Письма в ЖТФ, том 20, вып. 24 26 декабря 1994 г.

01;03

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ НА ВОЛНОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

О.А.Григорьев

Как известно [1], вследствие конечности времени реакции поверхности жидкости (конечности времени переориентации дипольных молекул и перестройки двойных электрических слоев) на внешние воздействия реализуется эффект динамического поверхностного натяжения, проявляющийся в увеличении коэффициента поверхностного натяжения на коротких временных интервалах ($\tau < 0.1$ мс). В работах [2,3] на основе анализа асимтотик дисперсионного соотношения было показано, что наличие такого эффекта приводит к усложнению спектра волновых движений жидкости. Однако количественный анализ влияния обсуждаемого эффекта на спектр волновых движений до сих пор не проведен.

Пусть имеется однородно заряженная с поверхностной плотностью заряда $\varkappa$ неограниченная плоская поверхность вязкой несжимаемой идеально электропроводной жидкости, заполняющей в поле сил тяжести полупространство $z < 0$. Уравнение граничной поверхности в отсутствие возмущения записывается в виде $z = 0$. Пусть σ и ν — коэффициенты поверхностного натяжения и кинематической вязкости жидкости, а ρ — ее удельная плотность.

Как показано в [3], обсуждаемый эффект в задаче о волновом движении в жидкости проявляется в том, что коэффициент поверхностного натяжения становится функцией частоты:

$$\sigma = \sigma_\infty - \sigma_*(1 - i\omega\tau_n)^{-1} = \sigma_0 - i\omega\tau_n\sigma_*/1 - i\omega\tau_n, \qquad \sigma_* - \sigma_\infty - \sigma_0,$$

где σ_0 — значение коэффициента поверхностного натяжения на нулевой частоте, σ_∞ — коэффициент поверхностного натяжения на высоких частотах (при $\omega\tau_n \gg 1$), τ_n — характерное время релаксации поверхностного натяжения (характерное время перестройки приповерхностного слоя жидкости), ω — комплексная частота во временной зависимости амплитуд капиллярных волн от времени: $\zeta \sim \exp(-i\omega t)$, k —

волновое число, i — мнимая единица. Мнимая отрицательная часть комплексной частоты дает декремент затухания волновых движений, а мнимая положительная — инкремент нарастания неустойчивости Тонкса–Френкеля, которая реализуется, когда по мере увеличения поверхностной плотности электрического заряда давление электрического поля на поверхность жидкости становится достаточно большим [4]. Вещественная часть комплексной частоты определяет частоту периодического волнового движения.

В безразмерных переменных

$$y = \frac{\omega}{\omega_0}, \qquad \alpha = \frac{\omega_0}{\nu_0 \cdot k^2}, \qquad \beta = \frac{1}{\omega_0}\sqrt{\sigma_* k^3/\rho},$$

$$\gamma = \omega_0 \cdot \tau_n, \qquad \omega_0^2 = \frac{k}{\rho}\left(g\rho + \sigma_0 k^2 - 4\pi k \varkappa^2\right);$$

дисперсионное уравнение для рассматриваемого случая примет вид [2,3]:

$$(1 - i\gamma y)\left[2 - i\alpha y\right]^2 + \alpha^2 (1 - i\gamma y) - i \cdot \beta^2 \cdot \alpha^2 \cdot \gamma \cdot y =$$

