01;07

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ВЫБОРА ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЕ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

В.В.Мозалевский, Л.В.Дорошева

В математическом моделировании систем дистанционного зондирования [1–3] особый интерес представляет обратная задача: "восстановление" исходного изображения по результатам регистрации излучения бортовыми приборами космического аппарата. Математическая формулировка этой задачи сводится к интегральному уравнению первого рода

$$Au = f, u \in U, f \in F, \tag{1}$$

где u — искомая функция, f — известная функция (входные данные, т. е. регистрируемое излучение), A — линейный оператор преобразования $U \to F$, U и F — некоторые метрические пространства. Поскольку f — результат эксперимента и известен приближенно, задача (1) оказывается некорректной [4] и необходима та или иная регуляризация ее решения. Обычно полагают $F \subset L_2$; принадлежность множества U к какому-либо функциональному пространству конкретизируется в зависимости от порядка регуляризации [4].

Напомним, что в оптико-электронной системе (ОЭС) связь входной функции f с выходной u в прямой задаче определяется интегралом свертки входной функции f с функцией влияния K (в оптике — функцией рассеяния) точечного источника

$$u(x) = (K * f)(x) \equiv \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} K(x_1 - s_1, x_2 - s_2) f(s_1, s_2) ds_1 ds_2,$$

$$-\infty < x_1 < +\infty, \qquad -\infty < x_2 < +\infty.$$

Метод преобразований Фурье позволяет получить регуляризованное решение обратной задачи (1) в виде [4]:

$$u_\alpha(x) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\check{f}(\omega)\check{K}(\omega)\exp[i(\omega, x)]}{L(\omega) + aM(\omega)} d\omega, \tag{2}$$

где $L(\omega) = \breve{K}(\omega)\breve{K}(-\omega)$, $M(\omega) = M(-\omega)$, $M(\omega) > 0$ при $\omega \neq 0$; $\breve{f}(\omega)$ и $\breve{K}(\omega)$ — двумерные фурье-образцы функций $f(x)$, $x = (x_1, x_2)$; $\omega = (\omega, \omega_2)$ и $K(\Delta)$, $\Delta = (x_1 - s_1, x_2 - s_2)$; $M(\omega)$ — регуляризирующая функция, $\alpha > 0$ — параметр регуляризации.

В последние годы появились новые варианты итерационных методов решения некорректных задач [5] и комбинация метода регуляризации с экстраполяцией [6]. Однако численное решение многомерных задач приводит к трудоемким вычислениям [2,3].

Данная работа посвящена разработке способа выбора параметра регуляризации и регуляризирующей функции на основе учета предельных "изобразительных" возможностей оптического звена ОЭС.

Пусть входные данные $\tilde{f}(x)$, описывающие некоторый ландшафт земной поверхности, имеют детерминированную и случайную составляющие. Будем полагать, что детерминированная составляющая $\bar{f}(x)$ задана дискретно и аппроксимируется кусочно-постоянными функциями. Пусть составляющая $\bar{f}(x)$ имеет резкий скачок в альбедо в направлении оси $x_1 : q(x_1) = \bar{q}$, если $x_1 < 0$, и $\tilde{q}(x_1) = \bar{q} + \Delta q$, если $x_1 \geqslant 0$.

В силу разных причин (изменение направления отражения от листвы при ветренной погоде; изменение поглощения и рефракции света за счет испарений от нагретой влажной почвы и др.) возникают временные вариации альбедо и интенсивности света, попадающего на приемник излучения при $x_1 > 0$. Вдали от границы раздела областей с разными альбедо угловые отклонения направлений отраженного потока (строго говоря — максимума индикатрисы отражения) во времени и в пределах апертурного угла усредняются. Вблизи границы скачка в поле зрения объектива будут попадать одновременно точки поверхности с разными альбедо ($\bar{q}$ и $\tilde{q}$); картина резкого перехода при $x_1 = 0$ окажется несколько размытой (аналогичные явления имеют место при учете статистических факторов зернистости фотоматериалов [7]). Чтобы учесть процесс размытия границы перехода без привлечения автокорреляционной функции и энергетического спектра случайной функции, введем "эффективную" функцию размытия линии $q(s)$. Это позволяет рассматривать результирующую функцию как свертку этой "эффективной" функции рассеяния с детерминированным сигналом $\bar{f}(x)$:

$$\tilde{f}(x) = (q^* \bar{f})(x). \tag{3}$$

Для дальнейшего примем, следуя [8], $\check{q}(\omega) = F[q(s)]$ в виде

$$\check{q}(\omega) = \exp(-\alpha|\omega|).$$

Здесь в общем случае двумерного скачка $|\omega| = |\omega_1| + |\omega_2|$, а для аппроксимации функций "размытия точки" принята зависимость

$$q(s_1, s_2) = \left[\pi^2\alpha^2\left(1 + \frac{s_1^2}{\alpha^2}\right)\left(1 + \frac{s_2^2}{\alpha^2}\right)\right]^{-1}, \tag{4}$$

где параметр $\alpha > 0$ характеризует размер пятна рассеяния оптического звена.

