

Джозефсоновские контакты с несинусоидальными ток-фазовыми зависимостями на основе гетероструктур с ферромагнитной прослойкой и их применения

© Н.В. Кленов, Н.Г. Пугач, А.В. Шарафиев, С.В. Бакурский, В.К. Корнев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Москва, Россия

E-mail: nvklenov@nm.ru

Представлен подробный обзор теорий, описывающих вид ток-фазовых соотношений в джозефсоновских переходах на основе гетероструктур с ферромагнитными прослойками. Особое внимание уделено обсуждению возможностей создания так называемых φ -контактов, для которых основное состояние в отсутствие тока реализуется при отличном от нуля значении джозефсоновской фазы φ . Иллюстрируются популярные в последнее время спекуляции о возможности применения созданных на основе гетероструктур с ферромагнитными прослойками джозефсоновских π - и φ -контактов при создании квантовых битов (кубитов). Сделана попытка сформулировать требования к характеристикам джозефсоновских гетероструктур исходя из первых принципов квантово-механического описания низкоиндуктивных сверхпроводящих интерферометров.

Работа проводилась при поддержке гранта МНТЦ 3743, грантов РФФИ № 09-02-12176, 07-02-00918.

1. Введение

К настоящему моменту уже созданы и неплохо изучены джозефсоновские π -контакты, характеризующиеся π -сдвигом ток-фазовой зависимости (ТФЗ), на основе гетероструктур сверхпроводник–ферромагнетик–сверхпроводник (SFS) [1,2]. Появились также работы, посвященные реализации так называемых φ -контактов на основе сверхпроводящих гетероструктур с ферромагнитными прослойками различных типов. В отсутствие тока сверхпроводящее состояние в таких контактах реализуется при отличном от нуля значении джозефсоновской фазы φ . Такие φ -контакты могут обладать рядом особенностей, в число которых входит несинусоидальная ток-фазовая зависимость, существование в определенных случаях двух критических токов, специфическая зависимость критического тока от магнитного поля, дробные ступени Шапино на вольт-амперной характеристике, что делает такие контакты весьма привлекательными для целого ряда практических применений [3]. Анализ, проведенный для простейшего случая существования в ТФЗ лишь двух гармонических компонент, показывает, что φ -контакты требуют выполнения следующих требований к виду ТФЗ [3]:

$$I(\varphi) = A \sin \varphi - B \sin(2\varphi), \quad 2|B| > A, \quad (1)$$

$$B > 0. \quad (2)$$

Джозефсоновский контакт с несинусоидальной ТФЗ, удовлетворяющей условиям для второй гармоники вида $2|B| > A$, $B < 0$, будет иметь два стабильных состояния (два локальных минимума энергии), расположенных не в точках, где фаза равна $\pm\varphi$, а в точках 0 и π [3]. Условия возникновения двух стабильных состояний для джозефсоновского контакта с произвольной ТФЗ были получены в [4]. Далее будем называть контакты, джозефсоновская энергия которых имеет два локальных минимума, метастабильными контактами Джозефсона (МКД).

2. Формирование π -контактов, φ -контактов и МКД

Несмотря на то что синусоидальная ТФЗ не является обязательной для контактов Джозефсона с ферромагнитной прослойкой [2], практическая реализация МКД представляет существенные трудности. Они связаны с тем, что вторая гармоника, которая обычно значительно меньше первой, должна удовлетворять условию (1). Например, несинусоидальная ТФЗ характерна для контактов Джозефсона в „чистом“ пределе [5,6], когда длина свободного пробега электрона l больше длины когерентности ξ . В „грязном“ пределе, когда $l \ll \xi$, на ТФЗ оказывают влияние различные виды рассеяния, разрушающие когерентность в ферромагнитном слое, такие как рассеяние с переворотом спина (спин-флип) [7] или рассеяние s -электронов в d -зону [8–10]. К тому же ТФЗ чувствительна к граничным условиям на S/F-границе. Введение в структуру тонкого диэлектрического слоя (I) дает отрицательный вклад во вторую гармонику при малой толщине F-слоя в SIFS- и SIFIS-контактах [11,12]. Однако различные теоретические модели [5–12] приводят к похожим результатам.

