

01;05.4

©1995

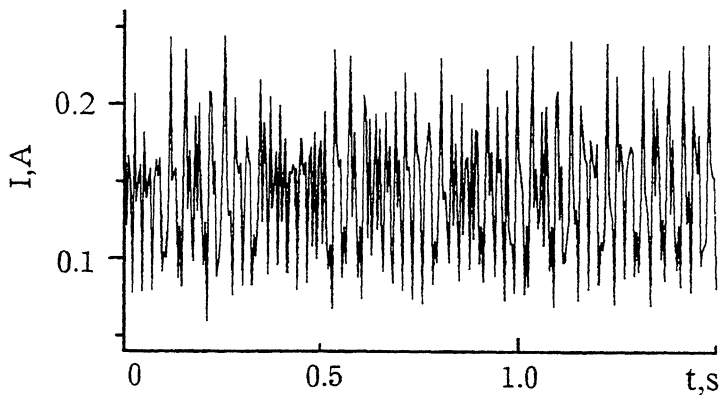
## ХАРАКТЕРИСТИКИ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ НОРМАЛЬНОЙ ЗОНЫ В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

*В.Н.Скоков, В.Б.Ивакин, В.П.Коверда*

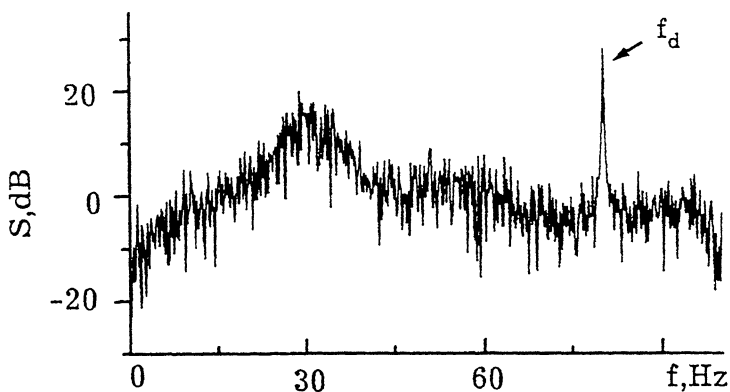
При джоулевом разогреве сверхпроводников, включенных во внешнюю электрическую цепь с индуктивностью, могут возникать релаксационные колебания нормальной зоны [1-3]. Ранее нами экспериментально показано, что наличие источника дополнительных гармонических колебаний приводит к заметному усложнению динамики такой системы [4,5]. Наблюдаемый отклик зависит от частоты и амплитуды внешнего воздействия. Наряду с периодическими автоколебаниями нормальной зоны возникают сложные движения, включая эффекты синхронизации и хаотические колебания.

Основными количественными мерами, используемыми для идентификации хаотических движений, являются Фурье-спектры, размерности аттракторов и показатели Ляпунова [6]. В настоящей работе приведены указанные характеристики, полученные по экспериментальным данным о хаотических колебаниях нормальной зоны при джоулевом разогреве тонких пленок высокотемпературных сверхпроводников.

Эксперименты проводили на тонкопленочных мостиках  $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-x}$ , полученных методом магнетронного распыления на постоянном токе [7]. Стационарная вольт-амперная характеристика образцов, снятая при фиксированном напряжении источника, имела характерный S-образный вид. Вид вольт-амперной характеристики обусловлен развитием тепловой неустойчивости при джоулевом разогреве транспортным током. При включении последовательно со сверхпроводящим элементом индуктивности и системе возникали периодические автоколебания нормальной зоны [4,5]. С помощью цифровых осциллографов, соединенных с компьютером, регистрировались колебания транспортного тока и напряжения на потенциальных контактах. Дополнительный источник синусоидальных колебаний подключался параллельно образцу и индуктивности. В некотором диапазоне частот и амплитуд внешнего генератора в системе возникали хаотические колебания [4].



а



б

Рис. 1. Экспериментальная реализация (а) и спектральная плотность (б) хаотических колебаний транспортного тока;  $f_d$  — вынуждающая частота.

