Письма в ЖТФ, том 20, вып. 22 26 ноября 1994 г.

01;07

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ВЕКТОРНЫЙ ДИФРАКЦИОННЫЙ ИНТЕГРАЛ КИРХГОФА

Ш.Д.Какичашвили

Дифракционный интеграл Кирхгофа может быть обобщен на случай нестационарных электромагнитных волн. Такое обобщение актуально в задачах исследования волнового поля, рассеянного нестационарными материальными телами. При этом естественным образом должна описываться деполяризация и демонохроматизация волнового фронта, связанная с временным профилем нестационарного процесса [1,2]. Мы воспользуемся векторной модификацией дифракционного интеграла Кирхгофа, полученного в [3], и проинтегрируем его во временном интервале T_0, в течение которого материальные характеристики объекта эволюционируют. При этом получим:

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) \approx \frac{i\omega_0}{4\pi c} \int\limits_{S_0} \frac{1}{R} M(l,m,n) e^{\frac{-i\omega_0}{c}R} \int\limits_{T_0} M_0 \mathbf{E}_0 e^{-\omega_0 t_0} d/t_0 ds_0, \tag{1}$$

где

$$M(l,m,n) = \begin{pmatrix} \left[(1+n)-l^2\right]\sqrt{1-l^2} & -lm\sqrt{1-m^2} \\ -lm\sqrt{1-l^2} & \left[(1+n)-m^2\right]\sqrt{1-m^2} \\ -(1+n)l\sqrt{1-l^2} & -(1+n)m\sqrt{1-m^2} \end{pmatrix}$$

x_0, y_0, z_0, t_0 и x, y, z, t — соответственно пространственно-временные координаты точки объекта и точки наблюдения; $R(x_0,y_0,z_0,x,y,z)$ — расстояние от объекта до точки наблюдения; $M_0(x_0,y_0,t_0)$ — матрица Джонса [4] нестационарного двухмерного объекта; $\mathbf{E}_0$ — вектор Джонса [4], освещающего объект когерентного и полностью поляризованного света частоты ω_0; $M(l,m,n)$ — матрица, описывающая трансформацию поляризованного света частоты ω_0; $M(l,m,n)$ — матрица, описывающая трансформацию поляризации луча при его дифракции в заданном направлении с направляющими косинусами l,m,n [3]; S_0, T_0 — пространственно-временной интервал, занимаемый объектом: $ds_0 = dx_0 dy_0$.

В нестационарном случае наиболее доступен анализ объекта единичной толщины, описываемого матрицей Джонса переменного по координатам двулучепреломления:

$$M_0 = \exp^{-i \frac{\omega_0}{c} \bar{n} (x_0, y_0, t_0)} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где

$$m_{11} = m_{22}^* = \cos \frac{\omega_0}{c} \Delta n (x_0, y_0, t_0) -$$

$$- i \sin \frac{\omega_0}{c} \Delta n (x_0, y_0, t_0) \cos 2\rho (x_0, y_0, t_0) ;$$

$$m_{12} = m_{21} = -i \sin \frac{\omega_0}{c} \Delta n(x_0, y_0, t_0) \sin 2\rho(x_0, y_0, t_0);$$

$$\bar{n} = \frac{1}{2} \left[n_x(x_0, y_0, t_0) + n_y(x_0, y_0, t_0) \right];$$

$$\Delta n = \frac{1}{2} \left[n_x(x_0, y_0, t_0) - n_y(x_0, y_0, t_0) \right],$$

n_x и n_y — коэффициенты преломления по соответствующим осям, ρ — угол ориентации оси анизотропии. Эти величины являются произвольными функциями координат в плоскости объекта и меняются с течением времени также произвольно. Для просвечивания объекта воспользуемся эллиптически поляризованной волной, распространяющейся вдоль оси z:

$$\mathbf{E} = E_x \exp i \left(\omega_0 t - \frac{\omega_0}{c} z \right) \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i\varepsilon \end{pmatrix}; \qquad 0 \leqslant \varepsilon = \frac{E_y}{E_x} \leqslant 1. \tag{3}$$

В случае стационарной матрицы (2) постоянные во времени ее элементы m_{ij} перемножаются на соответствующие компоненты вектора (3) согласно правилам векторно-матричного метода Джонса, не влияя на когерентность и степень поляризации прошедшей волны. Существенно отличное от этого положение дел имеет место при нестационарных m_{ij}. В отсутствие взаимной функциональной связи любой из пар элементов (2), образованные перемножением на них компоненты прошедшей волны, независимо эволюционируют во времени, что дает несогласованную флуктуацию картины векторного их сложения. В случае линейной функциональной зависимости тех же пар элементов имеет место изменение соответствующих компонентов прошедшей волны, согласованно эволюционирующих во времени с постоянной разностью фаз, что свидетельствует об их когерентности. Для анализа подобной зависимости между отдельными элементами матрицы и последующего группирования компонент прошедшей волны по этому признаку может быть использован метод функциональных определителей, раздельно использованный для реальных и мнимых частей элементов матрицы объекта [5]. При этом легко показать, что диагональные элементы анализируемой нами матрицы (2) m_{11}, m_{22} и m_{12}, m_{21} между собой линейно зависимы, в то время как m_{11}, m_{12} и m_{22}, m_{21} независимы (соответствующий якобиан при этом оказывается отличным от нуля [5]). Исходя из этого, прошедший свет непосредственно за объектом можно представить в виде двух компонент ортогонального базиса $\mathbf{E}_A$ и $\mathbf{E}_B$, между которыми, однако, из-за их взаимной некогерентности знака суммирования ставить нельзя. Таким образом становится очевидным, что нестационарный поляризующий объект вызывает деполяризацию волнового фронта первоначально полностью поляризованного и когерентного света. В этих условиях для компактной записи дифракционного интеграла воспользуемся знаком некогерентного суммирования амплитуд $\oplus$, который был введен в [6] при формальном обобщении векторно-матричного метода Джонса для неполяризованного и частично поляризованного света. При этом для внутреннего интеграла (1) можно написать

