01;03

СОВМЕСТНОЕ ДЕЙСТВИЕ МИКРОГРАВИТАЦИИ И СИЛЫ КОРИОЛИСА НА ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В СРЕДНЕЙ ЧАСТИ ТРЕХМЕРНОЙ ТОНКОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

В.С.Юферев, Э.Н.Колесникова

При проведении материаловедческих экспериментов в условиях невесомости необходимо учитывать не только микрогравитацию, но и силу Кориолиса, возникающую в общем случае в результате любого вида вращения орбитальной станции, и в частности вследствие ее вращения вокруг Земли. В работе [1] на простом примере направленной кристаллизации полубесконечного слоя расплава было показано, что совместное действие гармонической модуляции силы тяжести и силы Кориолиса может приводить к усилению конвекции, причем это усиление имеет резонансный характер и максимум среднеквадратичной за период колебания скорости конвекции достигается на частоте модуляции равной удвоенной угловой скорости вращения спутника. Однако рассмотренная модель полубесконечного слоя расплава является слишком идеализированной и для оценки реальной значимости обнаруженного эффекта необходимо исследовать конвективное движение жидкости в ограниченной трехмерной области. С другой стороны, является очевидным, что численное решение нестационарных трехмерных задач конвекции все еще остается весьма сложной проблемой. Поэтому для подтверждения существования эффекта усиления конвекции желательно найти такую постановку задачи, которая, моделируя течение в ограниченном объеме, позволила бы снова получить решение в аналитическом виде. Указанная цель может быть достигнута, если рассмотреть конвекцию в тонком прямоугольном параллелепипеде, высота которого существенно меньше остальных двух его измерений.

Пусть грани параллелепипеда параллельны координатным плоскостям, а ось $0Z$ перпендикулярна его основанию. Пусть далее сила тяжести направлена вдоль оси $0X$ и изменяется по гармоническому закону $g_x = g_0 \exp(i\omega t)$, вектор угловой скорости вращения спутника Ω параллелен оси $0Z$, а поле температуры является линейной функцией

$T = T_0 + Gz$. Тогда в средней части параллелепипеда вектор скорости конвекции будет иметь практически только две компоненты u_x и $u_{y'}$, зависящие от одной поперечной координаты z.

В приближении Буссинеска уравнения импульсов для этих компонент могут быть записаны в следующем безразмерном виде:

$$u_x'' - i\omega u_x + 2\Omega u_y = z + c_x,$$

$$u_y'' - i\omega u_y - 2\Omega u_x = c_y \tag{1}$$

при $z = 0$ и $z = 1$ $u_x = u_y = 0$.

Здесь координата z нормирована на высоту параллелепипеда h, время — на h^2/ν, частота модуляции ω и угловая скорость вращения Ω — на ν/h^2, а скорость конвекции — на $g_0\beta G h^3 \nu^{-1}$, где β — коэффициент теплового расширения жидкости, а ν — ее кинематическая вязкость. Постоянные c_x и c_y в (1) являются компонентами градиента давления и должны находиться из условия равенства расхода жидкости в направлении осей $0X$ и $0Y$ соответственно. Необходимо отметить также, что компоненты скорости (u_x, u_y) градиента давления (c_x, c_y) в (1) являются комплексными амплитудами, а зависимость скорости от времени содержится в гармонической составляющей решения $\exp(i\omega t)$.

Решение задачи (1) для комплексных амплитуд имеет вид

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \frac{i}{4(2\Omega + \omega)} \frac{-\operatorname{sh}(r_1 z) + \operatorname{sh}(r_1(1-z))}{\operatorname{sh}(r_1)} + \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \times$$

$$\times \frac{i}{4(2\Omega - \omega)} \frac{\operatorname{sh}(r_2 z) - \operatorname{sh}(r_2(1-z))}{\operatorname{sh}(r_2)} + \begin{pmatrix} -\omega i \\ 2\Omega \end{pmatrix} \frac{1}{4\Omega^2 - \omega^2}(z - 0.5),$$

