

02;10;12

©1995

## ШЕСТИЭЛЕКТРОДНАЯ ДВОЙНАЯ КВАДРУПОЛЬНАЯ ЛИНЗА

*В.Ф.Ежов, В.Л.Рябов, Ю.В.Соболев, В.В.Ящук*

Для прецизионных молекулярных пучковых экспериментов по поиску эффектов нарушения  $T$ -инвариантности в Петербургском институте ядерной физики РАН разработана экспериментальная установка дифференциального типа [1]. Дифференциальность, необходимая для исключения систематических ложных эффектов, обеспечивается экспоненциальной дипольной электростатической линзой [2]. С ее помощью молекулярный пучок разделяется на два пучка, несущих информацию об искомом эффекте разного знака. Для независимого анализа поляризации этих пучков необходимо использовать две стоящие рядом квадрупольные линзы.

По чисто геометрическим причинам это невозможно с оптимальными квадруполями, т. е. с квадрупольными линзами с оптимальным соотношением между радиусом апертуры  $r_0$  и радиусом цилиндрических электродов  $R$  [3]:

$$R_0 = 1.15r_0. \quad (1)$$

Использование в установке линз с неоптимальной геометрией приводит к заметному увеличению фона.

В данной работе описан метод и представлены результаты расчетов поля протяженной, т. е. с длиной много больше размера апертуры, шестиэлектродной линзы (рис. 1), представляющей собой объединение в одном устройстве двух электростатических квадруполей с двумя общими электродами. Показано, что такая линза с геометрией, удовлетворяющей условию (1), обладает конфигурацией полей в двух рабочих апертурах, практически неотличимой от поля оптимального квадруполя с цилиндрическими электродами.

Потенциал в произвольной точке апертуры линзы, показанной на рис. 1, является суперпозицией потенциалов, создаваемых всеми ее электродами. При его вычислении необходимо учитывать неравномерность распределения поверхностных зарядов на электродах, так как размер апертуры  $r_0$  сравним с размерами электродов. Потенциал бесконечно длинного заряженного цилиндра с поверхностной

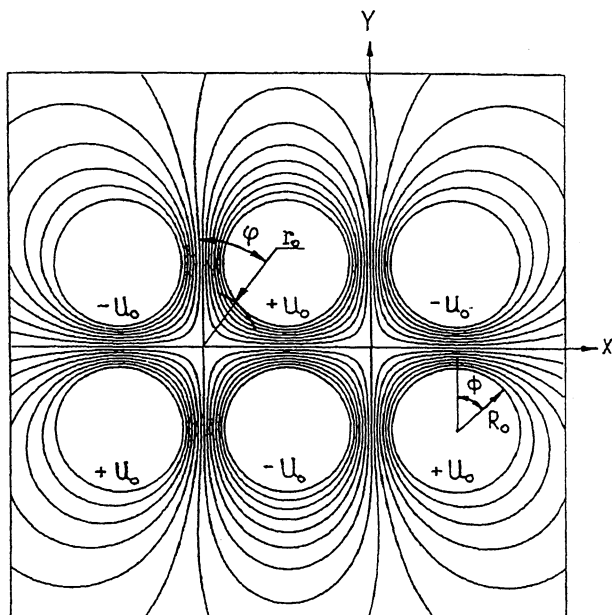


Рис. 1. Шестиэлектродная двойная квадрупольная линза. Эквипотенциалы поля рассчитаны для линзы с  $R_0 = 1.15r_0$  при равных по модулю потенциалах на электродах.

плотностью заряда на единицу длины  $\sigma(\Phi)$  можно представить в виде

$$U(r, \varphi) = \int_0^{2\pi} \sigma(\Phi) \ln [R^2 + r^2 - 2rR \cos(\Phi - \varphi)] d\Phi, \quad (2)$$

где  $r, \varphi$  и  $R, \Phi$  — полярные координаты точки, в которой определяется потенциал, и точки на поверхности цилиндра соответственно. Безразмерные величины  $r$  и  $R$  измеряются в единицах  $r_0$ . Начало системы координат находится в центре цилиндра.

