

# Вклад триплетной части токонесущей плотности состояний в джозефсоновский ток в неравновесном контакте сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник

© И.В. Бобкова, А.М. Бобков

Институт физики твердого тела РАН,  
Черноголовка, Московская обл., Россия

E-mail: bobkova@issp.ac.ru

Теоретически изучается слабая связь двух сверхпроводников с  $s$ -типом спаривания через ферромагнетик в режиме неравновесного и зависящего от спина распределения электронов по энергетическим уровням в ферромагнитной прослойке. Показано, что в рассматриваемых условиях в перенос джозефсоновского тока через контакт включается триплетная часть токонесущей плотности состояний, которая не участвует в переносе джозефсоновского тока в равновесных и не зависящих от спина неравновесных условиях. При этом стандартный сверхток, переносимый синглетной частью токонесущей плотности состояний, не изменяется по сравнению со случаем равновесного распределения электронов в прослойке. Величина дополнительного тока, переносимого триплетной компонентой, управляется напряжением, которое контролирует конкретную форму и степень неравновесия функции распределения электронов в прослойке. В зависимости от этого управляющего параметра дополнительный ток может существенно усиливать или ослаблять стандартный сверхток, а также переключать контакт между  $0$ - и  $\pi$ -состояниями.

## 1. Введение

В джозефсоновских слабых связях может быть реализован целый ряд необычных сверхпроводящих состояний. Наиболее известным примером является состояние Ларкина–Овчинникова–Фулде–Феррела (так называемое LOFF-состояние), которое было предсказано довольно давно [1,2]. Возможность реализации этого состояния в контактах сверхпроводник/слабый ферромагнетик/сверхпроводник (SFS) была показана теоретически [3,4] и проверена экспериментально [5–8]. В LOFF-состоянии центр масс куперовской пары приобретает ненулевой импульс  $2Q$  или  $-2Q$  внутри ферромагнетика как ответ на разницу в энергиях между двумя направлениями спина.  $Q \propto h/v_f$ , где  $h$  — это обменное поле,  $v_f$  — скорость Ферми в ферромагнетике. Составляя из куперовских пар с импульсами  $2Q$  или  $-2Q$  синглетную комбинацию, получим, что конденсатная волновая функция  $\Psi_s(x) \propto \cos(2Qx)$  в ферромагнетике осциллирует в направлении нормали к SF-границе [9]. Аналогичная картина верна и в диффузном пределе. Единственная разница состоит в дополнительном затухании  $\Psi_s$  в глубь ферромагнетика, которое обусловлено упругим рассеянием на примесях. В режиме  $h \gg |\Delta|$ , где  $\Delta$  — это модуль сверхпроводящего параметра порядка в берегах контакта, длина затухания определяется магнитной длиной когерентности  $\xi_F = \sqrt{D/\hbar}$ , а период осцилляций равен  $2\pi\xi_F$ . Здесь  $D$  — коэффициент диффузии в ферромагнетике. В этой работе мы полагаем  $\hbar = 1$ .

Присутствие обменного поля также приводит к формированию триплетной компоненты конденсатной волновой функции в прослойке. Если направление обменного поля пространственно однородно, то возникает только триплетная компонента с нулевой проекцией

спина  $S_z = 0$  на ось квантования. Составляя из куперовских пар с импульсами  $2Q$  и  $-2Q$  такую триплетную комбинацию, мы видим, что  $\Psi_t(x) \propto \sin(2Qx)$ , т.е. осциллирует в пространстве с тем же периодом, что и синглетная, но имеет сдвиг фазы  $\pi/2$  по отношению к ней.

