

01;12
©1994

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕДЛЕННЫХ И НЕПОДВИЖНЫХ СОЛИТОНОВ В ЦЕПОЧКЕ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

А.В.Ведерко, В.Ф.Марченко, А.П.Сухоруков

Известно [1-5], что в кубично-нелинейной неоднородной среде возможно формирование локализованных в пространстве возмущений, осциллирующих с частотой, близкой к граничной частоте полосы прозрачности. Форма таких возмущений имеет характерный вид солитона огибающей, в то время как скорость их распространения мала или равна нулю. Теоретически медленные и нераспространяющиеся солитоны рассматривались в средах различной физической природы: в периодически неоднородном нелинейном диэлектрике [1,2], волноводе для волн на поверхности жидкости [3], ангармонической атомной решетке [4,5]. Данная работа посвящена экспериментальному исследованию таких солитонов в радиофизической модели — цепочке связанных нелинейных резонансных контуров.

В качестве достаточно общей модели рассмотрим цепочку одинаковых, связанных магнитной связью нелинейных резонансных контуров без потерь. Предположим, что связь слабая, т.е. коэффициент связи $\kappa = M/L \ll 1$ (L — индуктивность контура, M — коэффициент взаимоиנדукции), а напряжение U_n на емкости нелинейно зависит от ее заряда — $U_n = \frac{q_n}{C_0}(1 - \gamma q_n^2)$, $\gamma \ll 1$. Тогда баланс напряжений в n -м контуре записывается в виде

$$\frac{\partial^2 q_n}{\partial t^2} + \kappa \frac{\partial^2}{\partial t^2} (q_{n-1} + q_{n+1}) + \omega_0^2 q_n (1 - \gamma q_n^2) = 0, \quad \omega_0 = (LC_0)^{-1/2}. \quad (1)$$

Линейная дисперсия такой системы описывается уравнением

$$\cos(\beta) = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\kappa\omega^2} \quad (2)$$

(β — набег фазы на ячейку), из которого следуют выражения для нижней и верхней граничных частот полосы прозрачности — $\omega_b = \omega_0/\sqrt{1+2\kappa}$, $\omega_t = \omega_0/\sqrt{1-2\kappa}$ соответственно.

Представляя решение (1) в виде волнового пакета $q_n = A_n(t) \exp[i(\omega t - \beta n)]$ с несущей частотой $\omega < \omega_b$, для амплитуды $A_n(t)$ получаем уравнение

$$i \frac{\partial}{\partial \tau} \left(A_n + \kappa (A_{n-1} + A_{n+1}) \right) + \frac{\kappa}{2} (A_{n-1} + A_{n+1}) + \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega^2} A_n - \frac{3}{8} \gamma \frac{\omega_0^2}{\omega^2} |A_n|^2 A_n = 0, \quad (3)$$

которое в пределе непрерывной среды, $|A_{n\pm 1} - A_n| \ll |A_n|$, переходит в уравнение типа НУШ [4]:

$$i \frac{\partial A}{\partial \tau} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial \zeta^2} + \Delta_b A - \chi_b |A|^2 A = 0, \quad (4)$$

где

$$\tau = \omega t, \quad \zeta = \left((1+2\kappa)/\kappa \right)^{1/2} n, \quad \Delta_b = \frac{\omega^2 - \omega_H^2}{2\omega^2}, \quad \chi_b = \frac{3}{8} \gamma \frac{\omega_H^2}{\omega^2}.$$

Выпишем стационарные решения уравнения (5) в виде неподвижного солитона

$$A = \sqrt{2} a \operatorname{sech} \left(\sqrt{2\chi_b a_0^2} (\zeta - \zeta_0) \right), \quad \Delta_b - \chi_b a_0^2 = 0, \quad a = a_0 \quad (5)$$

и медленно перемещающегося "бризера"

$$A = \sqrt{2} a \operatorname{sech} \left(\sqrt{2\chi_b a_0^2} (\zeta - w\tau) \right) \exp(ik\zeta),$$

$$\Delta_b - \chi_b a_0^2 + w^2/2 = 0, \quad k = w, \quad a = a_0. \quad (6)$$

Отметим, что скорость такого "бризера" w зависит как от частоты, так и от амплитуды возбуждения.