1) Гармоники ТФЗ осциллируют и затухают при увеличении толщины F-прослойки d_F .

2) Период осцилляций и характерная длина затухания второй гармоники B приблизительно в 2 раза меньше, чем первой A .

3) Вблизи 0 - π -перехода, где первая гармоника обращается в нуль, вторая гармоника положительна.

Следовательно, условие (1) легче всего выполнить вблизи первого 0 - π -перехода, где $A \rightarrow 0$ и $B < 0$ еще не слишком мало по абсолютной величине. Последнее неравенство исключает возникновение φ -контакта, но делает возможным реализацию двух стабильных состояний с джозефсоновской фазой 0 или π [12]. Это демонстрирует рис. 1, где изображены ТФЗ и джозеф-

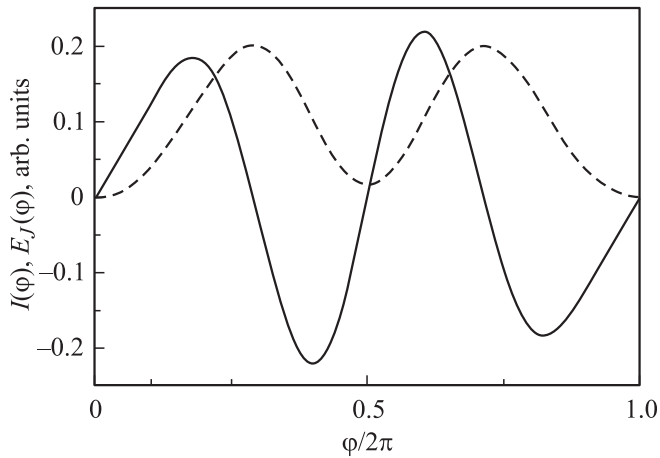


Рис. 1. ТФЗ $I(\varphi)$ (сплошная линия) и джозефсоновская энергия как функция фазы $E_J(\varphi)$ (штриховая линия) для „чистого“ SFS-контакта в модели [5] вблизи первого $0-\pi$ -перехода ($d_F = 0.5\xi_2$) при температуре $T = 0.1T_C$.

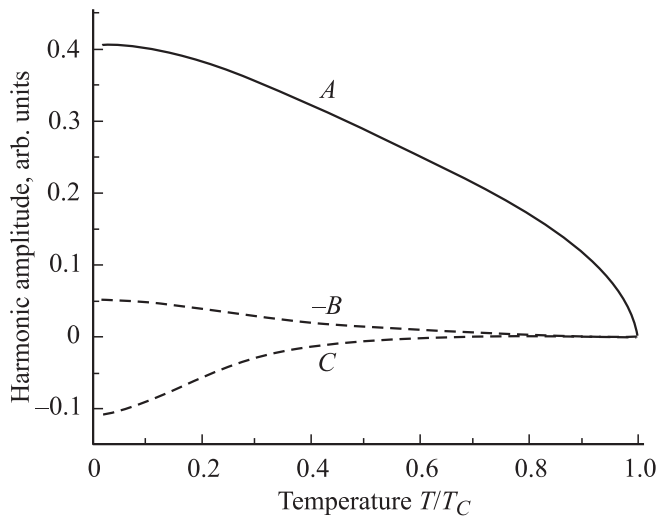


Рис. 2. Зависимость трех первых гармоник в ТФЗ $I(\varphi) = A \sin \varphi - B \sin(2\varphi) + C \sin(3\varphi)$ от температуры для джозефсоновской SFS-структуры в „чистом“ пределе для толщины F-слоя $d_F = 0.3\xi_2$.

соновская энергия как функция фазы для „чистого“ SFS-контакта вблизи первого $0-\pi$ -перехода. Кроме того, в гетероструктуру должна входить еще и тонкая изолирующая прослойка I , обеспечивающая требуемые знаки гармонических компонент ТФЗ [13], что впрочем является общим требованием ко всем джозефсоновским контактам в обсуждаемых далее кубитных структурах из-за крайне негативного влияния квазичастичного тока в структурах с непосредственной проводимостью на время жизни когерентного состояния.

