

01;10
©1995

СЛИППИНГ-НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

М.Г.Никулин, А.В.Шаталов

Слиппинг-неустойчивость является одной из возможных неустойчивостей сплошного электронного пучка, распространяющегося в вакууме во внешнем продольном магнитном поле $[1-3]$. Она относится к неустойчивостям конвективного типа и обусловлена неоднородностью радиального распределения продольной скорости электронов, возникающей за счет электростатического потенциала нескомпенсированного заряда пучка. Неустойчивость связана с радиальным дрейфом электронов в скрещенных равновесном магнитном поле и электрическом поле возмущений в пучке. В случае раскачки дипольной моды пучок как целое отклоняется от оси, что может послужить затравкой для неустойчивости обрыва импульса или ионной шланговой неустойчивости. Нарастание мелкомасштабных поперечных мод может изменить микроструктуру пучка и увеличить его эмиттанс.

Слиппинг-неустойчивость релятивистского электронного пучка (РЭП) в необходимом для этого случая непотенциальном приближении рассматривалась в $[4-6]$. В предлагаемой работе проведено исследование слиппинг-неустойчивости РЭП в более общей постановке, развитой ранее для нерелятивистского случая в работе $[7]$. Это позволило получить ряд новых результатов. В частности показано, что при учете самофокусировки РЭП область неустойчивости с ростом релятивизма смещается как целое в сторону положительных (отрицательных) значений продольных волновых чисел при положительных (отрицательных) азимутальных числах. При этом в область неустойчивости попадают возмущения с нулевым спиральным углом, которые при определенных условиях могут стать наиболее быстрорастущими.

Рассматривается цилиндрический релятивистский электронный пучок с однородной плотностью n_0 и радиусом a , инжектируемый с эквипотенциального катода и распространяющийся в вакуумной трубе дрейфа того же радиуса. Удержание пучка в равновесии осуществляется однородным внешним продольным магнитным полем $B_{0z}e_z$. В равновесном состоянии пучок имеет скорость $v_0 = v_{0z}(r)e_z + v_{0\varphi}(r)e_\varphi$ с нерелятивистской азимутальной составляющей

$v_{0\varphi} = r\omega_e(r)$, где $\omega_e(r)$ — угловая скорость электронов. Пучок предполагается сильно замагниченным и относительно слаботочным в соответствии с неравенствами

$$\varepsilon \equiv \frac{\omega_b^2}{\gamma_0 \omega_c^2} \ll 1, \quad \mu \equiv \frac{\omega_b^2 a^2}{4\gamma_0 c^2} = \frac{I}{I_A} \ll 1, \quad \gamma_0^2 \beta_0^2, \quad (1)$$

где $\omega_b^2 = 4\pi n_0 e^2/m$, $\omega_c = eB_{0z}/mc$; $-e$ и m — заряд и масса покоя электрона, c — скорость света, I — ток пучка, $I_A = mc^3 \gamma_0 \beta_0 / e$ — ток Альфвена, $\beta_0 = v_0/c$, $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$. Для медленного вращения пучка при условиях (1) можно пренебречь центробежным расталкиванием в балансе радиальных сил и слабой радиальной неоднородностью ω_e , что приводит к выражениям

$$\omega_e = \frac{\omega_b^2}{2\gamma_0^2 \omega_c}, \quad v_{0z} = v_{00} \left(1 + \frac{\mu}{\gamma_0^2 \beta_0^2} \frac{r^2}{a^2} \right). \quad (2)$$