Представляя  $\sigma(\Phi)$  в виде ряда Фурье

$$\sigma(\Phi) = \sum_{n=0}^{\infty} [a_n \sin(n\Phi) + b_n \cos(n\Phi)], \quad (3)$$

после интегрирования (2) получаем для потенциала выражение

$$U(r, \varphi) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} [a_n \sin(n\varphi) + b_n \cos(n\varphi)] I_n(r, R), \quad (4)$$

где

$$I_0(r, R) = 4\pi \ln \left[ (r^2 + R^2 + |r^2 - R^2|) / 2 \right];$$

$$I_n(r, R) = -2\pi / n [r/R]^n \quad \text{при} \quad r < R, n > 0;$$

$$I_n(r, R) = -2\pi / n [R/r]^n \quad \text{при} \quad r > R, n > 0.$$

Таким образом, для построения потенциала поля шестиэлектродной линзы, показанной на рис. 1, необходимо определить конечное, соответствующее требуемой точности, число коэффициентов  $a_n$  и  $b_n$  для каждого электрода по заданным на них потенциалам. Метод решения состоит в следующем. Для  $N$  коэффициентов составляется система из  $N$  линейных уравнений, соответствующих условиям равенства потенциала в  $N$  точках заданным значениям. Точки выбираются на поверхности каждого электрода равномерно по углу  $\varphi$  в местной полярной системе координат в количестве, равном числу коэффициентов для этого электрода. Полученная система линейных уравнений описывается матрицей  $A_{i,j}$ , образованной коэффициентами перед  $a_n$  и  $b_n$ . Она решается прямым методом в  $N$  шагов. На каждом шаге ищется максимальный по абсолютной величине элемент матрицы, и относительно него проводится процедура исключения по всем строкам по формуле

$$A_{i,j}^{k+1} = A_{i,j}^k - A_{i,j}^k \cdot A_{n,j}^k / A_{n,m}^k, \quad i \neq m,$$

где  $A_{n,m}^k$  — максимальный элемент на  $k$ -м шаге. Вычисления выполнялись с двойной точностью, при этом описанный метод устойчив относительно ошибок округления вплоть до матриц размерности  $550 \times 550$ .

При использовании в выражении (3) до 41 члена на один электрод получена точность вычисления потенциала в области каждого из электродов шестиэлектродной линзы лучше, чем  $10^{-7}$ .

Для достижения максимального соответствия полей в рабочих апертурах шестиэлектродной линзы и оптимального квадрупольного поля в ходе расчетов варьировались положение и размеры внутренних электродов и потенциал на них. Было выяснено, что достаточное для практических целей соответствие достигается при геометрии протяженной шестиэлектродной линзы с цилиндрическими электродами, удовлетворяющей условию (1), и при равных по модулю потенциалов на электродах.

Результаты расчетов для шестиэлектродной линзы с цилиндрическими электродами с  $R_0 = 6.9$  мм при радиусе апертур  $r_0 = 6$  мм и напряжениях на электродах

Таблица 1.

$r \cdot r_0$ , мм	$U$ , В	$E \cdot 10^{-4}$ , В/м	$\nabla E \cdot 10^{-8}$ , В/м <sup>2</sup>	$U_{\text{опт}}$ , В
0	0.0	0.0	1.3932	0.0
1	69.66	13.932	1.3932	69.66
2	278.63	27.863	1.3931	278.63
3	626.91	41.791	1.3922	626.90
4	1114.37	55.691	1.3857	1114.35
5	1740.19	69.415	1.3502	1740.13

Таблица 2.