Хорошо известно, что в чистом сверхпроводнике джозефсоновский ток через контакт переносится андреевскими связанными состояниями, локализованными внутри прослойки. В „грязном“ сверхпроводнике дискретные по энергии связанные состояния, конечно, отсутствуют, но их роль выполняет так называемая токонесущая плотность состояний (SCDOS) [10–12]. Эта величина представляет собой плотность состояний, умноженную на фактор, пропорциональный току, который переносится состоянием с данной энергией. В „грязном“ сверхпроводнике индуцируемая эффектом близости триплетная компонента конденсатной волновой функции — нечетная по мацубаровской частоте величина [13]. Вследствие этого факта триплетная компонента SCDOS является четной функцией энергии квазичастицы. При отсутствии прямой диффузии квазичастиц вдоль нормали к контакту сверхток выражается через SCDOS следующим образом [12]:

$$j \propto \int d\varepsilon N_j(\varepsilon)\varphi(\varepsilon), \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  — энергия квазичастицы,  $N_j$  — SCDOS и  $\varphi(\varepsilon)$  — функция распределения. Поскольку в равновесии  $\varphi(\varepsilon) = \text{th } \varepsilon/2T$ , легко видеть, что триплетная компонента SCDOS не дает вклада в ток в этом случае.

В настоящей работе вычисляется джозефсоновский ток через SFS-контакт при условии, что функция распределения электронов в ферромагнитной прослойке

является неравновесной и зависит от спина квазичастицы. SFS-контакт находится в режиме  $\Delta \ll h \ll \varepsilon_f$ , где  $\varepsilon_f$  — энергия Ферми в ферромагнетике. Именно в этом диапазоне параметров находятся слабоферромагнитные сплавы, которые использовались для реализации магнитных  $\pi$ -контактов. Показано, что в этих условиях появляется дополнительный вклад  $j_{tr}$  в сверхток, текущий через контакт, который внутри ферромагнитной области переносится триплетной компонентой SCDOS. При этом в рассматриваемых нами условиях величина тока  $j_s$ , переносимого синглетной компонентой SCDOS, практически не изменяется по сравнению с равновесным случаем. Величина  $j_{tr}$  может быть такого же порядка, как и  $j_s$ , или даже превышать вклад синглетной компоненты. Благодаря упомянутому выше сдвигу фаз  $\pi/2$  между осцилляциями синглетной и триплетной компонент конденсатной волновой функции  $j_{tr}$  может усиливать стандартный джозефсоновский ток или ослаблять его, или даже переключать контакт между 0- и  $\pi$ -состояниями.

Здесь интересно отметить, что существует также другой механизм реализации  $\pi$ -контакта путем манипулирования функцией распределения квазичастиц в прослойке. Этот эффект был предсказан теоретически [10,11] и экспериментально наблюдался [14] для диффузного SNS-контакта. Его сущность можно понять на основании выражения (1). В силу нечетности по энергии синглетной компоненты SCDOS ее части, отвечающие положительным и отрицательным энергиям, дают вклады противоположного знака в сверхток. Величина и направление общего тока зависят, таким образом, от распределения частиц по этим состояниям. Так, можно добиться отрицательного отклика джозефсоновского тока на малую разность фаз между сверхпроводящими берегами, т.е. переключения системы в  $\pi$ -состояние путем создания соответствующего неравновесного распределения по состояниям в области слабой связи. В настоящей работе мы предполагаем, что энергия Таулеса  $\varepsilon_{Th} = D/d^2 \ll h$ , т.е. длина прослойки  $d \gg \xi_F$ . Оказывается, что в этом режиме описанный выше механизм смены знака критического ток не зависящим от спина перераспределением квазичастиц по токонесущим состояниям дает пренебрежимо малый эффект.

## 2. Учет влияния зависящей от спина неравновесности на джозефсоновский ток

Для количественного анализа используется формализм квазиклассических гриновских функций (уравнения Узалея [15] и граничные условия Куприянова–Лукичева [16]) в технике Келдыша. Детали расчета можно найти в [17], а в настоящей работе мы сконцентрируемся на качественной физике.