$$\int\limits_{T_0} M_0 \mathbf{E}_0 e^{-i\omega_0 t_0} dt_0 = \int\limits_{T_0} (\mathbf{E}_A \oplus \mathbf{E}_B)\, e^{-i\omega_0 t_0} dt_0, \tag{4}$$

где

$$\mathbf{E}_A = \hat{E} \begin{pmatrix} m_{11} \\ \pm i\varepsilon m_{22} \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t}; \qquad \mathbf{E}_B = \hat{E} \begin{pmatrix} \pm i\varepsilon m_{12} \\ m_{21} \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t};$$

$$\hat{E} = E_x \exp -i\frac{\omega_0}{c}(z_0 + \bar{n}).$$

Выразим элемент матрицы Джонса нестационарного объекта, воспользовавшись комплексной формой интеграла Фурье. Тогда (1) представится в виде

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) \approx \frac{i\omega_0}{4\pi c} \iiint\limits_{S_0 T_0 \Omega_0} M(l,m,n) \exp i \times$$

$$\times \left[\omega_0 t + (\omega - \omega_0) t_0 - \frac{\omega_0}{c} R\right] \times$$

$$\times \hat{E}\left[\begin{pmatrix} A_{11}\exp -i\Phi_{11} \\ \pm i\varepsilon A_{22}\exp -i\Phi_{22}\end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} \pm i\varepsilon A_{12}\exp -i\Phi_{12} \\ A_{21}\exp -i\Phi_{21}\end{pmatrix}\right] d\omega dt_0 ds_0, \tag{5}$$

где $A_{ij}(\omega)$ и $\Phi_{ij}(\omega)$ — соответственно амплитудная и фазовая функции частот (см., например, [7]); Ω_0 — область частот, обусловленная временным профилем нестационарного объекта. Из (5) однозначно следует, что прошедшая через нестационарный поляризующий объект волна, кроме деполяризации, испытывает также демонохроматизацию.

В общем случае нестационарного объекта с произвольной матрицей Джонса все четыре ее элемента могут оказаться независимыми, а формируемые при этом компоненты поля взаимно некогерентными. Примером такого объекта может служить совокупность анизотропного и гиротропного устройств с нестационарным комплексным двулучепреломлением. В подобных случаях число компонент ортогонального базиса возрастает до четырех, а результирующее поле непосредственно за объектом представляется в виде

$$M_0\mathbf{E}_0 = \left[\begin{pmatrix} A_{11}e^{-i\Phi_{11}} \\ 0\end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 \\ A_{21}e^{-i\Phi_{11}}\end{pmatrix}\right] E_x \oplus$$

$$\oplus \left[\begin{pmatrix} 0 \\ A_{22}e^{-i\Phi_{22}}\end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} A_{12}e^{-i\Phi_{12}} \\ 0\end{pmatrix}\right] E_y, \tag{6}$$

которое и следует подставлять во внутренний интеграл (5). Следует отметить, что увеличение числа компонент ортогонального базиса не вызывает какого-либо осложнения в правилах оперирования знаком некогерентного суммирования амплитуд. В частных случаях нестационарного объекта отдельные фрагменты элементов соответствущей матрицы Джонса могут оказаться функционально взаимно линейно зависимыми, другие же фрагменты той же матирцы — независимыми. В этих условиях соответствующие компоненты результирующих полей в первом случае будут связываться знаком обычного суммирования, во втором же — упомянутым знаком некогерентного суммирования. Введение подобного единообразия математических операций существенно упрощает и унифицирует описание нестационарных полей. В заключение отметим, что полученная в данной работе форма нестационарного векторного дифракционного интеграла Кирхгофа может быть использована во многих прикладных применениях, в том числе в задачах голографии и так называемой временной голографии [8–11].

Список литературы

[1] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М., 1970. 855 с.
[2] *О'Нейл Э.* Введение в статистическую оптику. М., 1966. 254 с.
[3] *Какичашвили Ш.Д.* Поляризационная голография. Л., 1989. 142 с.
[4] *Шерклифф У.* Поляризованный свет. М., 1965. 246 с.
[5] *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М., 1973. 831 с.
[6] *Какичашвили Ш.Д.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. В. 2. С. 26–34.
[7] *Анго А.* Математика для электро- и радиоинженеров. М., 1967. 778 с.
[8] *Gabor D.* // Nature. 1948. V. 161. P. 777–778.
[9] *Денисюк Ю.Н.* // ДАН СССР. 1962. Т. 144. В. 6. С. 1275–1278.
[10] *Зубов В.А., Крайский А.В., Кузнецова Т.И.* // Письма в ЖЭТФ. 1971. Т. 13. С. 443–446.
[11] *Ребане А.К., Каарли Р.К., Саари П.М.* // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 38. С. 320–323.

Институт кибернетики
Тбилиси, Грузия

Поступило в Редакцию
10 августа 1994 г.