать как физический объект, который имеет определенную пространственную симметрию и симметрию поля подмагничивания $\mathbf{H}_0$. Симметрия магнитного поля может быть достаточно сложной, при этом в операциях симметричных преобразований нужно учитывать, что вектор $\mathbf{H}_0$ является аксиальным.

В устройствах с (би)гиротропными средами наряду с обычными операциями пространственной симметрии (вращение, отражение, инверсия) часто бывает необходимо рассматривать изменение направления магнитного поля на противоположное, которое происходит в результате изменения направления тока. Изменение направления тока, в свою очередь, является результатом инверсии (изменения знака) времени. Группы симметрии, которые наряду с обычными операциями содержат операцию инверсии времени, называются магнитными группами. Эти группы являются частным случаем цветных групп Шубникова.

При определении магнитной группы симметрии устройства используется принцип симметрии Кюри, в соответствии с которым в результирующей группе симметрии системы: геометрия устройства + магнитное поле остаются лишь те элементы, которые являются общими для всей системы. После нахождения магнитной группы симметрии определяются генераторы (образователи) $[R]$ группы, соответствующие геометрической симметрии и модовому составу подводящих волноводов. Далее в зависимости от принадлежности генератора к элементу симметрии или антисимметрии используется условие коммутации матрицы параметров и генератора для случая гиротропной симметрии или гиротропной антисимметрии соответственно [3].

Принадлежность генератора к элементу симметрии или антисимметрии определяется следующим образом. Пусть параметры среды преобразуются в соответствии с уравнением

$$\overline{\overline{\Gamma}}\,\overline{\overline{C}}'(\mathbf{r}') = \overline{\overline{C}}(\mathbf{r})\,\overline{\overline{\Gamma}},$$

где $\overline{\overline{\Gamma}}$ — оператор с размерностью 6×6 [2]:

$$\overline{\overline{\Gamma}} = \begin{vmatrix} \overline{\overline{\gamma}} & 0 \\ 0 & (\det \overline{\overline{\gamma}})\,\overline{\overline{\gamma}} \end{vmatrix}, \tag{1}$$

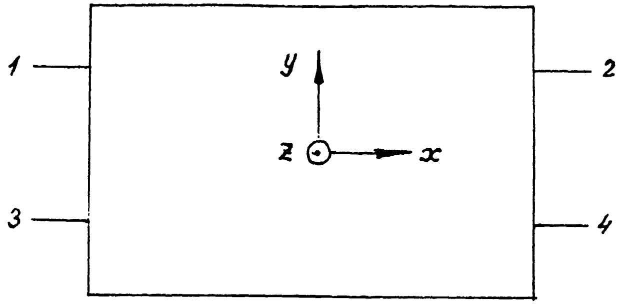
$\overline{\overline{\gamma}}$ — оператор симметрии в пространственном преобразовании $\mathbf{r}' = \overline{\overline{\gamma}}\,\mathbf{r}$, $\overline{\overline{C}}$ — матрица параметров среды:

$$\overline{\overline{C}} = \begin{vmatrix} -i\omega\,\overline{\overline{\varepsilon}} + \overline{\overline{\sigma}} & -i\omega\,\overline{\overline{\xi}} + \overline{\overline{\tau}} \\ -i\omega\,\overline{\overline{\zeta}} & -i\omega\,\overline{\overline{\mu}} \end{vmatrix},$$

$\overline{\overline{\varepsilon}}$, $\overline{\overline{\mu}}$, $\overline{\overline{\zeta}}$, $\overline{\overline{\xi}}$ — тензоры электрической и магнитной проницаемостей и оптические тензоры; $\overline{\overline{\sigma}}$ и $\overline{\overline{\tau}}$ — тензоры, определяющие закон Ома $\mathbf{j} = \overline{\overline{\sigma}}\,\mathbf{E} + \overline{\overline{\tau}}\,\mathbf{H}$. Это соответствует случаю гиротропной симметрии, уравнения Максвелла при симметричных преобразованиях остаются инвариантными и действительно тождество

$$[R][M] \equiv [M][R],$$

где $[M]$ — любая из матриц $[S]$, $[Z]$, $[Y]$.



Четырехплечное устройство с двумя плоскостями симметрии $x = 0$, $y = 0$.