В неравновесных условиях выражение для тока через контакт можно представить в виде

$$j = \frac{-d}{eR_F} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\varepsilon}{8\pi^2} Tr_2 [\hat{N}_j(\varepsilon)\hat{\varphi}(\varepsilon) + \hat{j}_D(\varepsilon)] \\ = \frac{-d}{eR_F} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\varepsilon}{4\pi^2} [N_{j,s}(\varepsilon)\varphi_s(\varepsilon) + N_{j,tr}(\varepsilon)\varphi_{tr}(\varepsilon) + j_{D,s}(\varepsilon)], \quad (2)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $R_F$  — сопротивление ферромагнитной области. Здесь и далее все величины типа  $\hat{A}$  являются матрицами  $2 \times 2$  в спиновом пространстве.  $\hat{N}_j(\varepsilon) = N_{j,s} + N_{j,tr}\hat{\sigma}_z$  и  $\hat{\varphi}(\varepsilon) = \varphi_s + \varphi_{tr}\hat{\sigma}_z$  по-прежнему обозначают SCDOS и функцию распределения соответственно, однако теперь эти величины являются матрицами в спиновом пространстве. Ток  $\hat{j}_D(\varepsilon)$  описывает прямую диффузию электронов и пропорционален градиенту функции распределения вдоль нормали к контакту. Из правой части формулы (2) видно, что если функция распределения неравновесна и содержит триплетную часть, то триплетная часть SCDOS  $N_{j,tr}$  может давать вклад в ток дополнительно к вкладу синглетной компоненты  $N_{j,s}$ . Кроме того, важное свойство  $N_{j,tr}$  состоит в том, что эта величина прямо пропорциональна триплетной части аномальной гриновской функции в отличие от  $N_{j,s}$ , которая может содержать лишь квадратичную поправку от триплетной части аномальной гриновской функции. Таким образом, исследуя джозефсоновский ток через контакт в рассматриваемой постановке задачи, можно впрямую изучать триплетную часть конденсатной волновой функции в ферромагнитной прослойке, которая недоступна для прямого изучения в равновесии из-за нечетности по мацубаровской частоте.

Как уже указывалось выше, мы рассматриваем случай длинного контакта  $d \gg \xi_F$ . В этих условиях оказывается возможным решить задачу аналитически даже для низких температур и произвольной прозрачности SF-границ. Джозефсоновский ток вычисляется в главном (первом) порядке по параметру  $\exp[-d/\xi_F]$ . Расчет показывает, что SCDOS также является величиной первого порядка малости по этому параметру. Поэтому в члене  $\hat{N}_j(\varepsilon)\hat{\varphi}(\varepsilon)$  в формуле (2) достаточно взять функцию распределения  $\hat{\varphi}^{(0)}$  в нулевом порядке по  $\exp[-d/\xi_F]$ .

Неравновесная функция распределения в прослойке может генерироваться приложением напряжения вдоль  $u$ -направления (в плоскости контакта) между двумя дополнительными нормальными электродами  $N_b$  и  $N_t$ , которые подсоединены к центральной части прослойки. Предполагается, что контактансы границ  $N_bF$  и  $N_tF$  могут зависеть от спина и равны  $g_{b\sigma}$  и  $g_{t\sigma}$  соответственно. Напряжение  $V_{t\sigma}(V_{b\sigma})$  между сверхпроводящими берегами и дополнительным электродом  $N_t(N_b)$  также зависят от спина. Это может быть реализовано, например, если привести один из электродов  $N_b$  или  $N_t$  в контакт с сильным ферромагнетиком и приложить

напряжение между этим ферромагнетиком и другим электродом. Следует отметить, что в нашей постановке задачи разность потенциалов между сверхпроводящими берегами равна нулю.

