09;10

ВЗРЫВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХСКОРОСТНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С ОБРАТНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

Н.М.Рыскин, Д.И.Трубецков

Взрывная неустойчивость в системах, содержащих электронные потоки и электромагнитные поля, представляет определенный интерес для генерации высокочастотных колебаний. Ранее теоретически и экспериментально исследовалась взрывная неустойчивость при взаимодействии электронного потока с полем резонатора, образованного отрезком спиральной замедляющей системы (см., например, [1]). Однако приборов, действие которых основано на взрывной неустойчивости, не существует.

В настоящей работе изучается возможность использования взрывной неустойчивости в системе двух попутных электронных потоков, взаимодействующих с полем обратной электромагнитной волны (ЭМВ), для генерации высокочастотных колебаний. В качестве исходной примем следующую систему гидродинамических уравнений:

$$\frac{\partial v_1}{\partial t}+\frac{\partial v_1}{dx}+v_1\frac{\partial v_1}{\partial x}=\frac{\partial\varphi}{\partial x}-E. \tag{1a}$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t}+\mu\frac{\partial v_2}{\partial x}+v_2\frac{\partial v_2}{\partial x}=\frac{\partial\varphi}{\partial x}-E, \tag{1б}$$

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}+\frac{\partial\rho_1}{\partial x}+\frac{\partial v_1}{\partial x}+\frac{\partial(\rho_1v_1)}{\partial x}=0, \tag{2a}$$

$$\frac{\partial\rho_2}{\partial t}+\mu\frac{\partial\rho_2}{\partial x}+\delta\frac{\partial v_2}{\partial x}+\frac{\partial(\rho_2v_2)}{\partial x}=0, \tag{2б}$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial^2}-k_\perp^2\varphi=\rho_1+\rho_2, \tag{3}$$

где (1) — уравнения движения, (2) — уравнения непрерывности, а (3) — уравнение Пуассона, при выводе которого считалось, что силы кулоновского отталкивания между различными сечениями электронного потока экспоненциально спадают с расстоянием, а статический пространственный заряд полностью скомпенсирован неподвижным ионным фоном. В уравнениях (1)–(3) все величины являются безразмерными: возмущения скоростей v_j и плотностей заряда $\rho_j (j = 1, 2)$ нормированы на невозмущенные значения для первого потока v_{01} и ρ_{01}, потенциал поля пространственного заряда φ — на v_{01}^2/η, напряженность поля ЭМВ E — на $v_{01}\omega_{p1}/\eta$, время t — на ω_{p1}^{-1}, а координата x — на v_{01}/ω_{p1}, где $\omega_{p1} = (\eta\rho_{01}/\varepsilon_0)^{1/2}$ — плазменная частота первого потока, η — удельный заряд электрона. Величины μ и δ представляют собой отношения невозмущенных скоростей и плотностей заряда: $\mu = v_{02}/v_{01}$, $\delta = \rho_{02}/\rho_{01}$. Параметр $k_\perp$ характеризует скорость спадания кулоновских сил с расстоянием.

Систему (1)–(3) следует дополнить уравнением возбуждения замедляющей системы (ЗС), которое запишем в виде

$$\hat{D}(E) = -C^3\partial^2(\rho_1 + \rho_2)/\partial t^2, \tag{4}$$

где $\hat{D}$ — линейный оператор, отвечающий дисперсионной характеристике ЗС, а $C = (I_{01}K/4V_{01})^{1/3}$ — параметр усиления Пирса первого потока ($I_{01} = \rho_{01}v_{01}S_\perp$) — постоянный ток, K — сопротивление связи, которое для простоты будем полагать одинаковым для обоих потоков, $V_{01} = v_{01}^2/2\eta$ — ускоряющее напряжение).

Покажем, что в описанной системе можно реализовать взрывную неустойчивость при взаимодействии двух медленных волн пространственного заряда (ВПЗ) с ЭВМ. Для получения уравнений для медленно меняющихся амплитуд волновых пакетов воспользуемся традиционным методом многомасштабных разложений [2], в соответствии с которым в первом порядке малости решение будем искать в виде суммы трех квазимонохроматических волновых пакетов, частоты и волновые векторы которых удовлетворяют условиям трехволнового резонанса

