Письма в ЖТФ, том 21, вып. 1 12 января 1995 г.

01;03

О ВЛИЯНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ В ТЕОРИИ ДИФФУЗИОФОРЕЗА УМЕРЕННО КРУПНЫХ НЕЛЕТУЧИХ СФЕРИЧЕСКИХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ

Ю.И.Яламов, Р.А.Сафиуллин

Методом Озеена решена гидродинамическая задача диффузиофореза сферической нелетучей умеренно крупной аэрозольной частицы в бинарной газовой смеси. Граничные условия дополнены скачком температуры. Показано, что при $0 \leqslant Re \leqslant 0.5$ (Re — число Рейнольдса) влияние инерционных сил в диффузиофоретическую силу и силу вязкого сопротивления увеличивается до 18% от основного эффекта. Скорость диффузиофореза такой частицы остается нечувствительной к учету инерционного члена в уравнениях гидродинамики.

Исследования, посвященные изучению особенностей диффузиофоретического движения частиц, актуальны и имеют не только теоретический, но и практический интерес [1,2].

Теория диффузиофореза аэрозольных частиц рассматривалась в работах [1,4–8,10]. Теория развивалась как для крупных и умеренно крупных сферических [1,4,7,8], так и для несферических частиц [5,6,10]. В работе [8] были получены граничные условия теории диффузиофореза умеренно крупных нелетучих аэрозольных частиц в бинарной смеси газов с учетом линейных по числу Кнудсена ($Kn = \lambda/R$ — число Кнудсена, λ — средняя длина свободного пробега газовых молекул, R — радиус аэрозольной частицы) поправок к скорости диффузионного скольжения, барнеттовских и термодиффузионных эффектов, кривизны поверхности, а также растекания в слое Кнудсена потоков диффузии, тепла и среднемассового переноса. Но в работе [8] при построении теории в граничных условиях не были учтены скачки температуры $K_T^{(T)}$ и $K_T^{(n)}$ бинарной смеси газов.

Скачки температуры и концентрации вблизи поверхности жидкости в бинарной газовой смеси вычислялись в работах [3,9]. Авторы работы [3] впервые показали, что скачок температуры в бинарной газовой смеси зависит не только от градиента температуры, но и от градиента концентрации компонента смеси, испытывающей фазовый переход на поверхности жидкости. С другой стороны, скачок концентрации, согласно [3], зависит как от градиента концентрации, так и от градиента температуры.

В работах [1,4,7,8] гидродинамическим методом были получены выражения для диффузиофоретической скорости сферической частицы. При этом пренебрегали инерционными членами уравнений Навье–Стокса. Теоретический интерес представляет собой влияние инерционных сил на движение умеренно крупных аэрозольных частиц при диффузиофорезе. С учетом сказанного, в данной работе дополнительно к [8] учитывается влияние скачка темпераутры и инерционных эффектов при вычислении диффузиофоретической силы и скорости.

Допустим, что в бинарной газовой смеси имеются поддерживаемые стационарно градиенты относительных концентраций компонентов смеси (∇C_{1e}) и (∇C_{2e}), $C_{1e} = n_{1e}/n_e$, $C_{2e} = n_{2e}/n_e$, где n_{1e} и n_{2e} — числа молекул компонентов газовой смеси в единице объема, $n_e = n_{1e} + n_{2e}$.

Введем сферическую систему координат $(r,\ \theta,\ \Phi)$ с началом в центре аэрозольной частицы, полярную ось $\theta = 0$ направим вдоль векторов (∇C_{1e}) и $\mathbf{U}$. При таком выборе положения начала координат удобно частицу считать покоящейся, а центр тяжести внешней среды — движущимся относительно частицы при $r \to \infty$ со скоростью $\mathbf{U} = -\mathbf{U}_D$.

Распределения скоростей, давления и диффузии описываются стационарными уравнениями Навье–Стокса и диффузии [7].