Высшие гармоники ТФЗ быстро затухают с увеличением температуры, так как при приближении к критической температуре сверхпроводящая щель $\Delta \rightarrow 0$, квазиклассические уравнения линеаризуются и их ре-

шение в виде экспонент дает синусоидальную ТФЗ. Это утверждение было проверено нами для моделей, предложенных в работах [5,8,9]. На рис. 2 представлены зависимости первых трех гармоник ТФЗ от температуры для „чистого“ SFS-контакта, описанного в [5].

В „грязном“ пределе гармоника ТФЗ затухают экспоненциально с увеличением толщины F-слоя d_F , причем для второй гармоники показатель такой экспоненты в 2 раза больше, чем для первой. Таким образом, даже вблизи первого $0-\pi$ -перехода вторая гармоника уже достаточно мала [10]. Это создает значительные трудности для ее наблюдения. Так, в экспериментах [14,15] удалось наблюдать значительное отклонение ТФЗ от синусоидальной только после усовершенствования технологии, что позволило сдвинуть $0-\pi$ -переход в область меньших толщин d_F .

В „чистом“ контакте ($l \rightarrow \infty$) критический ток уменьшается гораздо медленнее: как степень d_F [5]. Можно было бы ожидать найти сравнительно большую вторую гармонику в области $0-\pi$ -перехода (рис. 1). Однако экспериментальной реализации таких контактов мешает то обстоятельство, что чистые ферромагнитные металлы, такие как железо, кобальт, никель, имеют большое обменное поле; следовательно, критический ток „чистого“ контакта быстро осциллирует с увеличением d_F . Наибольший период осцилляций наблюдался для Nb-Ni-Nb-контактов и составлял около 7.5 nm [16]. Это значит, что для достижения $0-\pi$ -перехода необходимо контролировать толщину ферромагнетика с очень высокой точностью. Выход может быть найден в применении слабоферромагнитных сильно разбавленных сплавов переходных металлов, например Pd-Fe. Но даже это само по себе позволило бы получить не φ -контакт, а только МКД с $0-\pi$ -стабильными состояниями.

Для реализации φ -контакта в самое последнее время были теоретически разработаны методы, основанные на применении неоднородной слабой связи. Например, в качестве слабой связи можно использовать квантовые точки [17]. Был описан и метод, основанный на создании $0-\pi$ -джозефсоновского контакта, состоящего из чередующихся 0 - и π -областей с разной толщиной F-слоя [4,18]. В таком контакте первая гармоника ТФЗ эффективно обращается в нуль, а вторая, возникающая за счет неоднородности структуры, эффективно складывается с собственной второй гармоникой 0 - и π -контактов [4].

3. Применение π -контактов, φ -контактов и МКД в кубитах

Популярным предметом спекуляций в настоящее время являются перспективы использования джозефсоновских π - и φ -контактов при создании сверхпроводящих кубитов [19–21]. Для исследования этого вопроса в настоящей работе было проведено сравнительное исследование эволюции состояний двух перспективных типов потоковых кубитов в процессе непрерывных квантовых