$$\omega_3 = \omega_2 + \omega_1, \qquad k_3 = k_2 + k_1. \tag{5}$$

В дальнейшем будем полагать, что частоты $\omega_{1,2}$ лежат вне полосы пропускания ЗС, а электронные потоки находятся в синхронизме только с прямыми пространственными гармониками (рис. 1). Также предположим, что точки (ω_1, k_1) и (ω_2, k_2) на дисперсионной диаграмме лежат вдалеке от точки синхронизма быстрой ВПЗ в медленном потоке и медленной — в быстром, а $C^3 \ll 1$. Тогда можно считать, что $\omega_{1,2}$ и $k_{1,2}$ приближенно связаны дисперсионными соотношениями для ВПЗ в невзаимодействующих потоках

$$(\omega_1 - k_1)^2 \cong \omega_q^2(k_1), \qquad (\omega_2 - \mu k_2)^2 \cong \delta\omega_q^2(k_2), \tag{6}$$

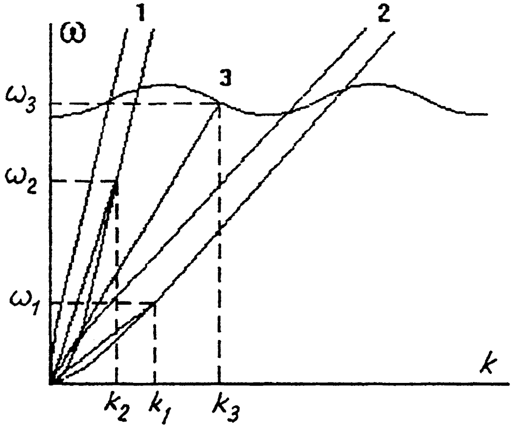

Рис. 1. Расположение частот и волновых векторов на дисперсионной диаграмме, при котором возможна взрывная неустойчивость: *1*, *2* — дисперсионные характеристики потоков, *3* — дисперсионная характеристика электромагнитной волны.

а ω_3 и k_3 — "холодным" дисперсионным соотношением ЗС $D(\omega_3, k_3) \cong 0$, где $\omega_q^2(k) = k^2/(k^2 + k_\perp^2)$, $D(\omega, k) = \hat{D}[\exp(i\theta)]$. Кроме того, будем считать, что $\mu - 1 \sim 1$ (скорости потоков различаются существенно), $\delta \sim 1$ (значения плотности близки).

Требуя уничтожения секулярных членов во втором порядке малости, получаем систему уравнений трехволнового взаимодействия [2,3]

$$\frac{\partial A_{1,2}}{\partial T} + u_{1,2}\frac{\partial A_{1,2}}{\partial X} = \sigma_{1,2} A_{2,1}^* A_3. \tag{7а}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial T} - u_3\frac{\partial A_3}{\partial X} = \sigma_3 A_1 A_2. \tag{7б}$$

где $A_{1,2}$ — амплитуды потенциала на частотах $\omega_{1,2}$, A_3 — амплитуда ЭВМ на частоте ω_3, а T и X — "медленные" время и координата. Групповая скорость ЭВМ u_3 в (7б) имеет знак "–", так как эта волна является обратной пространственной гармоникой. Групповые скорости ВПЗ определяются формулами

$$u_1 \cong 1 \pm k_\perp^2/(k_1^2 + k_\perp^2)^{3/2}, \tag{8}$$

$$u_2 \cong \mu \pm \delta k_\perp^2/(k_2^2 + k_\perp^2)^{3/2}, \tag{9}$$

а коэффициенты σ_j — формулами

$$\sigma_1 \cong \mp\frac{\omega_q^2(k_1)k_2^2}{(\mu-1)^2 k_1^2}\left[\frac{k_1^3}{k_2^3} + \frac{\omega_q^2(k_1)}{\omega_q^2(k_2)}\right], \tag{10}$$

