01;03

АМПЛИТУДЫ ВЕЛИЧИНЫ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ ПРИ ВЕЛИЧИНЕ ПОТОКА В ЖИДКИХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

Е.Д.Эйдельман

В предыдущей работе [1] изучались условия возбуждения структур в жидких диэлектриках, в которых во внешнем электрическом поле E_0 создана переменная диэлектрическая проницаемость (например, потоком диффузии другого диэлектрика):

$$\varepsilon = \varepsilon_d(1 + ac). \tag{1}$$

Здесь ε_d — постоянная диэлектрическая проницаемость растворителя, c — зависящая от координат x, y, z концентрация растворимого, a — коэффициент порядка единицы.

Было показано, что в таких средах возможны условия, когда важен учет действия электрострикционных сил.

Для этого достаточно было решить задачу в линейном по отклонениям термодинамических (давления p_1, концентрации c_1), гидродинамических (скорости v) и электрических (напряженности E_1 диэлектрической проницаемости ε) величин. Система уравнений, на основе которой строится теория амплитуд этих величин, представляет собой ту же систему, но с учетом нелинейных слагаемых $(v\nabla)v$, $(E_0E_1)\nabla\varepsilon_1$ в уравнении движения, $\varepsilon_1 E_1$ в уравнении Пуассона и $v\nabla c_1$ в уравнении диффузии. Слагаемое же $E_1^2\nabla\varepsilon_0$ мало́ по сравнению с $(E_0E_1)\nabla\varepsilon_1$, так как характерная длина изменения равновесных величин L гораздо больше характерной длины изменения возмущений h.

Уравнения же неразрывности и потенциальности поля не изменяются.

Как и в задаче о нахождении условий возбуждения, рассматривается модель бесконечного по направлениям x и y слоя, имеющего толщину h. Удобно считать границы ($z = 0$ и $z = h$) "свободными". Можно показать, что постановка граничных условий другого типа на качественные результаты не влияет. Как и при возбуждении обычных [2], без учета электрострикции, структур, возбуждение происходит апериодически (стационарно). Зависимость от координат вертикальной компоненты скорости в линейном приближении имеет вид

$$v_z = V\sin(k_z z)\cos(k_x x + k_y y), \tag{2}$$

где $k(k_x, k_y, k_z)$ определяет размеры возникающей ячейки в продольном ($k_\perp(k_x, k_y)$) и поперечном (k_z) направлениях.

В линейном приближении определяются и зависимости от координат величин v_x, v_y:

$$v_{x,y} = -k_{x,y} V \frac{k_z}{k_\perp^2} \cos(k_z z) \sin(k_x x + k_y y). \tag{3}$$

При учете же электрострикционных сил появляется и флуктуационное электрическое поле, компоненты которого должны удовлетворять граничным условиям, которые, как известно из [3], заключаются в том, что нормальная компонента на поверхности жидкости отсутствует ($E_{1z} = 0$), так как нет поверхностно заряда, а касательные компоненты максимальны ($\partial E_{1x,y}/\partial z = 0$).

Тогда при возбуждении возникают структуры величин

$$E_{1z} = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \mp \frac{AE_0}{Dh} V \frac{k_z^2}{k^4} \sin(k_z z) \cos(k_x x + k_y y), \tag{4}$$

$$E_{1x,y} = \mp \frac{AE_0}{Dh} V k_{x,y} \frac{k_z}{k^4} \cos(k_z z) \sin(k_x x + k_y y), \tag{5}$$

$$c_1 = -\frac{A}{D} \frac{V}{k^2} \sin(k_z z) \cos(k_x x + k_y y), \tag{6}$$

где, кроме разъясненных уже обозначений, введены: D — коэффициент диффузии жидкости, $A = |\nabla c_c| = |c(0) - c(h)|/h$ — отношение разности концентрации растворимого диэлектрика на дне и не поверхности слоя к толщине этого слоя (градиент концентрации). Верхний знак соответствует одинаковой направленности E_0 и ∇c_0, а нижний — их противоположной направленности.