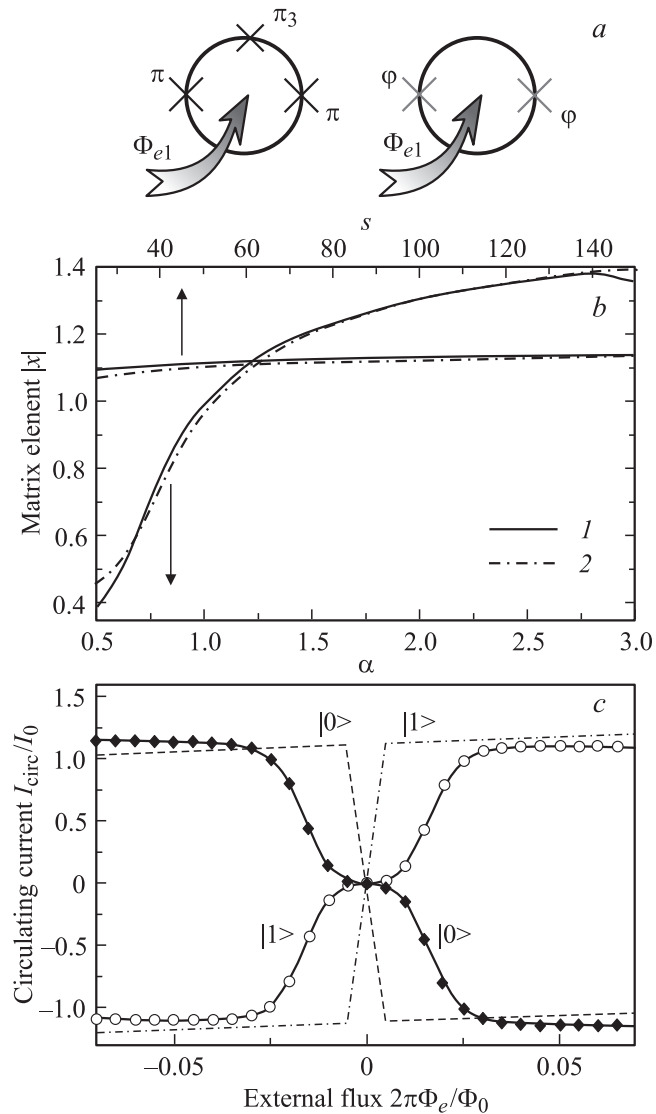


Рис. 3. а) Принципиальные схемы трехконтактного кубита на основе низкоиндуктивного π -интерферометра (вверху) и двухконтактного кубита на основе низкоиндуктивного φ -интерферометра с несинусоидальной ТФЗ джозефсоновских контактов (внизу). б) Зависимость недиагонального элемента оператора фазовой „координаты“ θ для трехконтактного (1) и двухконтактного (2) кубитов в зависимости от величины параметра α (при $s = 60$) и величины отношения $s = E_j/E_Q$ характерной джозефсоновской энергии к характерной кулоновской энергии (при $\alpha = 1.25$). в) Круговые токи в двух типах кубитов, соответствующие базисным состояниям $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Сплошные линии соответствуют токам в двухконтактном кубите, штриховая и штрихпунктирная — в трехконтактном.

измерений: а) трехкратного кубита на основе низкоиндуктивного π -интерферометра, где третий джозефсоновский π -контакт обеспечивает формирование двухъямного потенциала без приложения постоянного инициализирующего магнитного потока $\Phi_0/2$ (рис. 3, а сверху); б) двухконтактного кубита на основе низкоиндуктивного φ -интерферометра с несинусоидальной ТФЗ джозефсо-

новских контактов (рис. 3, а, внизу), где образование двухъямного потенциала достигается за счет использования МКД с большой величиной второй или третьей гармоники ТФЗ.

Оба эти устройства интересны в первую очередь тем, что их использование в качестве кубитов не требует задания „инициализирующего“ магнитного потока для создания симметричного двухъямного потенциала; кроме того, отсутствуют функциональные ограничения снизу на величину геометрической индуктивности кольца.

Напомним, что квантовые биты представляют собой двухуровневую квантовую систему, одно из макроскопически различных состояний которой обозначают как $|0\rangle$, а другое — как $|1\rangle$. Проведение вычислений в таких системах соответствует изменению коэффициентов разложения состояния по базису. В общем случае, если состояние кубита смешанное, эволюция описывается зависящей от времени матрицей плотности $\rho(t)$. Энтропия квантовой системы в смешанном состоянии определяется выражением

$$E(\rho) = -\text{Sp}\rho(t) \log_2 \rho(t) \quad (3)$$

и называется энтропией фон Неймана, или запутанностью системы с окружением. Важным для последующего изложения свойством этой величины является ее инвариантность относительно выбора базиса для матрицы плотности. В чистом состоянии энтропия фон Неймана одного кубита равна 0, в состоянии равномерной смеси — 1. Возрастанию этой величины соответствует разрушение чистого состояния системы и потеря содержащейся в нем информации.