$$= 4 (1 - i\gamma y)\sqrt{1 - i\alpha y}. \qquad (1)$$

На рис. 1 и 2 представлены зависимости $\mathrm{Im}y = \mathrm{Im}y(\alpha^2)$ и $\mathrm{Re}y = \mathrm{Re}y(\alpha^2)$ соответственно, рассчитанные численно по (1) при $\gamma = 0.1$. Ввиду разномасштабности найденных решений их сложно изобразить на одном графике с использованием одного масштаба. Поэтому область значений величин в окрестности точки с координатами $\alpha^2 \sim 0$, $\mathrm{Im}y = -10$, обведенная на рис. 1, *а* прямоугольной рамкой, приведена на рис. 1, *б* в более удобном масштабе. Кривые на рис. 2 приведены для области $\alpha^2 > 0$. В области $\alpha^2 < 0$ соответствующие зависимости имеют точно такой же вид, за исключением кривой *3*, исчезающей в этой области, так как она описывает частоты капиллярного волнового движения, существующего лишь при $\alpha^2 > 0$. Сравнение результатов проведенных расчетов с данными [5,6] показывает, что учет эффекта релаксации поверхностного натяжения приводит к появлению как при $\alpha^2 > 0$, так и при $\alpha^2 < 0$ (в области реализации неустойчивости Тонкса–Френкеля) новых типов движений жидкости: волновых (*2.2*, *4.2*, *5*) и апериодических (*6*, *7*, *8*). Кривая *2* в области $\alpha^2 > 0$ и кривая *4* в области $\alpha^2 < 0$ при $\alpha^2 = +0.0098$, $\mathrm{Im}y = -9.64$ пересекаются с кривыми *7*; при $\alpha^2 = \pm 0{,}007$, $\mathrm{Im}y = -10.46$ — с кривыми *8*. На интервале между точками пересечения существуют волновые затухающие решения *2.2* при $\alpha^2 > 0$ и *4.2* при $\alpha^2 < 0$. В