По измеренным временным реализациям транспортного тока (или падения напряжения) методом быстрого преобразования Фурье определялись спектральные плотности колебаний. На рис. 1 приведены типичная реализация транспортного тока и соответствующая ей спектральная плотность колебаний. Широкополосный спектр отклика системы на внешнее периодическое воздействие свидетельствует в пользу того, что наблюдаемые колебания являются хаотическими.

Для оценки размерностей фазового пространства и фрактальной размерности аттракторов использовался алгоритм построения конечномерного пространства вложения и вычисления корреляционного интеграла.

По измеренной реализации  $x(t) = \{x(t_1), \dots, x(t_N)\}$  конструировалось  $m$ -мерное пространство вложения:  $X_i = \{x(t_i), x(t_i + \tau), \dots, x(t_i + (m-1)\tau)\}$  [8]. Оценка размерностей основывалась на вычислении корреляционного интеграла [9]:

$$C_m = \frac{1}{M(M-1)} \sum_{i,j=1}^M \Theta(r - \|X_i - X_j\|),$$

где  $\Theta$  — функция Хэвисайда,  $M$  — число точек в реконструированном  $m$ -мерном пространстве. Корреляционный интеграл имеет смысл средней доли точек, расстояние между которыми меньше  $r$ . расстояние между точками (норма) определялось как

$$\|X_i - X_j\| = \max_{k=1 \dots m} |x(t_i + (k-1)\tau) - x(t_j + (k-1)\tau)|.$$

При малых  $r$  корреляционный интеграл имеет степенную зависимость от  $r$  [9], т.е.  $C_m(r) \sim r^{\nu_m}$ ; причем, начиная с  $m > n$ , эта зависимость не меняется с увеличением  $m$ , т.е.  $\nu_m = \nu$ , где  $\nu$  — корреляционная размерность аттрактора. Величина  $n$  определяет минимальную размерность пространства вложения, в котором фазовые траектории не пересекаются.

Время запаздывания  $\tau$  в наших экспериментах варьировалось в широких пределах. Причем интервал квантования сигнала по времени в процессе цифровой регистрации выбирался равным  $\tau$ . Это давало возможность увеличить “время наблюдения” сигнала (временную длину реализации), не увеличивая числа точек (последнее определялось буферной памятью осциллографа и составляло 2048).

Алгоритмы вычисления размерности аттракторов испытывался на модели Лоренца (хаотический режим) [10]. Удовлетворительные результаты ( $\nu = 2.05 \pm 0.05$ ,  $n = 3$  и наличие плато на зависимости  $d \log C_m / d \log r$  от  $\log r$ ) были получены уже для длин реализации  $N = 2048$  и 8-разрядного амплитудного разрешения сигнала, что соответствует условиям эксперимента. Время запаздывания  $\tau$  в этом случае находилось в интервале  $0.1/f_{\max} < \tau < 0.5/f_{\max}$ , где  $f_{\max}$  — верхняя граница Фурье-спектра. В указанном интервале результаты слабо зависели от выбора  $\tau$ . Выбранные значения времени запаздывания близки к имеющимся в литературе рекомендациям (см., например, обзор [11]). Увеличение длины реализации и амплитудного разрешения приводило к удлинению плато и соответственно к увеличению точности определения корреляционной размерности  $\nu$ .