Но прежде чем обратиться к смешанным состояниям системы, необходимо исследовать базис ее чистых состояний. В первую очередь кубит должен представлять собой эффективно двухуровневую систему, что возможно, когда его потенциальная энергия вдоль одной из степеней свободы имеет двухъямную форму. В случае упомянутых систем этой степенью свободы может служить сумма фаз джозефсоновских контактов в сверхпроводящем кольце. Точное решение уравнения Шредингера в таких системах редко оказывается возможным, и обсуждаемые здесь кубиты не исключение. Поэтому большое значение имеет разработка некоторого общего метода приближенного аналитического решения этого уравнения, основанного на теории возмущений с использованием функций Матье в качестве нулевого приближения. Для удобства проведения сравнительного анализа запишем гамильтонианы двух- и трехконтактного кубитов в следующем виде:

$$H_2 = -\frac{1}{2} E_Q \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - 2E_J \cos(\theta) + \alpha_2 E_j \cos(2\theta), \quad (4)$$

$$H_3 = -\frac{1}{2} E_Q (1 + \alpha_3^{-1}) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - 2E_J \cos(\theta) + \alpha_3 E_j \cos(2\theta). \quad (5)$$

Здесь в обоих случаях $E_Q = e^2/2C$ и $E_J = \Phi_0 I_c / 2\pi$ — характерная кулоновская и характерная джозефсоновская энергии двух „основных“ одинаковых контактов, параметр α , отвечающий в обоих случаях за высоту барьера между ямами двухъямного потенциала, имеет различное происхождение: $\alpha_2 = \frac{B_{1,2}}{A_{1,2}}$ — отношение амплитуд второй и первой гармоник в ТФЗ контактов двухконтактного кубита, $\alpha_3 = \frac{E_{J3}}{E_J}$ — отношение „выделенной“ и „основной“ джозефсоновской энергий трехконтактного кубита, $\theta = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$ — сумма фаз контактов, играющая в данном случае роль „координаты“. Под „выделенной“ энергией трехконтактного кубита понимается джозефсоновская энергия включенного в него третьего π -контакта. Оба выражения предполагают отсутствие внешнего магнитного потока.

Отметим сразу основное различие этих гамильтонианов: параметр α , который в обоих случаях определяет высоту барьера между минимумами двухъямного потенциала, в случае трехконтактного кубита входит также и в первое слагаемое, т.е. в эффективную „массу“ системы, и, следовательно, чувствительность этой системы по отношению к изменению формы потенциала будет больше (поскольку α здесь всегда больше 0), чем в случае двухконтактного кубита. Уравнения Шредингера с подобными гамильтонианами могут быть легко сведены к хорошо известному уравнению Матье: $\psi' + (a - 2q \cos(2\theta))\psi = 0$, что и дает возможность использовать функции Матье в качестве функций нулевого приближения.

Выпишем теперь операторы возмущения, т.е. соответствующие добавки к выражениям (4) и (5), появляющиеся при ненулевом внешнем потоке,

$$\tilde{V}_2 = E_J \frac{\phi_2^2}{4} \left[\frac{1}{2} \cos(\theta) - \alpha_2 \cos(2\theta) \right], \quad (6)$$

$$\tilde{V}_3 = \alpha_3 E_J \left[\phi_e \sin(2\theta) - \frac{1}{2} \phi_e^2 \cos(2\theta) \right]. \quad (7)$$

Здесь $\phi_e = 2\pi\Phi_e/\Phi_0$ — нормированный внешний поток. Сразу видно, что слагаемые первого порядка малости по потоку сохраняются лишь в случае трехконтактного кубита, в то время как оператор возмущения для двухконтактного кубита содержит только члены второго порядка. Это означает, что двухконтактный кубит окажется менее восприимчивым к флуктуациям внешнего магнитного потока, который будет прикладываться к кубиту для выполнения логических операций и считывания состояния. Это представляется очень важным качеством ввиду относительного малого времени декогеренции всех твердотельных кубитов. В рамках теории возмущений могут быть получены волновые функции базисных состояний и энергетический спектр. В базисе найденных волновых функций были рассчитаны необходимые для дальнейшего рассмотрения зависимости недиагонального элемента x матрицы оператора фазовой „координаты“ θ от таких величин, как отношение s характерной

джозефсоновской энергии к характерной кулоновской энергии и величина параметра α , определяющего высоту барьера (рис. 3, b). Кроме того, на рис. 3, c приведены рассчитанные круговые токи в двух типах кубитов, соответствующие базисным состояниям $|0\rangle$ и $|1\rangle$.