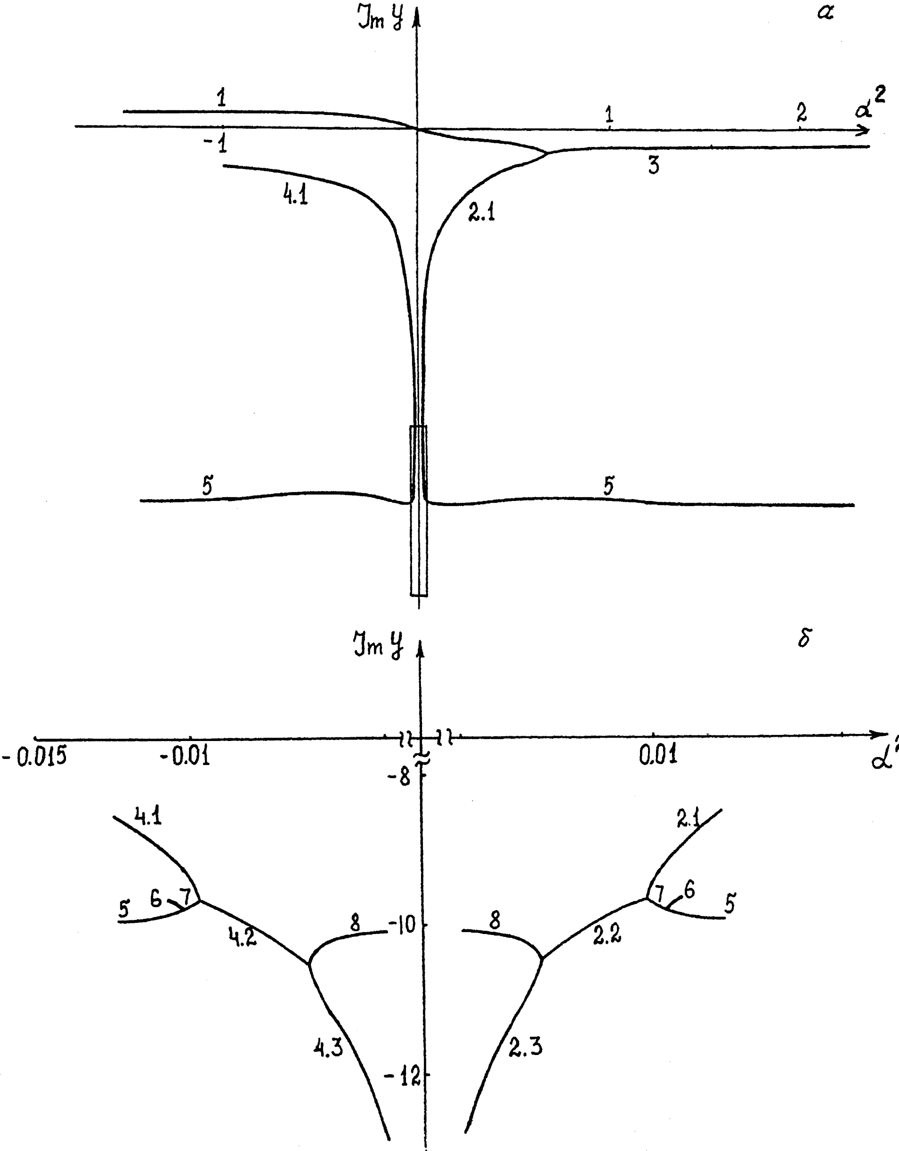

Рис. 1. *а* — зависимсоти от величины параметра α^2 декрементов затухания, при $\alpha^2 > 0$ и инкремента нарастания неустойчивости Тонкса–Френкеля при $\alpha^2 < 0$ волновых движений, рассчитанные численно по (1) при $\gamma = 0.1$.

б — зависимости от величины параметра α^2 декрементов затухания волновых движений для области в окрестности точки с координатами $\alpha^2 \sim 0$, $\mathrm{Im}y = -10$ на рис. 1, *а* выделенной прямоугольной рамкой.

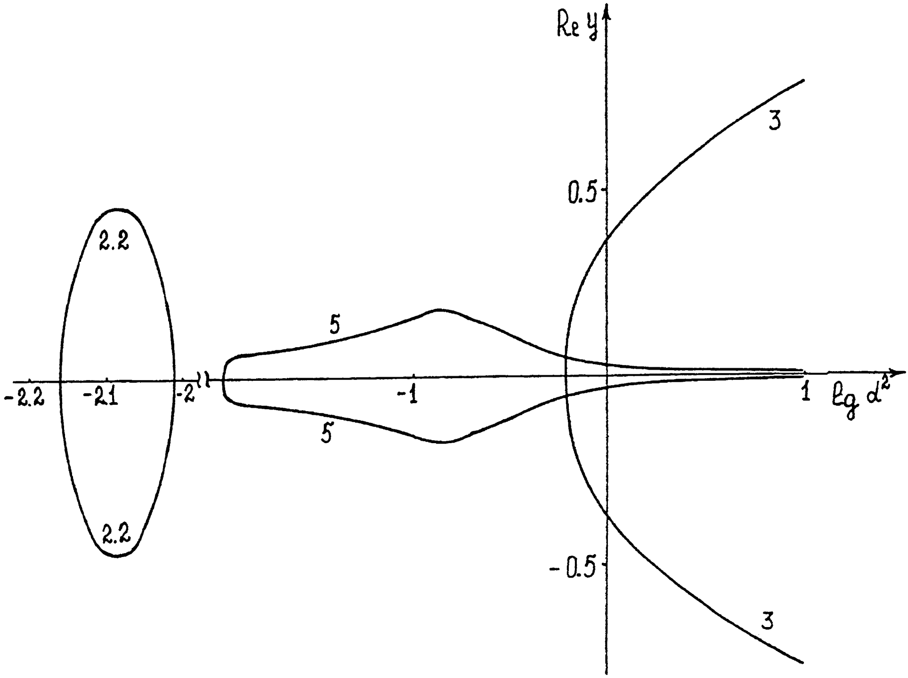

Рис. 2. Зависимости от величины параметра α^2 безразмерных частот волновых движений при $\alpha^2 > 0$, рассчитанные численно по (1) при $\gamma = 0.1$.