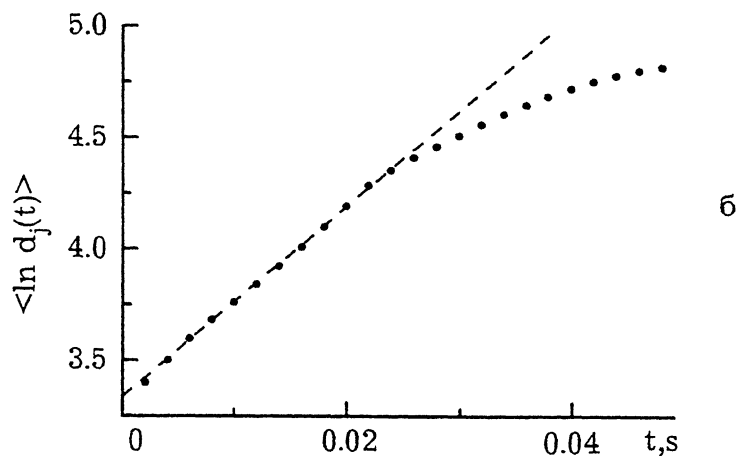
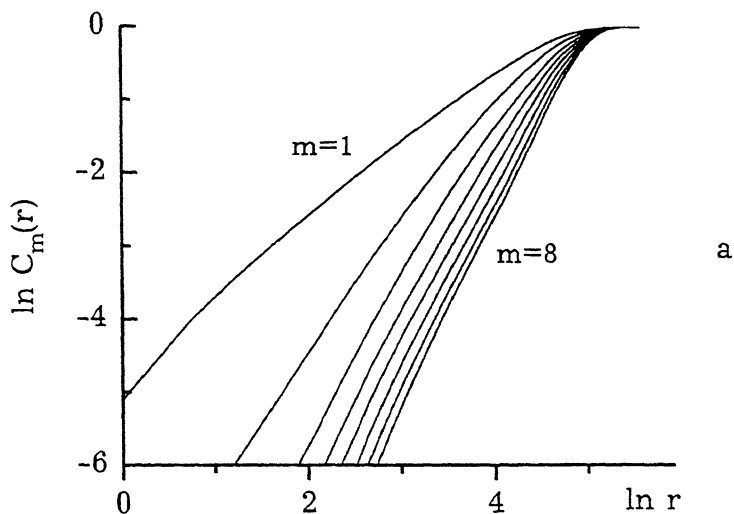


Рис. 2. Корреляционные интегралы (а) и временная эволюция среднего логарифма расстояния между ближайшими траекториями (б).

На рис. 2,а приведены корреляционные интегралы, рассчитанные по экспериментальным реализациям нерегулярных колебаний транспортного тока. Графики соответствуют различным размерностям вложения  $m$ . Наклон графиков перестает зависеть от размерности вложения, начиная с  $m = 3$ , т.е. размерность фазового пространства (число независимых динамических переменных) равно 3. Значение корреляционной размерности, определенное по плато на

графиках  $d \ln C_m / d \ln r$  от  $\ln r$ , для приведенных на рис. 2,  $a$  зависимостей составляло  $\nu = 2.3 \pm 0.1$ . Дробное значение  $\nu$  свидетельствует о том, что мы имеем дело со странным аттрактором.

Хаотическим режимам колебаний соответствует область на плоскости частота — амплитуда вынуждающих колебаний [4]. Внутри этой области корреляционные размерности изменялись от 2.1 до 2.5 (корреляционная размерность для периодических колебаний равна 1.0, для двухчастотных — 2.0).

Наряду с размерностью аттрактора важными критериями хаотичности динамической системы являются показатели Ляпунова. Хаос в детерминированных системах подразумевает чувствительную зависимость от начальных условий, т.е. две траектории, близкие друг к другу в фазовом пространстве в начальный момент времени, экспоненциально расходятся. Если  $d_0$  — начальное расстояние между двумя точками в фазовом пространстве, то спустя малое время  $t$  расстояние между траекториями становится равным  $d(t) = d_0 \exp(\lambda_1 t)$ , где  $\lambda_1$  — максимальный показатель Ляпунова. Положительный показатель  $\lambda_1$  указывает на хаотическую динамику системы.

Большинство из известных алгоритмов вычисления  $\lambda_1$  (см., например, [12]) достаточно трудно реализуемы при практическом определении  $\lambda_1$  из экспериментальных данных. Недавно в работе [13] предложен сравнительно простой способ вычисления максимального показателя Ляпунова из коротких экспериментальных реализаций. В настоящей работе использован этот алгоритм.

Как и при вычислении корреляционных интегралов, вначале конструировалось  $m$ -мерное пространство вложения. Для каждой  $j$ -й точки реконструированного пространства определялась пара ближайших соседей. Ближайшие соседи находились по минимуму расстояния между точками, временной интервал между которыми превышал средний период колебаний. Далее, следуя [13], предполагалось, что эволюция расстояния между  $j$ -й парой ближайших соседей в  $m$ -мерном пространстве ( $m > n$ ) определяется максимальным показателем Ляпунова, т.е.

$$\ln d_j(t) \simeq \ln d_{j0} + \lambda_1 t.$$

Величина  $\lambda_1$  находилась из наклона усредненного графика  $\langle \ln d_j(t) \rangle$  при малых  $t$ . Усреднение проводилось по всем точкам  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, M$ ). Алгоритм был испытан нами на модельных системах: гармонических колебаниях, двумерном торе, логистическом отображении, отображении Эно, модели Лоренца. Модельные реализации, по которым рассчи-

тывалась величина  $\lambda_1$ , максимально соответствовали экспериментальным (длина реализации, амплитудное разрешение, время запаздывания).