Следующим важным вопросом является отклик таких систем на измерение их состояния, т.е. скорость распада чистого состояния в процессе измерения. Исследование эволюции состояний кубитов в открытой системе проводилось на основе анализа фундаментального уравнения Линдблада для матрицы плотности в случае детерминированного внешнего воздействия [22]. В простейшем случае измерение одной единственной наблюдаемой величины это уравнение выглядит следующим образом:

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] - \frac{k}{2} [A, [A, \rho]]. \quad (8)$$

Здесь k — это коэффициент „жесткости“ измерения, т.е. связь между точностью измерения и временем, необходимым для достижения такой точности ($k = \frac{1}{T(\Delta\alpha)^2}$, T — время измерения, $\Delta\alpha$ — его точность), A — оператор измеряемой наблюдаемой величины.

Будем считать, что измерению подвергается только „координатная“ наблюдаемая величина в симметричном потенциале, что соответствует в эксперименте измерению тока в сверхпроводящем кольце кубита, а щель между базисными уровнями пренебрежимо мала. Тогда это уравнение легко решается аналитически

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \alpha(t) & \beta(t) \\ \gamma(t) & \delta(t) \end{pmatrix}, \quad \alpha(t) = \frac{1}{2} - c_1 e^{-2kx^2 t},$$

$$\beta(t) = \frac{1}{2} \left[c_2 \left(1 - \frac{i\hbar}{\Delta} \lambda_1 \right) e^{\lambda_1 t} + c_3 \left(1 - \frac{i\hbar}{\Delta} \lambda_2 \right) e^{\lambda_2 t} \right],$$

$$\gamma(t) = \frac{1}{2} \left[c_2 \left(1 + \frac{i\hbar}{\Delta} \lambda_1 \right) e^{\lambda_1 t} + c_3 \left(1 + \frac{i\hbar}{\Delta} \lambda_2 \right) e^{\lambda_2 t} \right],$$

$$\delta(t) = \frac{1}{2} + c_1 e^{-2kx^2 t} \lambda_{1,2} = -kx^2 \pm \sqrt{k^2 x^4 - \frac{\Delta^2}{\hbar^2}},$$

где $c_{1,2,3}$ — константы, зависящие от начальных условий. Видно, что вне зависимости от начальных условий при $t = 0$ с течением времени состояние системы превращается в равномерную смесь базисных состояний. Более общее решение, соответствующее малой щели между уровнями асимметричного потенциала, также было получено для различных значений матричных элементов операторов возмущения V , которые не равны нулю в присутствии внешнего потока, т.е. асимметрии потенциала ($V = \langle \psi_0 | \tilde{V} | \psi_1 \rangle$). Отметим, что это решение приведено в базисе симметричных собственных функций, т.е. собственных функций симметричного гамильтониана. Воспользовавшись полученным решением и определением энтропии фон Неймана (3), можно построить график ее зависимости от времени, оценив, таким образом, время распада чистого состояния. На рис. 4 показаны зависимости $E(t)$ для различных параметров гамильтониана. Видно, что величина щели и асимметрия слабо

вливают на скорость возрастания энтропии, в то время как параметр $X = \frac{\hbar k x^2}{\Delta_0}$ влияет очень сильно. Поэтому коэффициент жесткости k измерения/воздействия, входящий в этот параметр, является основным фактором,

определяющим скорость разрушения чистого состояния системы.

Из рис. 3, *b* следует, что недиагональный матричный элемент оператора координаты x очень слабо зависит от соотношения между характерными величинами джозефсоновской и кулоновской энергий (параметр s), но увеличивается с ростом параметра α . При значениях $\alpha = 0.5$, соответствующем порогу образования двухъямного потенциала, матричный элемент $x \approx 0.4$, $x^2 \approx 0.16$, а при $\alpha = 2$ выходим на близкое к максимальной величине значение матричного элемента $x \approx 1.3$, $x^2 \approx 1.7$, т.е. получаем увеличение параметра X и уменьшение времени декогеренции на порядок. Таким образом, малая величина параметра α , при которой, в то же время обеспечивается превышение порогового уровня $\alpha = 0.5$, является наиболее предпочтительной для функционирования кубита.