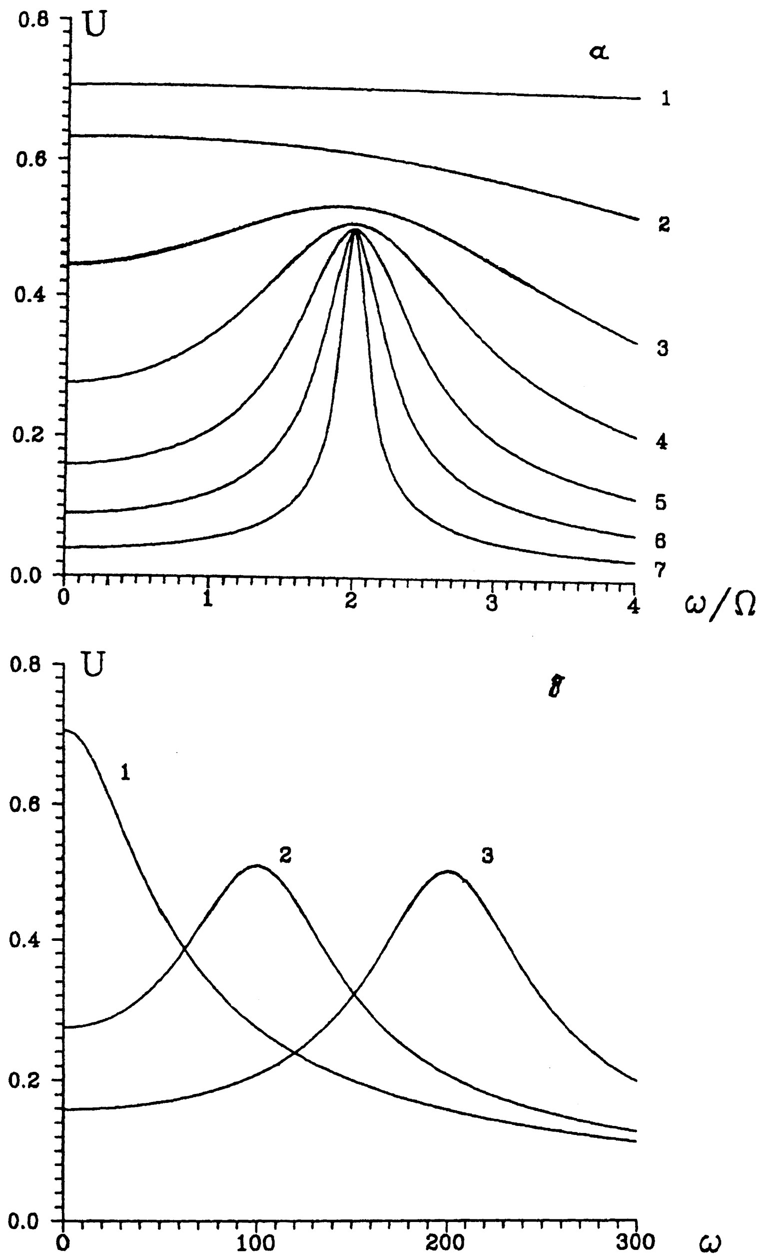
где $r_{1,2} = (1+i)(0.5(\omega \pm 2\Omega))^{1/2}$.

При этом оказалось, что константы $c_{x'}$ и c_y равны 0.5 и нолю соответственно.

В качестве характеристики интенсивности конвекции используем максимум среднеквадратичной (за период колебания) скорости движения жидкости

$$U = \max_z \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\mathbf{u}(z,t)|^2 d\omega t \right)^{1/2} = \left(0.5 \left(|u_x|^2 + |u_y|^2\right)\right)^{1/2}.$$

Зависимость U от частоты модуляции при различных значениях угловой скорости вращения представлена на рисунке. При этом U нормирована на максимальное значение



Зависимость максимальной среднеквадратичной скорости конвекции от частоты модуляции микроускорений.
а: *1* — $\Omega = 1$, *2* — 10, *3* — 20, *4* — 50, *5* — 100, *6* — 200, *7* — 500.
б: *1* — $\Omega = 1$, *2* — 100, *3* — 200.

скорости в случае, когда ω и Ω равны нулю. Видно, что, как и в работе [1], для полубесконечного слоя жидкости, с увеличением Ω интенсивность конвекции в области конечного размера также стремится к нулю при любых значениях частоты модуляции ω, кроме частоты равной удвоенной угловой скорости вращения спутника. На этой же частоте максимальная среднеквадратичная скорость конвекции стремится к половине той скорости, которую имела бы жидкость под действием постоянного ускорения силы тяжести g_0 в отсутствие силы Кориолиса. Таким образом, возникает эффект резонансного усиления конвекции при $\omega = 2\Omega$.

Указанное поведение решения можно легко объяснить, если снова обратиться к уравнениям (1). Умножая второе уравнение системы на мнимую единицу и прибавляя и вычитая его из первого уравнения, получим

$$(u_x + iu_y)'' - i(\omega + 2\Omega)(u_x + iu_y) = z - 0.5,$$

$$(u_x - iu_y)'' - i(\omega - 2\Omega)(u_x - iu_y) = z - 0.5. \tag{2}$$

Отсюда при $\omega = 2\Omega$ получаем, что $u_x - iu_y$ не зависит ни от частоты модуляции ω, ни от угловой скорости вращения Ω. Если же, кроме того, $\Omega \to \infty$, то из первого уравнения (2) следует, что $u_x = -iu_y$, а из второго, что $u'' = 0.5(z-0.5)$. Следовательно, не только максимальное значение среднеквадратичной скорости, но и профили модуля компонент скорости u_x и u_y, а следовательно, и распределение среднеквадратичной скорости по высоте параллелепипеда будут равны половине распределения скорости конвекции при отсутствии силы Кориолиса и модуляции силы тяжести. Необходимо отметить также, что уравнения типа (2) можно получить и в общем случае трехмерного течения, когда имеются все три компоненты вектора скорости.

Таким образом, эффект взаимной компенсации действия силы Кориолиса и модуляции силы тяжести в окрестности резонансной частоты может возникать и в случае конвекции жидкости в ограниченной области и, следовательно, без учета силы Кориолиса моделирование материаловедческих экспериментов на орбите и правильная интерпретация их результатов едва ли возможны.

Список литературы

[1] *Юферев В.С.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 3. С. 18–21.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе, РАН
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
22 декабря 1994 г.