С физической точки зрения существование медленных и неподвижных солитонов обусловлено своеобразным эффектом нелинейного туннелирования [6]. Действительно, как следует из (5), смещенная за счет нелинейности критическая частота равна $\bar{\omega}_b^2 = \omega_b^2(1 - \chi_b a^2)$. Следовательно, часть возмущения с $|A| > a_0$ попадает в полосу прозрачности системы, а "хвосты" с $|A| < a_0$ остаются в полосе непрозрачности, испытывая реактивное затухание. Дисперсия системы $\beta = \beta(\omega)$ вблизи ω_b определяет пространственный размер таких солитонов.

В ходе численного эксперимента, проведенного для замкнутой в кольцо дискретной системы из 200 элементов на

$$|A_n| / \sqrt{2}a_0$$

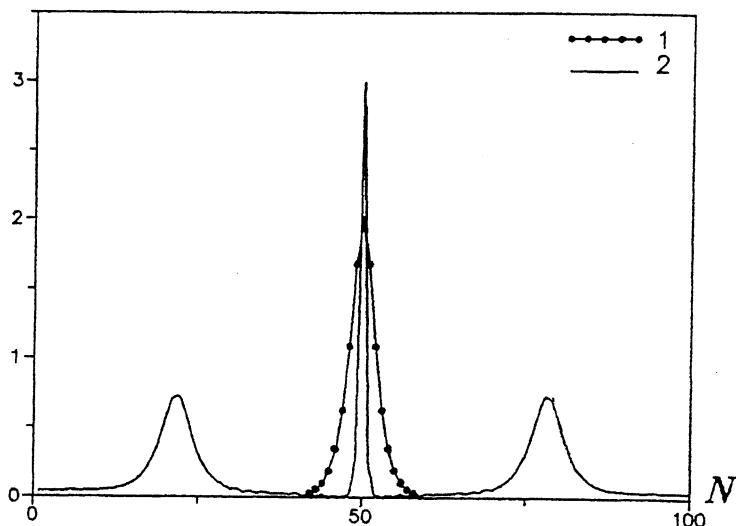


Рис. 1. Эволюция солитонного возмущения (5) с $a > 2a_{cr}$. Профиль возмущения показан при $\tau = 0$ (1) и при $\tau = 200$ (2). Значение параметра $a_0 = 2$.

основе системы уравнений (3), исследовался процесс формирования и распада медленных и неподвижных солитонов. Заданное в начальный момент времени $\tau = 0$ возмущение в виде неподвижного (5) или медленного (6) солитонов с $a = a_0$ сохраняет свою форму неизменной вплоть до $\tau = 4000$. Амплитуда возмущения (5), (6) с $a < a_{cr} = a_0/\sqrt{3}$ при $\tau = 0$ убывает и через $\tau \approx 200$ периодов движение системы становится хаотическим. С другой стороны, заданный при $\tau = 0$ неподвижный солитон с $a > 2a_{cr}$ за время $\tau = 100$ распадается на три невзаимодействующих импульса — два медленных солитона вида (6) и узкий неподвижный пик, амплитуда которого в 3 раза превышает амплитуду первоначального возмущения (рис. 1). Формирование сильно локализованных возмущений, представляющих собой изолированное от остальной части системы колебание 2–3 ячеек характерно для дискретной модели. Это обусловлено уменьшением связи между ячейками вследствие сильной нелинейной отстройки парциальных частот резонаторов.

Экспериментальные исследования проводились в линии, содержащей $N = 30$ одинаковых резонансных контуров, катушки которых были размещены вплотную друг к другу вдоль общей направляющей, что обеспечило коэффициент связи $\kappa = 0.08$. Резонансная частота отдельного контура —