Видно, что координатные зависимости структур электрического поля совпадают с координатными зависимостями ячеек скорости (ячеек концентрационной конвекции), т.е. электрическое поле "вморожено".

Амплитуду V в линейном по отклонениям приближений найти невозможно. Рассмотрим поэтому нелинейную задачу с теми же граничными условиями. Все величины тогда получат дополнительные слагаемые, пропорциональные второй, третьей и т.д. степеням V. Далее, проделывая те же вычисления, что и в [1], получим, что v_t поправки второго порядка не имеет, а концентрация имеет.

Условие возбуждения во втором порядке малости

$$V^2 = 4k^2 \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}^*}{\mathcal{E}^*} \tag{7}$$

позволяет найти амптилуды величин, характеризующих состояние жидкости сразу после возбуждения, $\mathcal{E}$ — введенное в [1] число, характеризующее действие электрострикционного механизма возбуждения.

Напомним, что

$$\mathcal{E} = \frac{\varepsilon E_0^2 A^2 h^4}{\rho \nu D}, \tag{8}$$

(ρ — плотность, ν — коэффициент вязкости жидкости). Условие (7) записано в безразмерном виде с единицами: длины h и скорости v. В момент возбуждения $\mathcal{E} = \mathcal{E}^*$.

При граничных условиях другого типа полученный результат качественно не изменяется, он соответствует общему утверждению о пропорциональности амплитуд, возникающих отклонений V корню квадратному из надкритичности $V \sim (\mathcal{E} - \mathcal{E}^*)^{1/2}$. На форму ячейки возникающие движение и поле влияют лишь в следующих порядках малости, т.е. возникает ячейка с отношением продольных размеров к поперечному $\simeq 3.5$ при $\mathcal{E} > \mathcal{E}^* \simeq 924$ [1].

Итак, при малых превышениях $A = |\nabla c_0|$ над его критическим значением A^* возникают движения с амплитудой (в размерном виде)

$$V = \frac{\nu}{h}\Big(8(A - A^*)/A^*\Big)^{1/2} = \frac{2\nu}{h}\sqrt{2\frac{c(0) - c^*(0)}{c^*(0) - c(h)}}, \tag{9}$$

если концентрацию растворимого на поверхности можно считать неизменной.

Очеведно, полученные результаты верны и для поля. Сохраняется "вмороженность" поля (с точностью до членов порядка V^3). Возбуждение происходит в "мягком" режиме с амплитудой

$$V \simeq 0.1\frac{\nu}{h}\left[\frac{\varepsilon E_0^2\Big(c(0) - c(h)\Big)^2 h^4}{\rho\nu D} - 924\right]^{1/2} \tag{10}$$

Принимая обычные в диэлектрике (трансформаторном масле различных сортов [4]) значения $\rho \simeq 10^3 - 10^4$ кг/м^3; $D \simeq \nu \simeq 10^{-6} - 10^{-9}$ м^2/с; $\varepsilon \simeq 10^{-9} - 10^{-10}$ Ф/м, получим при $c \simeq 0.1$ (10%) и $h \geqslant 1$ мм ($h/L < 0.1$), что неустойчивость наступает при

$$E_0 \gtrsim \left(924\frac{\rho\nu D}{\varepsilon A^2 h^4}\right)^{1/2} \simeq 1\Big(10^3 - 10^6\Big) \text{ В/м},$$

что вполне достижимо и должно учитываться в мощных электрических устройствах.

Автор выражает глубокую признательность И.В.Иоффе за поддержку в трудное время создания этой работы.

Список литературы

[1] *Иоффе И.В., Эйдельман Е.Д.* // Письма в ЖТФ. 1976. Т. 2. В. 2. С. 90.
[2] *Гуревич Л.Э., Иоффе И.В.* // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 1133.
[3] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М., 1982. С. 624.
[4] *Болога М.К., Гросу Ф.П., Кожухарь И.А.* Электроконвекция и теплообмен, Кишинев, 1977.

Санкт-Петербургский
химико-фармацевтический
институт

Поступило в Редакцию
5 июля 1994 г.
В окончательной редакции
23 сентября 1994 г.