Для того чтобы получить функцию распределения в прослойке, мы решаем кинетическое уравнение, которое получается из келдышевской части уравнений Узаледа. Граничные условия на SF-границах также выводятся из келдышевской части условий Куприянова–Лукичева. Предполагается, что  $|eV_{t,b\uparrow,\downarrow}| < |\Delta|$  и температура достаточно низкая. При этих условиях функция распределения  $\varphi^{(0)}$  не зависит от координаты  $x$  вдоль нормали к контакту. Удобно вычислять ее в середине прослойки, где пренебрежение параметром  $\exp[-d/\xi_F]$  означает пренебрежение эффектом близости. Тогда, рассматривая  $N_b/F/N_t$ -контакт и применяя граничные условия Куприянова–Лукичева на  $N_b/F$ - и  $F/N_t$ -границах, приходим к следующему выражению для  $\varphi^{(0)}$  (процессами неупругого рассеяния пренебрегается):

$$\begin{aligned} \varphi_{\sigma}^{(0)} = & [\sigma_F(g_{t_{\sigma}} + g_{b_{\sigma}}) + 2d_y g_{t_{\sigma}} g_{b_{\sigma}}]^{-1} \\ & \times \left[ \text{th} \frac{\varepsilon - eV_{t_{\sigma}}}{2T} g_{t_{\sigma}} (\sigma_F + d_y g_{b_{\sigma}}) \right. \\ & \left. + \text{th} \frac{\varepsilon - eV_{b_{\sigma}}}{2T} g_{b_{\sigma}} (\sigma_F + d_y g_{t_{\sigma}}) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

В конкретных расчетах мы ограничиваемся случаем  $g_{t_{\sigma}} \ll 1$  или  $g_{b_{\sigma}} \ll 1$ , когда зависимостью  $\varphi^{(0)}$  от  $y$ -координаты можно пренебречь. При этих условиях расчет показывает, что часть тока  $j_D(\varepsilon)$ , обусловленная прямой диффузией электронов, также является величиной первого порядка малости по параметру  $\exp[-d/\xi_F]$  и, кроме того, пропорциональна SCDOS

$$j_{D_{\sigma}}(\varepsilon) = N_{j_{\sigma}}(\varepsilon) \frac{\tilde{\varphi}_{\sigma}^{(0)}(\varepsilon) - \varphi_{\sigma}^{(0)}(\varepsilon)}{2}. \quad (4)$$

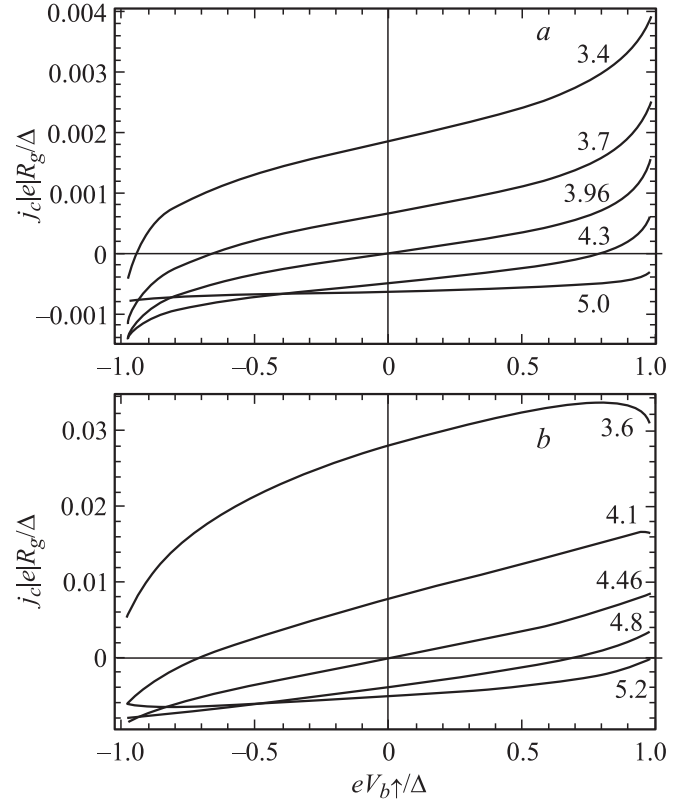
Кроме электронной части функции распределения  $\varphi_{\sigma}^{(0)}(\varepsilon)$  в уравнение (4) входит еще и дырочная часть  $\tilde{\varphi}_{\sigma}^{(0)}(\varepsilon)$ , которая связана с электронной общим симметричным соотношением  $\tilde{\varphi}_{\uparrow,\downarrow}^{(0)}(\varepsilon) = -\varphi_{\downarrow,\uparrow}^{(0)}(-\varepsilon)$ .