Параметры подгонки	Оптимальный квадруполь	Шестиэлектродная линза
$k_2$	1.003	1.003
$k_6$	$-3.05 \cdot 10^{-4}$	$-3.30 \cdot 10^{-4}$

$\pm U_0 = 500$  В суммированы в табл. 1. Здесь приведены расчетные значения потенциалов  $U$ , напряженностей  $E$  и градиентов  $\nabla E$  поля вдоль луча  $r_0$ , выходящего из центра рабочей апертуры под углом  $45^\circ$  (рис. 1). Для сравнения в табл. 1 приведены также потенциалы  $U_{\text{опт}}$  поля оптимального квадруполя той же геометрии, найденные с помощью описанной выше процедуры.

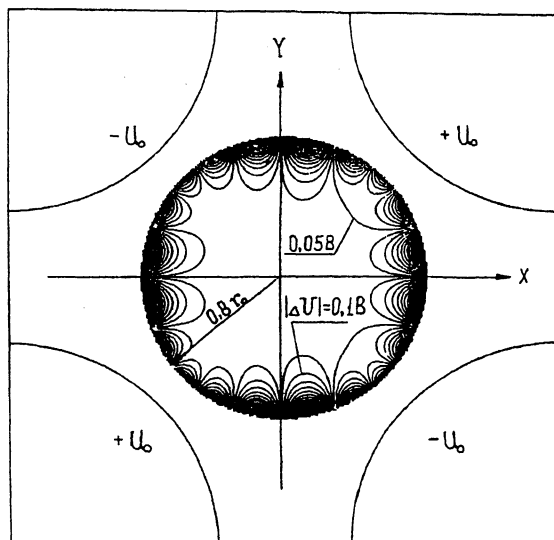


Рис. 2. Эквипотенциальные линии распределения потенциала  $|\Delta U|$  для шестиэлектродной линзы с  $R_0 = 6.9$  мм,  $r_0 = 6$  мм при потенциалах на электродах  $\pm U_0 = 2500$  В.

В табл. 2 представлены результаты подгонки найденных распределений  $U(r)$  и  $U_{\text{опт}}(r)$  к формуле из работы [4]:

$$\frac{U(x, y)}{U_0} \approx \frac{k_2}{r_0^2}(x^2 - y^2) + \frac{k_6}{r_0^6} [x^6 - 15x^2y^2(x^2 - y^2) - y^6], \quad (5)$$

описывающей распределение потенциала в линзе с квадрупольной симметрией. Подгонка по методу наименьших квадратов проводилась в рабочих апертурах соответствующих линз для  $x^2 + y^2 \leq (0.8r_0)^2$ . Остаток потенциала  $\Delta U$  в произвольной точке области, не описываемой формулой (5), не превышает по модулю 0.72 В (рис. 2). Структура распределения  $|\Delta U|$  обусловлена высшими членами разложения, не включенными в выражение (5).

Данная работа выполнена в рамках подготовки эксперимента по поиску эффектов нарушения  $T$ -инвариантности в молекулах, поддержанного грантом № 94-02-06242 Российского фонда фундаментальных исследований и грантом № 09000 Международного научного фонда (ISF).

#### Список литературы

- [1] *Ashkinadzi B.N., Ezhov V.F., Jaschuk V.V., Groshev M.N., Khazov A.Yu., Knjazkov V.A., Kozlov M.C., Rjabov V.L., Yugaldin M.A.* // PNPi Preprint. 1992. N 1801.
- [2] *Ежов В.Ф., Рябов В.Л., Яцук В.В., Матышев А.А., Голиков Ю.К., Варенцов В.Л.* // ЖТФ. 1993. Т. 63. В. 5. С. 117.
- [3] *Dayton I.E., Shoemaker F.C., Mozley R.F.* // Rev. Sci. Instr. 1954. V. 25. N 5. P. 485.
- [4] *Баранова Л.А., Явор С.Я.* Электростатические электронные линзы. М.: Наука, 1986.

Петербургский институт  
ядерной физики  
им. Б.П. Константинова  
РАН

Поступило в Редакцию  
20 февраля 1995 г.