4. Заключение

Проведен анализ ток-фазовой зависимости для джозефсоновских гетероструктур с ферромагнитной прослойкой и показано, что с практической точки зрения наиболее предпочтительными для формирования π -, ϕ -контактов и МКД являются „чистые“ структуры, обеспечивающие более медленное уменьшение критического тока и амплитуд второй и третьей гармоник ток-фазовой зависимости с увеличением толщины F-слоя по сравнению с „грязным“ пределом. При этом критическая температура такой структуры должна быть существенно выше, чем предполагаемая „рабочая“ температура.

Рассмотрены сверхпроводящие квантовые биты (кубиты), в которых используются джозефсоновские π -контакты, а также ϕ -контакты и МКД, позволяющие получить симметричный двухъямный потенциал без задания „инициализирующего“ магнитного потока. Для таких кубитов развит метод исследования базисных состояний и проведен анализ эволюции матрицы плотности в процессе непрерывных квантовых измерений с использованием фундаментального уравнения Линдблада для эволюции матрицы плотности системы в случае детерминированного внешнего воздействия. Показано, что основным фактором, определяющим скорость разрушения чистого состояния системы, является степень жесткости измерения/воздействия. В то же время задание параметра α , отвечающего в рассматриваемых системах за формирование двухъямного потенциала, вблизи порогового значения $\alpha = 0.5$ минимизирует воздействие этого фактора.

Сформулированные требования к параметрам двухъямного потенциала могут быть легко выполнены в случае трехконтактного кубита. Несколько более защищенный от флуктуаций внешних магнитных полей двухконтактный кубит требует достаточно точного контроля над толщиной и составом ферромагнитной прослойки, тогда как использование изолирующей прослойки позволит ограничить негативное влияние квазичастичного тока на