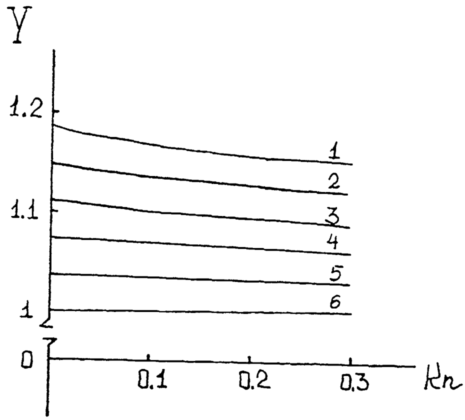
Используем граничные условия на поверхности частицы (при $r = R$) с учетом всех эффектов, линейных по числу Кнудсена [8], дополнив их скачком температуры бинарной газовой смеси [3,9]:

$$V_r^{(e)} = KnD_{12}C_v\mathrm{div}_\theta\left(\frac{1}{r}\frac{\partial C_{1e}}{\partial\theta}\right), \tag{1}$$

$$V_\theta^{(e)} = D_{12}\left[\left(K_{\mathrm{DSl}} + KnK_{\mathrm{DSl}}^{R}\right)\frac{1}{r}\frac{\partial C_{1e}}{\partial\theta} + KnK_{\mathrm{DSl}}^{B}D_{r\theta}\right] +$$
$$+\frac{\nu_e}{T_e}K_{\mathrm{TSl}}\frac{1}{r}\frac{\partial T_e}{\partial\theta} + \lambda K_{\mathrm{Sl}}\Pi_{r\theta}, \tag{2}$$

$$T_e - T_i = K_T^{(T)}\frac{\partial T_e}{\partial r} + K_T^{(n)}T_e\frac{\partial C_{1e}}{\partial r}, \tag{3}$$

$$\varkappa_e\frac{\partial T_e}{\partial r} - \varkappa_i\frac{\partial T_i}{\partial r} + D_{12}P^{(e)}K_T\frac{n_e^2}{n_{1e}n_{2e}}\frac{\partial C_{1e}}{\partial r} =$$



Зависимость величины Y от числа Kn при различных числах Re.
1 — Re = 0.5, *2* — 0.4, *3* — 0.3, *4* — 0.2, *5* — 0.1, *6* — 0.

$$= Knp^{(e)} D_{12} C_q \mathrm{div}_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right), \tag{4}$$

$$\frac{\partial C_{1e}}{\partial r} = KnC_D \mathrm{div}_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right), \tag{5}$$

где

$$D_{r\theta} = \frac{2}{r} \left[\frac{\partial^2 C_{1e}}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right];$$

$$\Pi_{r\theta} = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\theta^{(e)}}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r^{(e)}}{\partial \theta}.$$

На большом расстоянии от частицы (при $r \to \infty$) имеем следующие граничные условия:

$$V_r^{(e)} = |\mathbf{U}| \cos\theta, \tag{6}$$

$$V_\theta^{(e)} = -|\mathbf{U}| \sin\theta, \tag{7}$$

$$C_{1e} = C_{1eo} + |(\nabla C_{1e})|_\infty r \cos\theta. \tag{8}$$

В (1)–(8) имеем: K_{DSI}, K_{TSI}, K_{SI} — коэффициенты диффузионного, теплового и изотермического скольжения; K^R_{DSl} и K^B_{DSl} — поправки на кривизну и барнеттовское скольжение; D_{12} — коэффициент взаимной диффузии смеси; T и $\varkappa$ — температура и теплопроводность; $\nu_e = \eta - e/\rho_e$ — коэффициент кинематической вязкости смеси; $V_r^{(e)}$, $V_\theta^{(e)}$ —

компоненты вектора скорости в сферической системе координат; C_{1eo} — относительная концентрация первого компонента смеси вдали от частицы; C_D, C_q, C_v — газокинетические коэффициенты потоков диффузии, тепла и среднемассового переноса, растекающихся в слое Кнудсена; $K_T^{(T)}$, $K_T^{(n)}$ — коэффициенты скачка температуры [3,9]. Индексы "e, i" принадлежат величинам, характеризующим газовую смесь и частицу.