точке $\alpha^2 = \pm 0.007$, $\mathrm{Im}y = -10.46$ решения *2.2* при $\alpha^2 > 0$ и решения *4.2* при $\alpha^2 < 0$ ветвятся, порождая два чисто апериодических решения: *8*, имеющее релаксационное происхождение, декремент затухания которого стремится к -10 при $\alpha^2 \to 0$, и решения *2.3* при $\alpha^2 > 0$ и *4.2* при $\alpha^2 < 0$, описывающее чисто вязкое затухание с декрементом, увеличивающимся при $\alpha^2 \to 0$ по асимптотической зависимости $\mathrm{Im}y = -4/(3|\alpha|)$. В точке с координатами $\alpha^2 = \pm 0.01021$, $\mathrm{Im}y = -9.895$ решение *7* разветвляется, образуя два релаксационных движения: чисто апериодическое *8*, существующее на весьма коротком отрезке измерения параметра α^2, и затухающее волновое *5*, декремент которого аимптотически стремится к -10, а частота к нулю при $|\alpha| \to \infty$.

Асимтотический ход кривых *1, 2, 3* как при $\alpha^2 > 0$, так и при $\alpha^2 < 0$ остается таким же, как и в ситуации, когда эффект динамического поверхностного натяжения не учитывался. Положение точки пересечения решений *1, 2, 3* и точки обрыва решения *4.1* (при $\alpha^2 < 0$) при учете эффекта релаксации поверхностного натяжения не меняется. Однако учет этого эффекта приводит при $\gamma = 0.1$ к незначительному (порядка 0.01) снижению величины инкремента нарастания неустойчивости Тонкса–Френкеля, описываемого кривой *1* при $\alpha^2 < 0$. Интересно отметить, что оба новых волновых движения *2.2* и *5* имеют весьма высокие декременты затухания $\mathrm{Im} y \sim -10$. Волновое движение *2.2*, реализующееся с частотами $\omega \sim \omega_0$ в области весьма больших вязкостей ($0.006 < \alpha^2 < 0.01$), по-видимому, описывает упругие волны в приповерхностном слое жидкости, обусловленные ее поверхностным натяжением. Второе новое волновое движение *5* происходит с частотами $\omega \ll \omega_0$ в диапазоне изменения α^2 от $\approx \pm 0.01$ до $\pm\infty$, причем при $|\alpha| \to \infty$ частота ω стремится к нулю. По всей вероятности, это движение вызвано влиянием капиллярного волнововго движения на величину коэффициента поверхностного натяжения жидкости, усиливающимся в области малых длин волн (больших значений волновых чисел или малых значений параметра α^2).

При увеличении параметра γ (что соответствует увеличению характерного времени релаксации поверхностного натяжения) имеют место смещение кривых *5, 6, 7, 8* вверх и несимметричная при $\alpha^2 > 0$ и $\alpha^2 < 0$ их деформация. Диапазон частот затухающего капиллярного волнового движения *3* сужается, а область его существования сдвигается вправо. Кроме того, существенно расширяется диапазон частот решения *5*. Причем это расширение при $\alpha^2 > 0$ и $\alpha^2 < 0$ происходит с разными масштабными коэффициентами. Величина инкремента нарастания неустойчивости Тонкса–Френкеля при увеличении параметра γ снижается.

Список литературы

[1] *Кочурова Н.Н., Русанов А.И.* // КЖ. 1981. Т. 43. В. 1. С. 36–42.

[2] *Быковский Ю.А., Маныкин Э.А., Полуэктов П.П.* и др. // ЖТФ. 1976. Т. 46. В. 11. С. 2211–2213.

[3] *Ширяева С.О., Григорьев О.А., Григорьев А.И.* // Письма в ЖТФ. Т. 19. В. 8. С. 60–64.

[4] *Tonks L.* // Phys. Rev. 1935. V. 48. P. 562–568.

[5] *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. М., 1959. 699 с.

[6] *Григорьев А.И., Григорьев О.А., Ширяева С.О.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. В. 9. С. 12–21.

Ярославский государственный университет

Поступило в Редакцию 1 июля 1994 г.