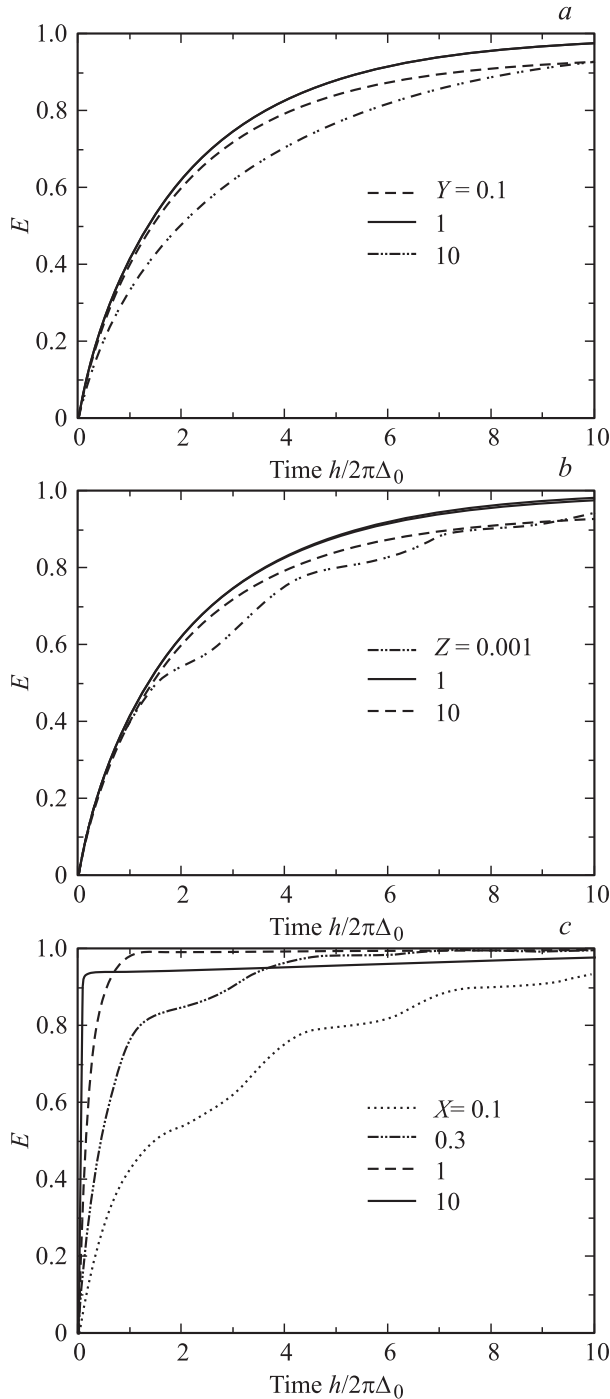


Рис. 4. Увеличение энтропии фон Неймана E кубита в процессе непрерывного квантового измерения. *a* — $X = 0.1$, $Z = 1$, различные значения щели Y ; *b* — $X = 0.1$, $Y = 1$, различные значения асимметрии Z ; *c* — $Y = 1$, $Z = 0.001$, различные X . Хорошо видно резкое уменьшение времени декогерентности при увеличении X . $X = \frac{\hbar k x^2}{\Delta_0}$, $Y = \frac{\Delta}{\Delta_0}$, $Z = \frac{V}{\Delta_0}$, Δ_0 — единицы измерения энергии.

время жизни когерентного состояния в структурах с непосредственной проводимостью.

Список литературы

- [1] A.I. Buzdin. *Rev. Mod. Phys.* **77**, 935 (2005).
- [2] A. Golubov, M. Kupriyanov, E. Il'ichev. *Rev. Mod. Phys.* **76**, 411 (2004).
- [3] E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, A. Buzdin. *Phys. Rev. B* **76**, 224 523 (2007).
- [4] N.G. Pugach, E. Goldobin, R. Kleiner, D. Koelle. *Phys. Rev. B*. In press.
- [5] А.И. Буздин, Л.Л. Булаевский, С.В. Панюков. *Письма в ЖЭТФ* **35**, 147 (1982).
- [6] F. Conschelle, J. Cayssol, A. Buzdin. *Phys. Rev. B* **78**, 134 505 (2008).
- [7] A. Buzdin. *Phys. Rev. B* **72**, 100501 (2005).
- [8] A. Vedyayev, C. Lacroix, N. Pugach, N. Ryzhanova. *Europhys. Lett.* **71**, 679 (2005).
- [9] A. Vedyayev, N. Ryzhanova, N. Pugach. *J. Magn. Magn. Mater.* **305**, 53 (2006).
- [10] N. Klenov, V. Kornev, A. Vedyayev, N. Ryzhanova, N. Pugach, T. Romyantseva. *J. Phys. Conf. Ser.* **97**, 012 037 (2008).
- [11] А.А. Golubov, М.Ю. Kupriyanov. *Письма в ЖЭТФ* **81**, 419 (2005).
- [12] Z. Radovic, L. Dobrosavljevic-Grujic, B. Vujicic. *Phys. Rev. B* **63**, 214 512 (2001).
- [13] Z. Radovic, N. Lazarides, N. Flytzanis. *Phys. Rev. B* **68**, 014 501 (2003).
- [14] S. Frolov, D.V. Harlingen, V.A. Oboznov, V. Bolginov, V.V. Ryazanov. *Phys. Rev. B* **70**, 144 505 (2004).
- [15] V.V. Ryazanov, V.A. Oboznov, V. Bolginov, A. Rossollenko. In: *Proc. of XII Int. Symp. „Nanophysics and Nanoelectronics“*. IFM RAS **1**, 42 (2008).
- [16] J. Robinson, S. Piano, G. Burnell, C. Bell, M. Blamire. *Phys. Rev. B* **76**, 094 522 (2007).
- [17] A. Zazunov, R. Egger, T. Jonckheere, T. Martin. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 147 004 (2009).
- [18] A. Buzdin, A. Koshelev. *Phys. Rev. B* **67**, 220 504R (2003).
- [19] Y. Makhlin, G. Schon, A. Shnirman. *Rev. Mod. Phys.* **73**, 357 (2001).
- [20] M.H.S. Amin, A.Yu. Smirnov, A.M. Zagoskin, T. Lindstrom, S.A. Charlebois, T. Claeson, A.Ya. Tzalenchuk. *Phys. Rev. B* **73**, 064 516 (2005).
- [21] N.V. Klenov, V.K. Kornev, N.F. Pedersen. *Physica C* **114** (2006).
- [22] G. Lindblad. *Commun. Math. Phys.* **48**, 119 (1976).