Для простых гармонических колебаний и двумерного тора (сумма двух гармонических колебаний с несоизмеримыми частотами) получены нулевые значения  $\lambda_1$ , что соответствует теоретическим значениям. Для модельных хаотических аттракторов получены следующие величины максимального показателя Ляпунова (в скобках указаны теоретические значения [13]): логистическое отображение —  $\lambda = 0.65 (0.690)$ ; отображение Эно —  $\lambda = 0.40 (0.418)$ ; модель Лоренца —  $\lambda_1 = 1.6 \text{ с}^{-1} (1.50)$ . Погрешность определения показателя Ляпунова по реализациям, максимально приближенным к экспериментальным, составляла менее 10%.

На рис. 2,б приведена типичная зависимость среднего логарифма расстояния между ближайшими соседями от времени для экспериментальной реализации колебаний транспортного тока (для размерности пространства вложения  $m = 8$ ). Значение максимального показателя Ляпунова составило  $\lambda_1 = 42.5 \text{ с}^{-1}$ . Положительное значение  $\lambda_1$  указывает на хаотическую динамику системы. Абсолютное значение  $\lambda_1$  определяет расхожимость траекторий в фазовом пространстве за 1 с. Эта величина зависит от характерного временного масштаба аттрактора. Поэтому представляет интерес безразмерное значение  $\lambda_1$ , нормированное на характерное время процесса (например, в нашем случае на период внешнего вынуждающего воздействия  $\tau_d$ ). Значение безразмерного показателя Ляпунова (расхожимость траекторий за один период вынуждающих колебаний) составило  $\lambda_1 = \lambda_1 \tau_d = 0.53$ .

Таким образом, совокупность характеристик нерегулярных колебаний нормальной зоны в сверхпроводящих пленках: широкополосный спектр, дробная размерность и положительный максимальный показатель Ляпунова — свидетельствует о том, что в системе реализуется состояние детерминированного хаоса.

Авторы благодарят Н.Б. Волкова и А.М. Искольдского за полезные дискуссии.

#### Список литературы

- [1] Беркович С.Я. // Р и Э. 1965. Т. 10. № 4. С. 736–740.
- [2] Гуревич А.В., Минц Р.Г., Разманов А.Л. Физика композитных сверхпроводников. М.: Наука, 1987. 240 с.
- [3] Львовский Ю.М. // ЖТФ. 1988. Т. 58. В. 11. С. 2219–2228.
- [4] Скоков В.Н., Коверда В.П. // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 18. С. 91–95.

- [5] *Skokov V.N., Koverda V.P., Semenova N.M.* // Phys. Lett. A. 1994. V. 193. P. 144-147.
- [6] *Мун Ф.* Хаотические колебания. М.: Мир, 1990. 312 с.
- [7] *Скоков В.Н., Коверда В.П., Богданов Н.М.* // СФХТ. 1992. Т. 5. В. 1. С. 90-94.
- [8] *Takens F.* // Lect. Notes in Math. V. 898. N.Y.: Springer, 1981. P.366-381.
- [9] *Grassberger P., Procaccia I.* // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. N 5. P. 346-349.
- [10] *Lorenz E.N.* // J. Atmos. Sci. 1963. V. 20. P. 130-141.
- [11] *Abarbanel H.D.I., Brown R., Sidorovich J., Tsimring L.Sh.* // Rev. Mod. Phys. 1993. V. 65. N 4. P. 1331-1392.
- [12] *Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vvasano J.A.* // Physica D. 1993. V. 65. P. 285-317.
- [13] *Rosenstein M.T., Collins J.J., DeLuca C.J.* // Physica D. 1993. V. 65. P. 117-134.

Институт теплофизики УрО РАН  
Екатеринбург

Поступило в Редакцию  
22 мая 1995 г.