В интерпретации (3) функции $\tilde{f}(x)$ задача (1) оказывается поставленной корректно, а ее решение может быть представлено в виде

$$\tilde{u}(x) = F^{-1}\left[\frac{\check{f}(\omega)\exp(-\alpha|\omega|)}{\check{K}(\omega)}\right], \tag{5}$$

где F^{-1} — оператор обратного преобразования Фурье и учтено, что реальная ОЭС передает ограниченный спектр пространственных частот $|\omega| \in [0, \omega_n]$ (ω_n — предельная передаваемая частота) и в силу этого $1/|\check{K}(\omega)| < \infty$. Как известно [4], регуляризирующая функция $\varphi(\alpha, \omega)$, в частности $\alpha M(\omega)$, должна удовлетворять определенным условиям. Нетрудно доказать, что $\exp(-\alpha|\omega|)$ удовлетворяет всем условиям, кроме

$$\forall\alpha > 0 \frac{\varphi(\alpha, \omega)}{\check{K}(\omega)} \in L_2(-\infty, +\infty).$$

Рассмотрим это требование. Функция принадлежит пространству Лебега, если

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|\frac{\varphi(\alpha, \omega)}{\check{K}(\omega)}\right|^2 d\omega < \infty. \tag{6}$$

В [2] и [8] предложены аппроксимации

$$|\check{K}(\omega)| = \sum_{k=1}^{n} a_k \exp(-b_k|\omega|), \tag{7}$$

где $b_k > 0$ для $\forall k$, а коэффициенты a_k и b_k в (7) выбираются такими, что $b_k \to \infty$, $a_k \to 0$ при $k \to \infty$. При $\omega \to \omega_n$ в (7) остается только одно слагаемое $a_1 \exp(-b_1|\omega_n|)$. Условие (6) дает оценку параметра α при $\omega = \omega_n$

$$\alpha > 2b. \tag{8}$$

При условии (8) $\exp(-\alpha|\omega|)$ удовлетворяет всем требованиям к регуляризирующим функциям и, следовательно, (5) — регуляризирующий функционал. Функционал (5), как и (2), дает приближенное решение задачи (1) и, в общем случае, $u_a(x) \neq \tilde{u}(x)$. Наложив условие $u_a(x) = \tilde{u}(x)$ и, сравнивая (2) и (5), получим выражение для регуляризирующей функции $M(\omega)$, зависящей от $L(\omega) = |\breve{K}(\omega)|^2$:

$$M(\omega) = |\breve{K}(\omega)|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^{n-1} \frac{|\omega|^n}{n!} \approx |\breve{K}(\omega)|^2 \sum_{m=0}^{p} \alpha^m \frac{|\omega|^{m+1}}{(m+1)!}, \tag{9}$$

где p — порядок регуляризации.

Функционалы (2) и (5) дают сглаженные решения задачи (1). Для ОЭС физически это означает потерю в решении информации о высших гармониках изображения, что эквивалентно расфокусировке оптической системы и потере разрешающей способности. Во избежание излишнего сглаживания в (9) целесообразно ограничиться регуляризацией, например первого порядка. Тогда решение $\tilde{u} \in U$, а $U \subset W_2^1$ и $\tilde{u}(x)$ равномерно сходится к $u_\alpha(x)$ при $\alpha \to 0$.

При аппроксимации (7) для вычисления коэффициента a_1 и b_1 удобно воспользоваться двумя опорными частотами: верхней $\omega^{\text{в}} = \omega_n$ и нижней $\omega^{\text{н}} = \omega_n/2$, что дает

$$b_1 \approx \frac{2}{\omega_n} \ln \left| \frac{\breve{K}(\omega_n/2)}{\breve{K}(\omega_n)} \right|.$$

Тогда для значения параметра α, согласованного с функцией $\breve{K}(\omega)$, получаем оценочную зависимость

$$\alpha \approx \frac{4}{\omega_n} \ln \left| \frac{\breve{K}(\omega_n/2)}{\breve{K}(\omega_n)} \right|. \tag{10}$$

В ряде случаев известна не $\breve{K}(\omega)$, а функция влияния $K(s)$. Аппроксимируя $K(s)$ функцией $q(x)$ из (5) и рассматривая $K(s)$ на уровне полуширины функции влияния, т. е. $K(s_0) = 1/2K(0)$, находим $\alpha = s_0$, где $2s_0$ — размер пятна рассеяния оптического звена на (уровне 1/2 высоты функции влияния).

Полученные зависимости для $M(\omega)$ и α позволяют уменьшить поле искомых значений параметра и, тем самым, сократить объем вычислений.

Список литературы

[1] *Креков Г.М., Орлов В.М., Белов В.В.* и др. Имитационное моделирование в задачах оптического дистанционного зондирования. Новосибирск: Наука, 1988. 185 с.

[2] *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Иолтуховский А.А.* Метод характеристик в задачах атмосферной оптики. М.: Наука, 1990. 296 с.

[3] *Росс Ю.К., Князихин Ю.В., Кууск А.Э.* и др. Математическое моделирование переноса радиации в растительных средах. СПб.: Гидрометеоиздат, 1990. 198 с.

[4] *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 223 с.

[5] *Грынь В.И.* // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 1992. Т. 32. В. 11. С. 1821–1824.

[6] *Семенчева О.П., Смолик Ч.К.* // Весцi АН БССР. 1990. В. 6. С. 117.

[7] *О'Нейл Э.* Введение в статистическую оптику. М.: Мир, 1966. 254 с.

[8] *Мозалевский В.В.* Математическое моделирование электрофотографического канала. Минск: Наука и техника, 1984. 232 с.

Мозырский государственный
педагогический институт
им. Н.К. Крупской
Беларусь

Поступило в Редакцию
8 октября 1994 г.