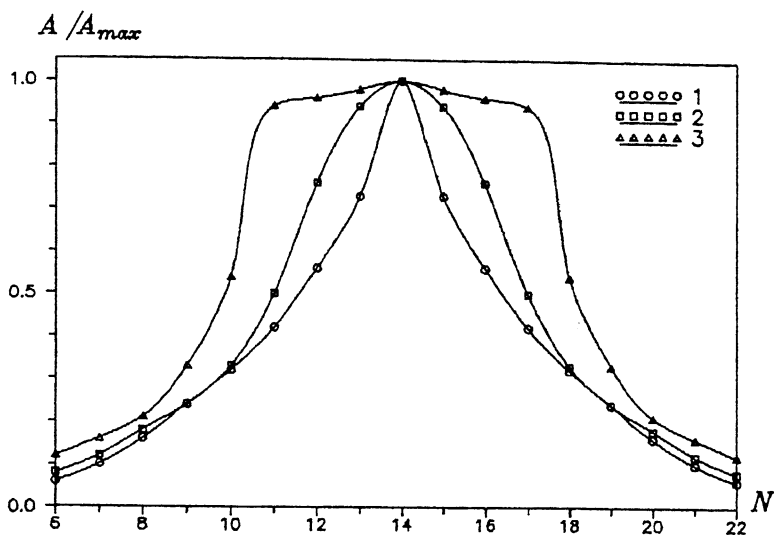


Рис. 2. Распределение амплитуды непрерывного гармонического сигнала вдоль линии.

Кривые 1, 3 — экспериментальные, 2 — график функции $y = \text{sech}[(n-14)/2.3]$. Значения $A_{\max} = 0.8$ В, 1.1 и 1.15 В соответственно. Частота возбуждения 1028 кГц, N — номер ячейки.

$f_0 = 1131$ кГц. Величина КСВ не превышает 1.5 в полосе пропускания и 2 вблизи граничных частот. Нелинейным элементом контура служит пара включенных встречно и смещенных в обратном направлении p - n -переходов, суммарная емкость которых равна $C = C_0(1 + \sigma|U|^2)$, U — амплитуда колебаний напряжения в контуре, $\sigma = 4.5 \cdot 10^{-2}$ В $^{-2}$ или, при переходе к принятым выше обозначениям, $\gamma = 3\sigma/C_0^2 = 7.5 \cdot 10^{18}$ Кл $^{-2}$. Это соответствует уменьшению нижней граничной частоты f_b от 1040 до 1021 кГц при увеличении амплитуды входного сигнала с 20 мВ до 1.0 В.

Основная трудность заключалась в устранении заметного влияния потерь вблизи границы полосы прозрачности. С этой целью в каждый контур была введена система регенерации, которая при помощи регулировки изменяла добротность каждой ячейки Q от 50 до 250. При $Q = 200$ амплитуда волны уменьшается на 10% при прохождении всей линии, что позволило наблюдать не только образование неподвижных, но и распространение медленных импульсов.

Неподвижные солитоны наблюдались при возбуждении центрального контура непрерывным гармоническим сигналом с частотой $f < f_b$. Так, при частоте возбуждения $f = 1027$ кГц и амплитуде $U < 1.1$ В, наблюдается экспоненциальное уменьшение амплитуды сигнала вдоль ли-

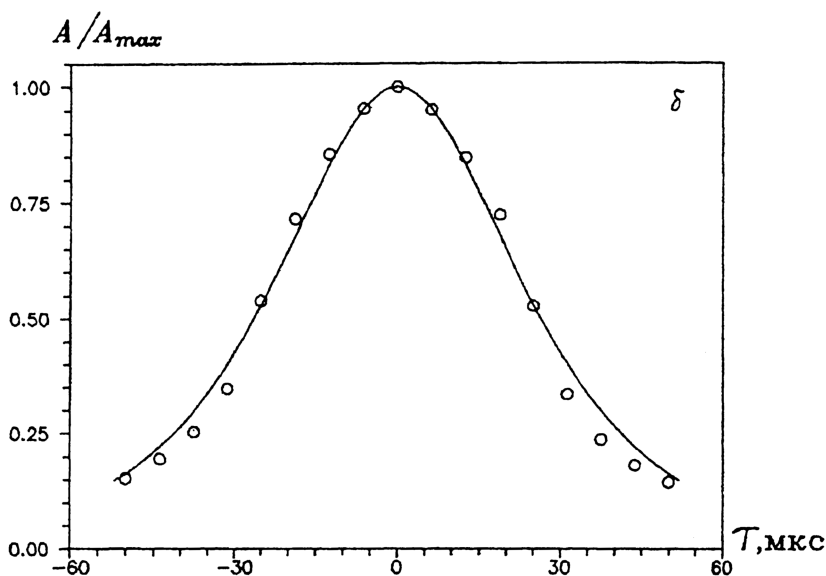
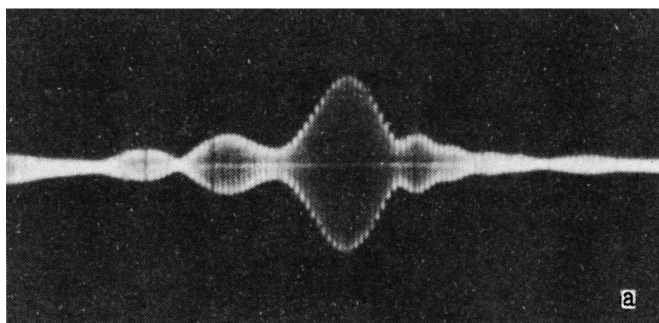