В работе [8] приведены значения газокинетических коэффициентов, вычисленные для потенциала Леннарда–Джонса в случае диффузного отражения молекул газа от поверхности частицы. При решении системы уравнений гидродинамики будем считать числа Рейнольдса ($Re = UR/\nu_e$) достаточно малыми, чтобы можно было применить метод Озеена. Выражения для давления и скоростей с учетом граничных условий (6) и (7) можно найти в [11]. Решения уравнения стационарной диффузии с учетом граничных условий (5) и (8) приведены в работе [7].

Величина равнодействующей всех сил $\mathbf{F}$ [11] равна сумме вязкой $\mathbf{F}_B$ и диффузиофоретической силы $\mathbf{F}_D$. Выпишем выражения для $\mathbf{F}_B$ и $\mathbf{F}_D$:

$$\mathbf{F}_B = 6\pi\eta_e \mathbf{U} R \frac{1 + 2K_{Sl}\frac{\lambda}{R}}{1 + 3K_{Sl}\frac{\lambda}{R}} \left(1 + \frac{3}{8} Re \frac{1 + 2K_{Sl}\frac{\lambda}{R}}{1 + 3K_{Sl}\frac{\lambda}{R}}\right), \tag{9}$$

$$\mathbf{F}_D = 4\pi\eta_e \alpha R \frac{1 + 6K_{Sl}\frac{\lambda}{R}}{1 + 3K_{Sl}\frac{\lambda}{R}} \left(1 + \frac{3}{8} Re \frac{1 + 2K_{Sl}\frac{\lambda}{R}}{1 + 3K_{Sl}\frac{\lambda}{R}}\right) -$$

$$-12\pi\eta_e \beta R \frac{1}{1 + 3K_{Sl}\frac{\lambda}{R}} \left(1 + \frac{3}{8} Re \frac{1 + 2K_{Sl}\frac{\lambda}{R}}{1 + 3K_{Sl}\frac{\lambda}{R}}\right), \tag{10}$$

где

$$\alpha = \frac{3}{2} C_v \frac{\lambda}{R} \frac{D_{12}|(\nabla C_{1e})_\infty|}{N},$$

$$\beta = \frac{D_{12}|(\nabla C_{1e})_\infty|}{2N} \left\{ K_{DSl} + \frac{\lambda}{R} \left[K_{DSl}^R - K_{DSl}^B \times \right.\right.$$

$$\times \left(1 + 2\frac{\lambda}{R} C_D\right) + K_{TSl} \frac{\nu_e}{T_e} \frac{2P^{(e)}}{M \varkappa_i} \times$$

$$\left.\left. \times \left(C_q - K_T \frac{n^2}{n_1 n_2} C_D - \frac{C_D}{D_{12}} \frac{T_e}{P^{(e)}} \frac{K_T^{(n)}}{R} \varkappa_i \right) \right] \right\},$$

$$N = \left[1 - C_D \frac{\lambda}{R}\right], \qquad M = \left[1 - 2\frac{\varkappa_e}{\varkappa_i} - 2\frac{K_T^{(T)}}{R}\right].$$

При $\mathbf{F} = 0$ можно получить выражение для $\mathbf{U}_D$. На основании изложенного для скорости диффузиофореза получим выражение:

$$\mathbf{U}_D = U_D^* D_{12} (\nabla C_{1e})_\infty, \tag{11}$$

где

$$U_D^* = \frac{-1}{(1 - KnC_D)(1 + 2Kn_{Sl})} \times$$

$$\times \left\{ K_{DSl} + Kn \left[K_{DSl}^R - K_{DSl}^B (1 + 2KnC_D) - C_v(1 + 6KnK_{Sl}) + \right.\right.$$

$$+ K_{TSl} \frac{\nu_e}{T_e} \frac{2P^{(e)}}{\left(1 + 2\frac{\varkappa_e}{\varkappa_i} + 2\frac{K_T^{(T)}}{R}\right)\varkappa_i} \times$$

$$\left.\left. \times \left(C_q - K_T \frac{n_e^2}{n_{1e} n_{2e}} C_D \frac{C_D}{D_{12}} \frac{T_e}{P^{(e)}} \frac{K_T^{(n)}}{R} \varkappa_i \right) \right] \right\}.$$