### 3. Результаты расчета джозефсоновского тока

Подставляя выражение (4) в формулу (2), получим джозефсоновский ток в виде

$$j = \frac{-d}{2eR_F} \int \frac{d\varepsilon}{8\pi^2} \sum_{\sigma} [(\varphi_{\sigma}^{(0)} + \tilde{\varphi}_{\sigma}^{(0)}) N_{j_{\sigma}}(\varepsilon)]. \quad (5)$$

Хотя выражение (5) справедливо при произвольной прозрачности SF-границ, при качественном обсуждении полученных результатов мы сконцентрируемся на туннельном пределе  $\tilde{g} \equiv R_F \xi_F / R_g d \ll 1$  ( $R_g$  — сопротивление SF-границы), где для джозефсоновского тока (5)



Критический джозефсоновский ток как функция  $eV_{b\uparrow}/\Delta$ . Около кривых указаны значения длин  $d$  контакта, в единицах  $\xi_F$ .  $\tilde{g} = 0.1$  (a) и 3.0 (b).

может быть получен компактный конечный ответ. Для аналитического анализа мы также выбираем наиболее простой вид функции распределения (3), полагая  $g_{t_{\sigma}} \rightarrow 0$  и  $V_{b\downarrow} = 0$ . Тогда  $\varphi_{\uparrow}^{(0)} = \text{th}[(\varepsilon - eV_{b\uparrow})/2T]$ , а  $\varphi_{\downarrow}^{(0)} = \text{th}[\varepsilon/2T]$ . Результаты для тока, отвечающие другим наборам параметров, удовлетворяющим (3), качественно не отличаются от обсуждаемых далее. При низкой температуре  $T \ll |eV_{b\uparrow}|$  получаем следующий результат для джозефсоновского тока:

$$\begin{aligned} j = & \frac{R_F \xi_F \sin \chi}{4eR_g^2 d} |\Delta| e^{-d/\xi_F} \left[ \sqrt{2\pi} \cos\left(\frac{d}{\xi_F} + \frac{\pi}{4}\right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \lg \left| \frac{|\Delta| + eV_{b\uparrow}}{|\Delta| - eV_{b\uparrow}} \right| \sin\left(\frac{d}{\xi_F} + \frac{\pi}{4}\right) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Первый член в выражении (6) представляет собой часть сверхтока, которая переносится синглетной компонентой SCDOS в прослойке. При условиях  $T \ll |eV_{b\uparrow}|$  и  $|eV_{t,b\uparrow,\downarrow}| < |\Delta|$  эта часть тока не отличается от своего значения, соответствующего равновесной и не зависящей от спина функции распределения. Причина этого состоит в том, что для длинного контакта и  $h \gg |\Delta|$  синглетная часть SCDOS сконцентрирована в узких энергетических интервалах вокруг  $\varepsilon = \pm|\Delta|$ , где функция распределения не отличается от своего равновесного значения. Второй член  $j_{tr}$  порождается триплетной компонен-

той SCDOS. В туннельном пределе триплетная компонента SCDOS  $(N_j)_{tr,\sigma} \propto \sigma e^{-d/\xi_F} \frac{|\Delta|^2}{|\Delta|^2 - \varepsilon^2} \sin[d/\xi_F + \pi/4]$  и не дает вклада в ток в равновесии. Здесь стоит отметить, что неравновесная, но не зависящая от спина функция распределения также не приводит к возникновению тока триплетной компоненты, так как полная комбинация функций распределения, которая входит в выражение (5), и в этом случае является нечетной функцией энергии.

Очевидно, что спиновый сверхток не может протекать через синглетные сверхпроводящие берега. С другой стороны, видно, что для рассматриваемой здесь функции распределения ток  $j_{tr}$ , который переносится SCDOS  $\propto \int d\varepsilon \sum_{\sigma} N_{j_{tr,\sigma}} \varphi_{\sigma}$ , целиком создается электронами со спином вверх. Однако в этом случае в прослойке формируется постоянный градиент функции распределения, который  $\propto (N_j)_{tr}$  и приводит к диффузному потоку электронов, компенсирующему этот спиновый ток.

