Письма в ЖТФ, том 21, вып. 1 12 января 1995 г.

01;05.1;08

АКУСТИЧЕСКИЕ СДВИГОВЫЕ ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ УПРУГОГО ТЕЛА С ПОЛИМЕРНЫМ ПОКРЫТИЕМ

В.А.Городцов

При определенных ориентациях достаточно симметричных кристаллических упругих тел относительно их поверхностей может распространяться чисто поперечная волна, скользящая параллельно поверхности в объеме тела. Если поверхность покрыта вязкой жидкостью, то волна локализуется вблизи нее, превращается в поверхностную сдвиговую волну [1–3]. С другой стороны по границе раздела упругих сред поперечные поверхностные волны не распространяются [4]. Покажем, что при учете вязких потерь в твердом теле в некоторых случаях может также происходить захват сдвиговых волн поверхностью.

Рассмотрим случай плоской границы раздела $z = 0$ между изотропной упругой средой (при $z < 0$) и вязкоупругим изотропным "твердым" телом (при $z > 0$). Вязкоупругость описываем простейшей моделью Кельвина–Фойхта с одним временем последействия θ:

$$\sigma_{ij} = \mu_0 \left(1 + \theta \frac{\partial}{\partial t}\right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha}\delta_{ij}\right).$$

Здесь u_i, σ_{ij} — компоненты вектора смещений и девиатора тензора напряжений. Упругие свойства такой среды характеризуются сдвиговым модулем упругости μ_0, а вязкие потери — вязкостью $\mu_{0\theta}$.

Поперечная поверхностная волна со смещением по оси y будет распространяться вдоль оси x:

$$u = e^{ikx - i\omega t} \begin{cases} V_0 e^{-\alpha_0 z}, & z > 0, \qquad Re\alpha_0 > 0 \\ V e^{\alpha z}, & z < 0, \qquad Re\alpha > 0 \end{cases},$$

если в силу уравнений движения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \begin{cases} \frac{\mu_0}{\rho_0}(1 + \theta\frac{\partial}{\partial t})u, & z > 0 \\ \frac{\mu}{\rho}u, & z < 0 \end{cases}$$

и граничных условий непрерывности смещений и сдвиговых напряжений на границе раздела будет удовлетворяться дисперсионные соотношения

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_0^2\\ \alpha^2\end{array}\right\} = k^2 - \omega^2 \cdot \left\{\begin{array}{ll}\frac{\rho_0}{\mu_0(1-i\theta\omega)}, & Re\alpha_0 > 0\\ \frac{\rho}{\mu}, & Re\alpha > 0;\end{array}\right. \qquad (1)$$

$$-\mu_0\alpha_0\left(1 - i\theta\omega\right) = \mu\alpha.$$

Из них следует связь между ω и k

$$k^2 = \omega^2 \frac{A\rho_0}{B\mu_0};$$

$$A \equiv \frac{\rho\mu}{\rho_0\mu_0} - 1 + i\theta\omega, \qquad B \equiv \frac{\mu^2}{\mu_0^2} - \left(1 - i\theta\omega\right)^2. \qquad (2)$$

Здесь при вещественных частотах компонента волнового вектора в плоскости границы k оказывается комплексной, т. е. волны затухают в направлении распространения.

В пределе упругого поведения обеих сред (при $\theta\omega \ll 1$) соотношения (1), как это видно, выполняться не могут. Поэтому рассмотрим противоположный случай $\theta\omega \gg 1$, когда поведение вязкоупругой среды близко вязкому. Условие распространения вдоль поверхности $\mathrm{Im}k \ll Rek$ (условие малости затухания на длине волны) подразумевает тогда (см. (2)) выполнение сильных неравенств

$$\frac{\rho\mu}{\rho_0\mu_0} \gg \theta\omega \gg 1, \qquad (3)$$

и это позволяет упростить полученные выражения для характеристик поверхностной сдвиговой волны (дополнительно полагаем $\rho \sim \rho_0$):

$$k \approx \omega\sqrt{\frac{\rho}{\mu}}\left(1 + i\theta\omega\frac{\rho_0\mu_0}{2\rho\mu}\right),$$

$$\alpha_0 \approx \frac{\mu}{\theta\omega\mu_0}\alpha^* \approx \sqrt{\frac{\omega\rho_0}{\theta\omega\mu_0}}(1 - i).$$

Подчеркнем здесь несколько обстоятельств. В рамках принятой точности при $\theta\omega \gg 1$ удовлетворяются условия равенства напряжений на границе раздела (см. (1)). В силу соотношений $Re\alpha = \mathrm{Im}\alpha$, $Re\alpha_0 = |I, \alpha_0|$ и $Rek \gg \mathrm{Im}k$ поверхностная волна должна распространяться строго вдоль границы раздела. Она захватывает, согласно неравенству

$\mathrm{Re}\,\alpha = \theta\omega\frac{\mu_0}{\mu}\,\mathrm{Re}\,\alpha_0 \ll \mathrm{Re}\,\alpha_0$, вязкоупругую среду в гораздо меньшей степени, чем упругую. Решающее условие (3) может быть выполнено при подборе жесткого упругого материала и гораздо более мягкого вязкоупругого. На роль такой пары наиболее подходят низкомолекулярный кристалл (с модулем сдвига μ) и высокомолекулярный полимерный материал (с модулем μ_0). Тогда выполнимы условия $\mu \gg \mu_0$ и $\theta\omega \gg 1$. Если полимер находится в высокоэластичном состоянии (для каждого выбранного полимера такое состояние имеет место в определенном температурном интервале), то упругие модули двух сред могут различаться на шесть порядков.

Обобщение вышеприведенного рассмотрения с учетом анизотропии кристалла затруднений не вызывает. В случае орторомбического кристалла с двумая кристаллографическими осями в плоскости свободной поверхности или гексагонального кристалла с гексагональной осью в этой плоскости могут распространяться чисто поперечные волны, скользящие параллельно поверхности в объеме кристалла. Мягкое вязкоупругое покрытие в полной аналогии с изотропным случаем превращает их в поверхностные. Вязкие потери в реальных твердых телах характеризуются довольно широкими спектрами времен последействия θ. Выполненное рассмотрение касается упрощенной ситуации с резким максимумом в спектре. При необходимости оно легко обобщается. В пьезокристаллических твердых телах поверхностные сдвиговые волны Гуляева-Блюштейна могут распространяться, и они будут модифицироваться при полимерном покрытии кристалла.

Таким образом, теоретически показана возможность распространения высокочастотной сдвиговой волны на поверхности раздела твердых тел с сильно различающимися модулями упругости при учете диссипативных потерь.

Список литературы

[1] *Бирюков С.В., Гуляев Ю.В., Крылов В.В., Плесский В.П.* Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. М., 1991. 416 с.

[2] *Плесский В.П., Тен Ю.А.* // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. В. 5. С. 296–300.

[3] *Плесский В.П., Тен Ю.А.* // Акустический журнал. 1985. Т. 31. В. 4. С. 553–554.

[4] *Викторов И.А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М., 1981. 288 с.

Поступило в Редакцию
28 мая 1994 г.