Формула (11) является более правильной, так как в [8] не учтены коэффициенты $K_T^{(T)}$ и $K_T^{(n)}$. Скорость диффузиофореза такой частицы остается нечувствительной к учету инерционного члена в уравнениях гидродинамики [7,8,11].

Учет инерционного члена в уравнениях гидродинамики в задаче о диффузиофорезе умеренно крупной нелетучей сферической аэрозольной частицы приводит к появлению дополнительного (по сравнению с задачей Стокса) множителя $[1 + 3/8Re(1 + 2K_{Sl}\mathrm{Kn})/(1 + 3K_{Sl}Kn)]$ в выражениях для диффузиофоретической силы (10) и силы вязкого сопротивления (9).

Были проведены численные расчеты отношения диффузиофоретической силы с учетом инерционных сил (формула (10)) к силе диффузиофореза без учета этих сил ($Y = \mathbf{F}_D^{(Re)}/\mathbf{F}_D$) от Kn в интервале значений $0 \leqslant Kn \leqslant 0.3$. Значение коэффициента K_{Sl} взято для бинарной газовой смеси N_2–C_2H_2 из работы [8]. На рисунке представлены графики зависимости величины Y от Kn при различных числах Рейнольдса (Re). Из графиков видно, что с увеличением влияния инерционных сил ($0 \leqslant Re \leqslant 0.5$) величина диффузиофоретической силы увеличивается до 18% от основного эффекта. С ростом числа Re влияние числа Kn на величину Y возрастает от 0 до 0.03.

Список литературы

[1] *Deriaguin B.V., Yalamov Yu.I.* In: International Reviews in Aerosol Physics and Chemistry. V. 3. Pt. 2. Pergamon Press. Oxford–New York–Toronto–Sydney–Braunschweig, 1972. P. 1–200.

[2] *Липатов Г.И., Контуш С.М., Шингарев Г.П.* В кн.: Физика аэродисперсных систем. Киев–Одесса, 1977. В. 16. С. 79–83.

[3] *Метелкин Е.В., Яламов Ю.И.* // Изв. АН СССР. Сер. МЖГ. 1973. В. 5. С. 142–148.

[4] *Sony Y.* // Rer. Gas. Dyn. 1976. Pt. 2. P. 417–433.

[5] *Яламов Ю.И., Афанасьев А.М.* // ЖТФ. 1977. Т. 47. С. 2001–2002.

[6] *Яламов Ю.И., Редчиц В.П., Гайдуков М.Н.* // ЖТФ. 1979. Т. 49. В. 7. С. 1534–1537.

[7] *Яламов Ю.И., Галоян В.С.* Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван, 1985. 204 с.

[8] *Яламов Ю.И., Юшканов А.А., Савков С.А.* // ДАН СССР. 1988. Т. 301. В. 5. С. 1111–1114.

[9] *Алехин Е.И., Яламов Ю.И.* Математические основы решения граничных задач кинетической теории многокомпонентных газов вблизи конденсированной фазы. Учебное пособие к спецкурсу. М., 1991. 150 с.

[10] *Яламов Ю.И., Сафиуллин Р.А.* Диффузиофорез цилиндрической аэрозольной частицы в бинарной газовой смеси. М., 1994. 7с. Деп. в ВИНИТИ от 31.01.94. № 266–В94.

[11] *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. М., 1948. 612 с.

Московский педагогический университет

Поступило в Редакцию 21 июля 1994 г.