Если параметры среды при симметричном преобразовании связаны соотношением

$$\bar{\bar{\Gamma}}\,\bar{\bar{C}}'(\mathbf{r}') = \bar{\bar{C}}^T(\mathbf{r})\,\bar{\bar{\Gamma}},$$

где индекс T означает транспонирование, а в операторе в выражении (1) перед $(\det \bar{\bar{\gamma}})$ стоит знак минус, уравнения Максвелла переходят в сопряженные и справедливо тождество

$$[R][M] \equiv [M]^T[R].$$

Это соответствует случаю гиротропной антисимметрии.

Рассмотрим простой пример применения предлагаемой теории к четырехплечному ферритовому устройству (восьмиполюснику). Геометрическая структура (рис. 1) без поля подмагничивания в обозначениях Шенфлиса [5] имеет симметрию C_{2v} с элементами E, σ_x, σ_y, C_2. Если однородное поле подмагничивания направлено вдоль оси Z, его элементами симметрии являются E, C_z^∞, $T\sigma_v^\infty$, TC_2^∞, σ_z, i, где символ ∞ означает непрерывную группу. Результирующей магнитной группой симметрии системы является $C_{2v}(C_2)$ (см. таблицу).

Генераторами в этом случае могут быть выбраны, например, матрицы

$$[R]_{\sigma_x} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \qquad [R]_{\sigma_y} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Симметрия магнитного поля и ферритового четырехплечного устройства при двух направлениях $\mathbf{H}_0$.

Объект	Элементы симметрии						
$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_z$							
Магнитное поле	E	C_z^∞	$T\sigma_v^\infty$		TC_2^∞	σ_z	i
Геометрическая структура	E	C_2	σ_x	σ_y			
Результирующая система	E	C_2	$T\sigma_x$	$T\sigma_y$			
$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_x$							
Магнитное поле	E	C_x^∞	$T\sigma_v^\infty$		TC_2^∞	σ_x	i
Геометрическая структура	E		σ_y		C_2	σ_x	
Результирующая система	E		$T\sigma_y$		TC_2	σ_x	

Использование тождеств

$$[R]_{\sigma_x}[S] \equiv [S]^T[R]_{\sigma_x}, \quad [R]_{\sigma_y}[S] \equiv [S]^T[R]_{\sigma_y}$$

приводит к следующему виду матрицы рассеяния:

$$[S] = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{11} & S_{14} & S_{24} \\ S_{24} & S_{14} & S_{11} & S_{21} \\ S_{14} & S_{13} & S_{12} & S_{11} \end{vmatrix}.$$

При поле подмагничивания, направленном вдоль оси X, элементы симметрии магнитного поля, геометрической структуры и всей системы приведены в таблице. В данном случае магнитная группа симметрии $C_{2v}(C_s)$ и для нахождения матрицы $[S]$ можно использовать соотношения

$$[R]_{\sigma_x}[S] \equiv [S]^T[R]_{\sigma_x}, \quad [R]_{\sigma_y}[S] \equiv [S][R]_{\sigma_y}.$$

Полученная матрица рассеяния имеет вид

$$[S] = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{11} & S_{14} & S_{13} \\ S_{31} & S_{32} & S_{11} & S_{12} \\ S_{32} & S_{31} & S_{12} & S_{11} \end{vmatrix}.$$

Аналогично можно рассматривать устройства и с более сложной симметрией магнитного поля.

Преложенный метод является универсальным и годится для широкого класса устройств с (би)гиротропными средами с любыми видами точечной симметрии. Единственное ограничение, накладываемое на устройство — линейность заполняющей его среды.

Список литературы

[1] *Абрамов А.П., Дмитриев В.А., Шелухин С.А.* Невзаимные устройства на ферритовых резонаторах. М.: Радио и связь, 1989. 200 с.

[2] *Suchy K., Altman C., Schatzberg A.* // Radio sci. 1985. V. 20. N 2. P. 149–160.

[3] *Дмитриев В.А.* // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39. N 3. С. 370–379.

[4] *Шубников А.В., Копцик В.А.* Симметрия в науке и искусстве. М.: Наука, 1972. 338 с.

[5] *Wc Weeny R., Symmetry.* An Introduction to Group Theory and its Applications. N. Y.: Pergamon Press, 1963. 248 p.

Поступило в Редакцию
28 июля 1994 г.