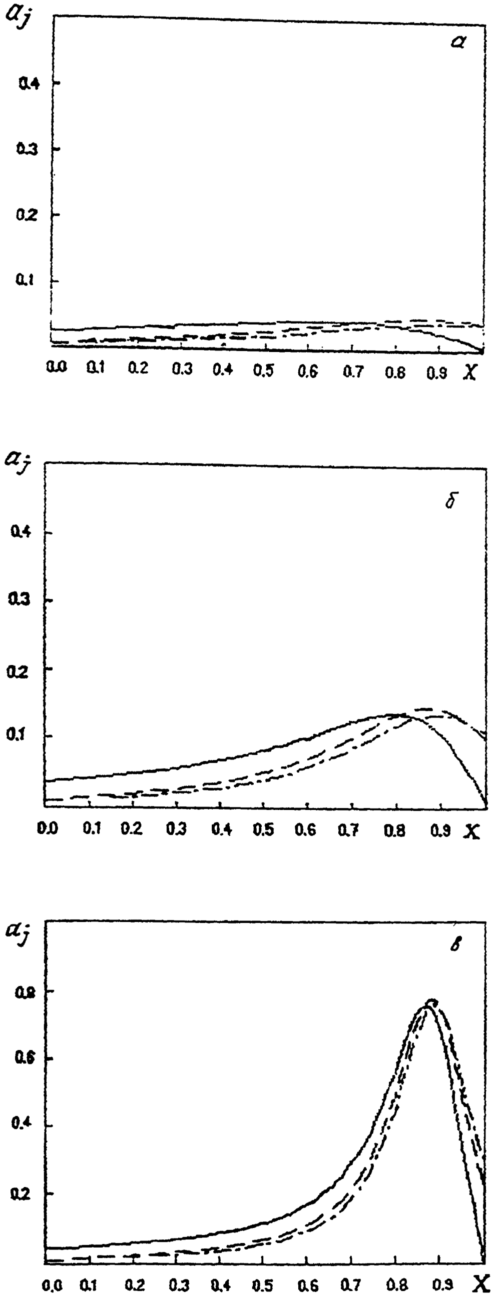

Рис. 2. Пространственная динамика амплитуд волн a_1 (*пунктир*), a_2 (*штрихпунктир*) и a_3 (*сплошная кривая*) при развитии взрыва: *а* — $T = 1.0$, *б* — $T = 1.2$, *в* — $T = 1.28$.

$$\sigma_2 \cong \mp \frac{\sqrt{\delta\omega_q^2(k_2)k_1^2}}{(\mu-1)^2 k_2^2}\left[\frac{k_2^3}{k_1^3} + \frac{\omega_q^2(k_2)}{\omega_q^2(k_1)}\right]. \tag{11}$$

$$\sigma_3 \cong \frac{\omega_3^2 k_3 C^3}{(\mu-1)^2}\left[\frac{k_1^2}{k_2\omega_q^2(k_1)} + \frac{k_2^2}{k_1\omega_q^2(k_2)}\right]. \tag{12}$$

Сопротивление связи K вычисляется на частоте ω_3. Верхние знаки в формулах (8)–(11) соответстуют медленным ВПЗ, нижние — быстрым. Видно, что взрывная неустойчивость реализуется при взаимодействии ЭВМ с двумя медленными ВПЗ (все коэффициенты σ_j имеют одинаковые знаки [3]).

Перейдем в уравнениях (7) к действительным амплитудам и фазам при помощи преобразования $A_j = a_j \exp(i\psi_j)/\sqrt{\sigma_i\sigma_k}$ $(i \neq j \neq k)$ и дополним их граничными условиями, характерными для лампы обратной волны (ЛОВ): $a_{1,2}(X=0)=0$, $a_3(X=1)=0$. Поскольку возможность аналитического решения системы (7) существует только при граничных условиях вида $a_j(X \to \pm\infty) = 0$ [3,4], необходимо прибегнуть к численному интегрированию. На рис. 2 представлены результаты, иллюстрирующие развитие взрыва. Начальные условия выбраны пространственно однородными: $a_j(T=0)=10^{-2}$, $\psi_j(T=0)=0$.

Таким образом, в настоящей работе показана принципиальная возможность генерации высокочастотных колебаний за счет взрывной неустойчивости при резонансном взаимодействии двух медленных ВПЗ с обратной пространственной гармоникой ЗС. Заметим, что такой генератор, в отличие от обсуждавшегося в [1], будет, подобно обычным ЛОВ, перестраиваемым по частоте в широких пределах.

Список литературы

[1] *Буц В.А., Измайлов А.Н.* // ЖТФ. 1978. Т. 48. В. 7. С. 1366-1374.

[2] *Додд Р., Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис.* Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988. 694 с.

[3] *Абловиц М., Сигур Х.* Солитоны и метод обратной задачи. М.: Мир, 1987. 479 с.

[4] *Захаров В.Е., Манаков С.В.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 69. В. 5(11). С. 1654-1673.

Саратовский
НИИ механики и физики
государственного университета
Саратовский
государственный университет
им. Н.Г. Чернышевского

Поступило в Редакцию
27 февраля 1995 г.