Графики джозефсоновского тока, текущего через контакт, в зависимости от  $V_{b\uparrow}$  показаны на рисунке, на котором представлены случай низкопрозрачных SF-границ  $\tilde{g} = 0.1$  (a) и результаты для высокопрозрачного контакта с  $\tilde{g} = 3.0$  (b). Различные кривые соответствуют различным значениям длины контакта  $d$ . Из сравнения частей a и b рисунка видно, что туннельный предел правильно передает качественную физику эффекта. Из графиков также ясно, что в зависимости от  $V_{b\uparrow}$  ток может быть довольно значительно усиливаться или ослабляться по отношению к своему значению при  $V_{b\uparrow} = 0$ . Если длина равновесного контакта находится недалеко от точки  $0-\pi$ -перехода, то даже достаточно малые напряжения могут переключать контакт между этими состояниями.

## 4. Заключение

Теоретически исследовано влияние неравновесной и зависящей от спина функции распределения в слабоферромагнитной прослойке на джозефсоновский ток через SFS-контакт. Показано, что в таких условиях триплетная компонента SCDOS включается в перенос сверхтока через контакт наряду с синглетной компонентой SCDOS. В зависимости от напряжения между дополнительными электродами, которое задает конкретный вид и степень зависимости от спина функции распределения, этот дополнительный ток может усиливать или ослаблять стандартный сверхток синглетной компоненты SCDOS, а также переключать контакт между  $0$ - и  $\pi$ -состояниями.

## Список литературы

- [1] А.И. Ларкин, Ю.Н. Овчинников. ЖЭТФ **47**, 1136 (1964).
- [2] P. Fulde, R.A. Ferrel. Phys. Rev. **135**, A 550 (1964).
- [3] А.И. Буздин, Л.Н. Булаевский, С.В. Панюков. Письма в ЖЭТФ **35**, 147 (1982).

- [4] А.И. Буздин, Б. Буйчич, М.Ю. Куприянов. ЖЭТФ **101**, 231 (1992).
- [5] V.V. Ryazanov, V.A. Oboznov, A.Yu. Rusanov, A.V. Veretenikov, A.A. Golubov, J. Aarts. Phys. Rev. Lett. **86**, 2427 (2001).
- [6] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genet, B. Stephanidis, R. Boursier. Phys. Rev. Lett. **89**, 137007 (2002).
- [7] Y. Blum, M.K.A. Tsukernik, A. Palevski. Phys. Rev. Lett. **89**, 187004 (2002).
- [8] W. Guichard, M.A.O. Bourgeois, T. Kontos, J. Lesueur, P. Gandit. Phys. Rev. Lett. **90**, 167001 (2003).
- [9] E.A. Demler, G.B. Arnold, M.R. Beasley. Phys. Rev. B **55**, 15174 (1997).
- [10] A.F. Volkov. Phys. Rev. Lett. **74**, 4730 (1995).
- [11] F.K. Wilhelm, G. Schön, A.D. Zaikin. Phys. Rev. Lett. **81**, 1682 (1998).
- [12] S.-K. Yip. Phys. Rev. B **58**, 5803 (1998).
- [13] F.S. Bergeret, A.F. Volkov, K.B. Efetov. Rev. Mod. Phys. **77**, 1321 (2005).
- [14] J.J.A. Baselmans, A.F. Morpurgo, B.J. van Wees, T.M. Klapwijk. Nature London **397**, 43 (1999).
- [15] K.D. Usadel. Phys. Rev. Lett. **25**, 507 (1970).
- [16] М.Ю. Куприянов, В.Ф. Лукичев. ЖЭТФ **94**, 139 (1988).
- [17] I.V. Volkov, A.M. Bobkov. Arxiv: 0911.1646.