Устойчивость данного равновесного состояния относительно малых спиральных в общем случае возмущений вида $u = u_1(r) \exp i(l\varphi + k_z z - \omega t)$ исследуем путем решения линейризованных уравнений движения и непрерывности для электронной жидкости и волновых уравнений для электромагнитных потенциалов. При этом будем интересоваться устойчивостью в окрестности черенковского резонанса спиральной волны

$$\omega = \mathbf{k}\mathbf{v}_0, \quad (3)$$

где $\mathbf{k} = k_\varphi \mathbf{e}_\varphi + k_z \mathbf{e}_z$, $k_\varphi = l/r$, оставляя в уравнениях только члены высшего порядка по $\omega_d^{-1} \equiv (\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0)^{-1}$. Остальные члены дают относительно малые поправки порядка μ . Система исходных уравнений сводится в этом случае к уравнению для обобщенного потенциала $\Phi_1 = \phi_1 - \mathbf{v}_0 \mathbf{A}_1 / c$ в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d\Phi_1}{dr} - \frac{l^2}{r^2} \Phi_1 - \left(k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \Phi_1 = \frac{\omega_b^2 (\mathbf{k}\boldsymbol{\omega}_g)(\mathbf{k}\mathbf{v}_0)}{\gamma_0^2 \gamma_0^3 \omega_d^2 (\boldsymbol{\omega}_g \mathbf{v}_0)} \Phi_1, \quad (4)$$

где ϕ_1 и \mathbf{A}_1 — скалярный и векторный потенциалы поля, $\boldsymbol{\omega}_g = \omega_{g\varphi} \mathbf{e}_\varphi + \omega_{gz} \mathbf{e}_z$, $\omega_{g\varphi} = -eB_{0\varphi}/mc$, $\omega_{gz} = -\omega_c + 2\gamma_0 \omega_e$, $B_{0\varphi}$ — равновесное азимутальное магнитное поле пучка. Если, следуя [8], пренебречь в коэффициентах уравнения (4) слабой радиальной неоднородностью равновесных характеристик пучка, то оно сводится к уравнению Бесселя. Использование естественных граничных условий для решения уравнения (4) на оси и проводящих стенках трубы дрейфа приводит к дисперсионному уравнению

$$(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0)^2 = \frac{\omega_b^2 (\mathbf{k}\boldsymbol{\omega}_g)(\mathbf{k}\mathbf{v}_0)}{\gamma_0^2 \gamma_0^3 k_\perp^2 (\boldsymbol{\omega}_g \mathbf{v}_0)}, \quad (5)$$

где $k_{\perp} = \nu_{ln}/a$, ν_{ln} — n -ый нуль функции Бесселя $J_l(x)$. Уравнение (5) близко по форме аналогичному уравнению из работы [7], но получено для резонанса (3) при условиях (1) с учетом непотенциальности, релятивизма и самофокусировки пучка в предположении экvipотенциальности катода. В то же время учет указанных факторов проведен полнее, чем в [4-6].

Решение уравнения (5) относительно ω при действительных значениях k_z показывает, что неустойчивость имеет место в интервале шириной $\Delta k_z = k_0$:

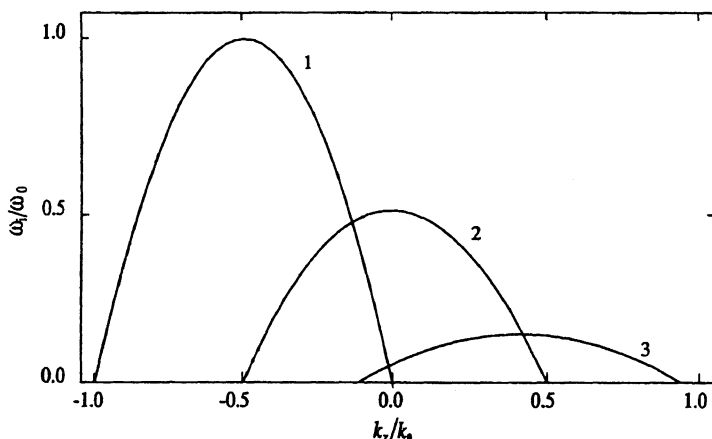
$$-(1 - \beta_0^2) k_0 < k_z < \beta_0^2 k_0, \quad k_0 \equiv l\omega_b^2 / 2\omega_c v_{0z}, \quad (6)$$

где для определенности считается $l > 0$ и ввиду (1) используется, как и ниже, β_0 вместо β_{0z} . Максимальный временной инкремент достигается в середине интервала (6) при $k_{zm} = \frac{1}{2}(\beta_0^2 - \frac{1}{2})k_0$ и равен

$$\omega_{im} = \gamma_0^{5/2} \omega_0, \quad \omega_0 \equiv \frac{l\omega_b^3}{4\nu_{ln}\omega_c v_{0z}}. \quad (7)$$

Отметим, что при $\beta_0 \ll 0$ из (6), (7) получаются известные результаты для нерелятивистского пучка в вакууме [1-3].