Рис. 3.

а) Форма стационарного возмущения на выходе линии ($N = 20$). Несущая частота 1033 кГц, номер ячейки $N = 20$. Развертка — 50 мкс/деление.

б) График функции $y = \text{sech}[t/21.4]$ (сплошная кривая), аппроксимирующей экспериментально измеренную форму медленного солитона (точки), показанного на рис. 2, а.

нии (рис. 2, кривая 1), при $U = 1.1$ В распределение амплитуды сигнала имеет характерный солитонный профиль $A/A_{\max} = \text{sech}(t/n_s)$ (рис. 2, кривая 2). Значение параметра n_s , вычисленное из (6), составляет $n_s = 3.1$, а измеренное значение — $n_s = 2.3$. Увеличение амплитуды возбуждения приводит к нелинейному просветлению среды — на рис. 2, кривая 3, заметен протяженный участок, где амплитуда сиг-

нала изменяется слабо. При $U > 1.15$ В в линии возбуждаются узкополосные стохастические колебания, максимум спектра которых сосредоточен вблизи f_b . Оценки $a_{ст}$ из (5) или (6) показывает, что для возникновения локализованных пиков необходима амплитуда возбуждения $U > 1.5$ В; в эксперименте такие пики не наблюдались.

При исследовании распространения импульсного сигнала с несущей частотой $f < f_b$ были получены следующие результаты. Если на вход линии подавался радиоимпульс длительностью $\tau_i = 50-100$ мкс, то прохождение сигнала вдоль линии имело четко выраженный пороговый характер. При амплитуде возбуждающих импульсов $0.4 < U < 0.8$ В на выходе линии наряду с пугами быстрых волн малой амплитуды наблюдалось стационарное возмущение, показанное на осциллограмме (рис. 3,а). Форма импульса хорошо аппроксимируется функцией $A/A_{max} = \operatorname{sech}(t/T_s)$, $T_s = 21.4$ мкс (см. рис. 3,б, сплошная кривая — теоретические значения, точками отмечены экспериментальные значения). Такое возмущение можно рассматривать как медленный солитон, поскольку его скорость приблизительно в 10 раз меньше скорости импульса, несущая частота которого соответствует середине полосы пропускания линии. При увеличении длительности возбуждающего импульса выходной сигнал приобретает выраженный стохастический характер.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-02-16059).

Список литературы

- [1] Christodoulides D.N., Joseph R.I. // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 62. N 15. P. 1746.
- [2] Sterke M.C., de, Sipe J.E. // Phys. Rev. A. 1991. V. 45. N 5. P. 2467.
- [3] Ведерко А.В., Марченко В.Ф., Сухоруков А.П. // Вестн. МГУ. Сер. Физика, Астрономия. 1991. Т. 32. В. 3. С. 67.
- [4] Ведерко А.В., Дубровская О.Б., Марченко В.Ф., Сухоруков А.П. // Вестн. МГУ. Сер. Физика, Астрономия. 1992. Т. 33. В. 3. С. 4.
- [5] Бурлаков В.М., Киселев С.А. // ЖЭТФ. 1991. Т. 99. В. 5. С. 1526.
- [6] Newell A.C. // J. Math. Phys. 1978. V. 19. N 5. P. 1126.

Московский государственный
университет им. М.В.Ломоносова

Поступило в Редакцию
19 июня 1994 г.