В случае действительных значений ω неустойчивость развивается в интервале $0 < \omega < k_0 v_{0z}$ с максимальным пространственным инкрементом $k_{im} = \omega_{im} / v_{0z}$ при $\omega_m = \frac{1}{2} k_0 v_{0z}$.



Инкремент неустойчивости ω_i в зависимости от волнового числа k_z при различных значениях γ_0^2 :

1 — $\gamma_0^2 = 1.04$, 2 — $\gamma_0^2 = 2$, 3 — $\gamma_0^2 = 9$.

Из условия $k_{im}L \geq 1$ можно оценить пороговый ток I_c в системе длиной L :

$$I_c = \frac{mc^3}{e} \gamma_0^{5/3} \beta_0^{7/3} \left[\frac{\nu_{ln} a^2 \omega_c}{2lLc} \right]^{2/3}. \quad (8)$$

Анализ полученных выше соотношений показал следующее. Для развития слиппинг-неустойчивости гировектор ω_g и скорость частицы v_0 не должны лежать на одной прямой (см. уравнение (5)). Это возможно за счет вращения ($\omega_e \neq 0$) и/или за счет самофокусировки ($\omega_{g\varphi} \neq 0$) пучка. Поведение инкремента неустойчивости $\omega_i(k_z)$ в зависимости от степени релятивизма представлено на рисунке. В нерелятивистском случае ($\beta_0^2 \ll 1$, кривая 1) неустойчивость связана с вращением пучка, причем неустойчивая спиральная волна бежит навстречу пучку ($\text{Re } \omega/k_z < 0$). При $\beta_0^2 = \frac{1}{2}$ (кривая 2) максимальным инкрементом обладают возмущения с $k_z = 0$, вытянутые вдоль оси z и бегущие по азимуту. В ультрарелятивистском пределе ($\gamma_0^2 \gg 1$, кривая 3) неустойчивость обусловлена самофокусировкой, а неустойчивая волна бежит в сторону распространения пучка. Инкремент неустойчивости с ростом релятивизма падает пропорционально $\gamma_0^{-5/2}$, тогда как пороговый ток растет как $\gamma_0^{5/3}$.

Список литературы

- [1] Михайловский А.Б., Рухадзе А.А. // ЖТФ. 1965. Т. 35. В. 12. С. 2143–2149.
- [2] Лейман В.Г. Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1969. В. 5. С. 16–25.
- [3] Roste J.A., Briggs R.J. // Phys. Fluids. 1972. V. 15. N 5. P. 796–804.
- [4] Карбушев Н.И., Рухадзе А.А., Удовиченко С.Ю. // Краткие сообщ. по физике. М.: ФИ АН СССР, 1984. В. 10. С. 26–29.
- [5] Карбушев Н.И., Удовиченко С.Ю. // ЖТФ. 1983. Т. 53. В. 9. С. 1706–1709.
- [6] Литман В.Г., Рыбак П.В. Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39. В. 8–9. С. 1422–1425.
- [7] Лейман В.Г., Литвинцева С.П., Овсянникова О.В., Родионов И.Д. // Препринт № 145. М.: ИПМ АН СССР, 1987. 26 с.
- [8] Лейман В.Г., Никулин М.Г., Розанов Н.Е. // ЖТФ. 1989. Т. 59. В. 4. С. 111–117.

Московский радиотехнический
институт РАН

Поступило в Редакцию
19 ноября 1994 г.